

<b>ĐỀ SỐ</b>  <b>4</b>  *****	<b>BỘ ĐỀ THI MẪU</b>  <b>ĐỀ KIỂM TRA TƯ DUY</b>  <i>Thời gian làm bài: 120 phút</i>  <i>Đề thi gồm 03 phần</i>
---	--

**I. Phần 1 (2.5d) – Đọc hiểu (câu hỏi 1 – 35)**

**Thí sinh đọc Bài đọc 1 và trả lời các câu hỏi 1 – 8.**

**BÀI ĐỌC 1**

Theo báo cáo của Hootsuite về thế giới số năm 2020, đến cuối năm 2020, lượng người dùng Internet trên toàn cầu đạt 4,66 tỷ trong đó 4,2 tỷ người đang sử dụng mạng xã hội, ngoài ra có 5,22 tỷ người đang sử dụng điện thoại di động.

5 Lượng người dùng điện thoại di động trên toàn cầu hiện nay tương đương 66,6% dân số thế giới. Dựa trên số liệu của Liên Hợp Quốc, dân số toàn cầu tính đến tháng 1/2021 là 7,83 tỷ, tốc độ tăng 1%/năm. Điều đó đồng nghĩa trong năm 2020, dân số toàn cầu đã tăng hơn 80 triệu người. Từ tháng 1/2020, lượng người dùng điện thoại di động trên thế giới đã tăng 1,8% (tương đương 93 triệu), trong khi tổng thiết bị kết nối di động (một người có thể sở hữu nhiều máy) tăng 0,9% lên mức 8,02 tỷ thiết bị.

10 Lượng người dùng Internet trên toàn cầu tăng 7,3% (tương đương 316 triệu) so với cùng kỳ năm ngoái. Tỷ lệ sử dụng Internet hiện tại là 59,5%, tuy nhiên con số thực tế có thể cao hơn do dịch Covid-19 khiến nhu cầu sử dụng Internet tăng mạnh.

15 Có khoảng 4,2 tỷ người sử dụng các dịch vụ mạng xã hội trên toàn cầu, tăng hơn 13% (490 triệu) chỉ trong 12 tháng, tương đương 53% dân số toàn cầu. Năm 2020, trung bình có 1,3 triệu người mới sử dụng mạng xã hội mỗi ngày. 2 giờ 25 phút mỗi ngày là thời gian bỏ ra trung bình trên mạng xã hội. Dự đoán trong năm 2021, người dùng sẽ dành tổng cộng 3,7 nghìn tỷ giờ trên các ứng dụng này. Philippines là quốc gia sử dụng mạng xã hội nhiều nhất, trung bình 4 giờ 15 phút mỗi ngày, nhiều hơn 30 phút so với quốc gia xếp thứ 2 là Colombia. Trong khi đó, người Nhật dành 51 phút mỗi ngày trên mạng xã hội.

20 Dữ liệu của App Annie cho thấy người dùng Android trên toàn cầu sử dụng smart-phone hơn 4 giờ/ngày, tương đương 3,5 nghìn tỷ giờ trong 12 tháng qua. Đối với người dùng Internet, họ bỏ ra trung bình 3 giờ 39 phút mỗi ngày trên smartphone, nhiều hơn 7% so với thời gian xem TV mỗi ngày (3 giờ 24 phút).

25 Người dùng Internet dành trung bình gần 7 giờ mỗi ngày trên mọi thiết bị, tương đương hơn 48 giờ mỗi tuần. Giả sử thời gian ngủ trung bình là 7-8 giờ, chúng ta đang

---

dành 42% thời gian thức cho các hoạt động trực tuyến. Dù smartphone chiếm 53% thời gian sử dụng Internet, những thiết bị khác vẫn đóng vai trò quan trọng. Có 90% người dùng Internet lên mạng bằng smartphone, nhưng 2/3 trong số họ vẫn sử dụng laptop hoặc máy tính để bàn.

Người dùng Philippines dành thời gian trên Internet lâu nhất, trung bình gần 11 giờ mỗi ngày. Brazil, Colombia và Nam Phi cũng dành trung bình hơn 10 giờ trực tuyến mỗi ngày. Người dùng Nhật Bản dành thời gian trực tuyến ít nhất, chưa đến 4,5 giờ mỗi ngày. Đáng chú ý khi thời gian dùng Internet tại Trung Quốc tương đối thấp, trung bình 5 giờ 22 phút mỗi ngày, ít hơn 1,5 giờ so với mức trung bình toàn cầu là 6 giờ 54 phút.

Công cụ tìm kiếm vẫn là điều không thể thiếu. 98% người phản hồi cho biết họ sử dụng công cụ tìm kiếm mỗi tháng, trong đó 45% sử dụng tìm kiếm giọng nói. Gần 1/3 người dùng Internet sử dụng các ứng dụng tìm kiếm hình ảnh như Pinterest Lens, Google Lens.

Một xu hướng thú vị là tìm kiếm trên mạng xã hội. Khoảng 45% người dùng Internet cho biết đã chuyển sang mạng xã hội khi cần tìm sản phẩm, dịch vụ. Ở độ tuổi 16-64, gần 77% người dùng mua hàng trực tuyến mỗi tháng. Năm 2020, các sản phẩm thời trang và làm đẹp chiếm tỷ trọng lớn nhất trong doanh thu thương mại điện tử B2C (business-to-consumer) toàn cầu, đạt 665 tỷ USD.”.

(Theo Phúc Thịnh, *2/3 dân số thế giới đang dùng smartphone*, Báo Zing News, ngày 4/2/2021)

**Câu 1.** Ý nào sau đây thể hiện rõ nhất nội dung chính của bài đọc trên?

- A. Lượng người dùng Internet trên toàn cầu đạt 4,66 tỷ người.
- B. Toàn cảnh thế giới số trong năm 2020.
- C. Người Philippines sử dụng mạng xã hội trung bình 4 giờ 15 phút mỗi ngày.
- D. 66,6% dân số thế giới sử dụng smartphone.

**Câu 2.** Theo đoạn 1 và 2 (dòng 1-9), đến cuối năm 2020 số người sử dụng internet tương đương bao nhiêu phần trăm dân số thế giới?

- A. Khoảng 54%.
- B. Khoảng 60%.
- C. Khoảng 66%.
- D. Khoảng 70%.

**Câu 3.** Theo đoạn 4 (dòng 13-20), số người sử dụng mạng xã hội trong năm 2019 là:

- A. khoảng 3,3 tỉ người.
- B. khoảng 3,5 tỉ người.
- C. khoảng 3,7 tỉ người.
- D. khoảng 3,9 tỉ người.

**Câu 4.** Theo đoạn 5 (dòng 21-24), trong năm 2020, thế giới có trung bình khoảng bao nhiêu thiết bị Android?

- A. Khoảng 2,1 tỉ.
- B. Khoảng 2,2 tỉ.
- C. Khoảng 2,3 tỉ.
- D. Khoảng 2,4 tỉ.



---

khuẩn gây thối rữa. Đường glucose trong nước được cung cấp chất dinh dưỡng cho cành hoa, giúp tươi lâu. Sản phẩm hoàn toàn thân thiện với con người và môi trường và đang được Cục Sở hữu Trí tuệ xem xét cấp bằng sáng chế sau khi anh Hiếu nộp đơn đăng ký bảo hộ.

20 Anh chia sẻ, để tạo dung dịch, đường glucose 5% được sử dụng ở nồng độ 20% (20g/l), ion đồng hàm lượng 0,1 – 0,2 mg/l. Ion đồng được tạo ra từ việc sử dụng hai thanh đồng nặng 45 kg cho nước sạch chạy qua với lưu lượng 90 m<sup>3</sup> mỗi giờ. Khi cho dòng điện 100A chạy qua thanh đồng xảy ra quá trình điện phân khiến đồng bị ăn mòn và sinh ra ion của chính nó. Ion đồng tồn tại trong nước, được thu lại ở nồng độ 15ppm

25 và pha với đường glucose thành nước cắm hoa.

Kể lại quá trình thực hiện, anh cho biết đã có hàng trăm thí nghiệm, tiêu tốn hàng trăm bông hồng đến mức tiền túi cạn dần. Sau anh chọn thử nghiệm các loại hoa đại, hoa rẻ tiền để giảm bớt chi phí.

30 “Hoa tươi rồi nhưng thấy nó không khỏe, tôi nghĩ đến việc cung cấp chất dinh dưỡng cho hoa”, anh Hiếu nói và cho biết, việc cung cấp dinh dưỡng phải dựa vào cơ chế quang hợp của hoa. Học hỏi từ các chuyên gia nông nghiệp, anh không sử dụng đường mía mà dùng đường glucose 5% mua ở các hiệu thuốc vì đường này giống với cơ chế quang hợp, tổng hợp chất dinh dưỡng của cây để tiếp tục mày mò làm các thí nghiệm.

35

Sau 6 tháng, anh đưa ra được công thức tạo dung dịch ion đồng giúp giữ hoa tươi lâu. Kết hợp với các nhà khoa học ở Đại học Nguyễn Tất Thành, anh và nhóm nghiên cứu đưa đến kết luận, dung dịch ion đồng giúp hoa tươi gấp 2 đến 3 lần tùy loại hoa. Cụ thể với hoa hồng khi sử dụng sẽ kéo dài độ tươi từ 4 ngày lên 8 ngày, hoa cúc từ 7 ngày lên 14 đến 20 ngày, hoa lay ơn từ 4 ngày lên 15 ngày... Không những thế, việc sử dụng dung dịch ion đồng giúp chủ các shop hoa giảm bớt chi phí từ 20 đến 30%, giảm nhân công trong việc thay nước, cắt gốc hoa hàng ngày.

40

“Giá thành sản phẩm chỉ 1.000 đồng mỗi gói 10 ml, có thể pha với 1 lít nước. Hộp 250 ml có thể pha với 25 lít nước giá từ 40.000 đồng đến 50.000 đồng, có thể cắm cho 50 bình hoa”, anh Hiếu nói và cho biết, hiện trên thị trường có một số sản phẩm bảo quản hoa ngoại nhập, nhưng là dạng bột. Còn sản phẩm trong nước hiện rất ít và thời gian giữ hoa tươi thấp hơn.

45

Chị Nguyễn Thị Bé Ngoan, 34 tuổi, chủ một shop hoa tươi lớn ở xã Xuân Thới Thượng, huyện Hóc Môn cho biết, việc giữ độ tươi lâu của hoa có ý nghĩa quyết định trong giá thành, lợi nhuận của người bán. Sau 6 tháng dùng thử nghiệm sản phẩm, hoa

50

---

tươi lâu hơn, chị Ngoan giảm được 2 nhân công chuyên thay nước, cắt cành hoa, để họ làm việc khác. Khách hàng thấy sản phẩm hiệu quả quay lại mua nhiều hơn, giúp chị tăng doanh thu từ 70 triệu lên gần 100 triệu mỗi tháng...

(Theo Hà An, *Kỹ sư điện tử chế dung dịch ion đồng giữ hoa tươi gấp 3 lần*, Báo 55 VnExpress, ngày 11/1/2021)

**Câu 9.** Ý nào sau đây thể hiện rõ nhất nội dung chính của bài đọc trên?

- A. Cách giữ hoa tươi lâu nhờ đồng xu hoặc đồng oxy hóa.
- B. Ứng dụng công nghệ hóa sinh vào thực tế giúp tăng hiệu quả kinh doanh.
- C. Kỹ sư điện tử chế tạo dung dịch ion đồng giữ hoa tươi gấp ba lần.
- D. Đột phá trong nghiên cứu tác dụng của ion đồng đối với hoa tươi.

**Câu 10.** Theo đoạn 1 và 2 (dòng 1-10), thông tin nào sau đây là chính xác?

- A. Anh Hiếu là kỹ sư chuyên ngành sinh hóa.
- B. Đường và thuốc kháng sinh là những tác nhân khiến hoa nhanh héo.
- C. Anh Hiếu được bạn gợi ý điều chế dung dịch giúp hoa tươi lâu.
- D. Không có phương án nào đúng.

**Câu 11.** Dung dịch giúp hoa tươi lâu do anh Lê Trung Hiếu điều chế KHÔNG gồm chất nào sau đây?

- A. Oxit đồng.
- B. Nước.
- C. Đường.
- D. Không đáp án nào chính xác.

**Câu 12.** Dung dịch của anh Lê Trung Hiếu sử dụng cơ chế nào để giúp hoa tươi lâu hơn?

- A. Sử dụng Ion đồng và đường glucose để tiêu diệt vi khuẩn.
- B. Sử dụng Ion đồng và đường glucose để nuôi dưỡng hoa.
- C. Sử dụng Ion đồng để nuôi dưỡng hoa và đường glucose để tiêu diệt vi khuẩn.
- D. Sử dụng Ion đồng để tiêu diệt vi khuẩn và đường glucose để nuôi dưỡng hoa.

**Câu 13.** Vì sao anh Lê Trung Hiếu sử dụng đường glucose thay vì đường mía?

- A. Vì đường mía khiến vi khuẩn sinh sôi nhanh hơn.
- B. Vì đường mía giá thành cao hơn.
- C. Vì đường glucose giống chất dinh dưỡng tự nhiên hơn.
- D. Vì đường glucose phổ biến hơn.

**Câu 14.** Theo đoạn trích, dung dịch của anh Lê Trung Thành có hiệu quả nhất với loài hoa nào?

- A. Hoa hồng.
- B. Hoa đại.
- C. Hoa cúc.
- D. Hoa lay ơn.

**Câu 15.** Ý chính của đoạn 9 (dòng 43-47) là gì?

- A. Hướng dẫn cách sử dụng dung dịch của anh Lê Trung Hiếu.
- B. Những điểm ưu việt của dung dịch của anh Lê Trung Hiếu.
- C. Giá thành của dung dịch của anh Lê Trung Hiếu.

---

D. Các sản phẩm cạnh tranh với dung dịch của anh Lê Trung Hiếu.

**Câu 16.** Tại đoạn cuối, chị Nguyễn Thị Bé Ngoan có thái độ như thế nào về sản phẩm của anh Lê Trung Thành?

A. Tích cực.

B. Tiêu cực.

C. Trung tính.

D. Hoài nghi.

**Thí sinh đọc Bài đọc 3 và trả lời các câu hỏi 17 – 26.**

### BÀI ĐỌC 3

Một nghiên cứu mới đây cho thấy vào những đêm trước khi trăng tròn (ngày rằm), con người thường đi ngủ muộn và ít hơn. Các nhà nghiên cứu đã tiến hành thực nghiệm với các nhóm tình nguyện viên tại cả thành thị và nông thôn, từ miền bắc Argentina cho đến sinh viên đại học ở thành phố Seattle (Mỹ). Họ đã phát hiện ra sự  
5 lặp lại của hình thái giấc ngủ, cho thấy nhịp sinh học tự nhiên của chúng ta bằng cách nào đó đã được đồng bộ hóa hoặc “cuốn theo” chu kỳ Mặt Trăng.

Horacio de la Iglesia, Giáo sư Sinh học tại Đại học Washington, cho biết: “Chúng tôi nhận thấy tác động rõ ràng của Mặt Trăng lên giấc ngủ, thời lượng giấc ngủ giảm đi và bắt đầu muộn hơn vào những ngày trước trăng tròn. Dù tác động này thể hiện rõ  
10 rệt hơn ở những cộng đồng không tiếp xúc với thiết bị điện, chúng tôi vẫn quan sát được chúng ở các cộng đồng thành thị.”

Sử dụng thiết bị đeo ở cổ tay, nhóm nghiên cứu đã theo dõi hình thái giấc ngủ của 98 cá nhân sống tại ba cộng đồng bản địa Toba-Qom ở tỉnh Formosa, Argentina. Những người này được chia làm ba nhóm: nhóm thứ nhất ở nông thôn không có điện,  
15 nhóm thứ hai ở nông thôn có tiếp cận hạn chế với điện – ví dụ chỉ có một nguồn ánh sáng nhân tạo trong nhà, và nhóm thứ ba tại đô thị được sử dụng thiết bị điện thoải mái. Đối với gần 3/4 số người tham gia, các nhà nghiên cứu đã thu thập dữ liệu về giấc ngủ trong một đến hai chu kỳ trăng.

Các nghiên cứu trước đây của nhóm de la Iglesia và các nhóm nghiên cứu khác đã  
20 kết luận việc tiếp cận thiết bị điện ảnh hưởng đến giấc ngủ: nhóm thành thị đi ngủ muộn và ngủ ít hơn so với tại nông thôn. Nhưng cả ba nhóm đều có những dao động thời gian ngủ giống nhau theo chu kỳ Trăng. Tùy vào cộng đồng, tổng thời lượng giấc ngủ thay đổi trung bình từ 46 đến 58 phút và thời gian bắt đầu đi ngủ là khoảng 30 phút trong suốt chu kỳ Trăng. Ở cả ba nhóm, mọi người đi ngủ muộn nhất và ngủ ít  
25 nhất trong vòng 3 đến 5 ngày trước khi trăng tròn.

Sau khi phát hiện ra mô hình này ở Toba-Qom, nhóm nghiên cứu đã tiến hành phân tích dữ liệu giấc ngủ của 464 sinh viên ở Seattle và phát hiện dao động thời gian tương đồng. Họ nhận thấy các buổi tối trước khi trăng tròn, khoảng thời gian người

---

tham gia ngủ ít nhất và muộn nhất, có nhiều ánh sáng tự nhiên hơn sau hoàng hôn:  
30 Mặt Trăng ngày càng sáng hơn cho đến khi trăng tròn và thường mọc vào cuối buổi  
chiều hoặc đầu buổi tối. Ở nửa sau của chu kỳ trăng tròn, Mặt Trăng vẫn tỏa ra lượng  
ánh sáng đáng kể tuy nhiên muộn hơn, vào giữa đêm vì lúc này Trăng mọc vào buổi  
tối muộn.

Tác giả chính của nghiên cứu, Leandro Casiraghi cho biết: “Giả thuyết của chúng  
35 tôi là các mô hình dao động giấc ngủ chính là sự thích nghi của tổ tiên loài người để  
tận dụng nguồn ánh sáng tự nhiên vào buổi đêm”.

Liệu rằng Mặt Trăng có thật sự ảnh hưởng đến giấc ngủ của chúng ta hay không  
vẫn còn là vấn đề gây tranh cãi. Nhiều nghiên cứu khác đã đưa ra những kết luận khác  
nhau. De la Iglesia và Casiraghi tin rằng nghiên cứu của họ cho thấy một mô hình rõ  
40 ràng hơn do nhóm đã sử dụng máy theo dõi ở cổ tay để thu thập dữ liệu giấc ngủ, trái  
ngược với những phương pháp truyền thống, chẳng hạn như sử dụng nhật ký giấc ngủ  
do người dùng tự báo cáo.

Quan trọng hơn, họ đã theo dõi các đối tượng trong các chu kỳ trăng, giúp lọc ra  
một số dữ liệu gây “nhiều” do sự thay đổi của từng cá nhân trong hình thái ngủ và  
45 những ảnh hưởng từ thiết bị điện.

Những hiệu ứng từ Mặt Trăng cũng có thể giải thích tại sao việc tiếp cận với điện  
lại gây ra những thay đổi rõ rệt đối với giấc ngủ. “Nhìn chung, ánh sáng nhân tạo phá  
vỡ đồng hồ sinh học bẩm sinh của con người. Nó khiến chúng ta đi ngủ muộn hơn và  
ngủ ít hơn vào buổi tối.”, de la Iglesia nói.

Nhóm nghiên cứu cũng tìm thấy mô hình “bán nguyệt” - dao động thứ hai của hình  
thái giấc ngủ trong cộng đồng Toba-Qom theo chu kỳ 15 ngày quanh chu kỳ trăng non  
và trăng tròn. Hiệu ứng bán nguyệt này nhỏ hơn và chỉ thấy rõ ràng ở hai cộng đồng  
nông thôn Toba-Qom. Sẽ cần thêm các nghiên cứu trong tương lai, có thể nguyên  
nhân của những nhịp bán nguyệt này là các tác động khác ngoài ánh sáng, chẳng hạn  
55 như lực hấp dẫn cực đại của Mặt Trăng “kéo mạnh” Trái Đất tại các thời điểm trăng  
non và trăng tròn.

“Nhìn chung, ảnh hưởng chu kỳ Trăng đến giấc ngủ còn cần được khai thác sâu  
thêm, ở thành phố ô nhiễm ánh sáng cao, bạn có thể không biết chu kỳ Trăng là gì trừ  
khi đi ra ngoài hoặc nhìn ra cửa sổ. Nghiên cứu trong tương lai sẽ cần tìm hiểu liệu  
60 chu kỳ Trăng có ảnh hưởng đến đồng hồ sinh học bẩm sinh của chúng ta? Hoặc có các  
yếu tố nào khác ảnh hưởng đến thời lượng của giấc ngủ?”, Casiraghi nói.

**Câu 17.** Ý nào sau đây thể hiện rõ nhất nội dung chính của bài đọc trên?

- A. Các yếu tố ảnh hưởng đến giấc ngủ của con người.
- B. Giác ngủ của con người thay đổi theo chu kỳ Mặt Trăng.
- C. Sự khác biệt giữa hình thái ngủ của người ở đô thị và nông thôn.
- D. Ảnh hưởng của chu kỳ Mặt Trăng đến đời sống con người.

**Câu 18.** Theo đoạn 1 (dòng 1-6), thông tin nào sau đây là KHÔNG chính xác?

- A. Nhóm nghiên cứu tiến hành thí nghiệm tại nhiều địa điểm khác nhau.
- B. Mục đích của nghiên cứu là tìm hiểu tác động của Mặt Trăng với giấc ngủ.
- C. Thời lượng giấc ngủ dài nhất vào khoảng đầu tháng âm lịch.
- D. Tất cả các phương án đều chính xác.

**Câu 19.** Tại đoạn 2 (dòng 7-11), GS Horacio de la Iglesia nhắc tới hai cộng đồng không tiếp xúc thiết bị điện và cộng đồng thành thị nhằm:

- A. chứng minh tính dị biệt của kết luận nghiên cứu.
- B. chứng minh tính phổ quát của kết luận nghiên cứu.
- C. chứng minh tính độc đáo của kết luận nghiên cứu.
- D. chứng minh tính trung lập của kết luận nghiên cứu.

**Câu 20.** Theo đoạn 4 (dòng 19-25), thông tin nào sau đây là chính xác?

- A. Tiếp cận thiết bị điện giúp con người tăng thời gian ngủ.
- B. Người ở nông thôn thường thức muộn hơn người thành thị.
- C. Người ở thành thị thường ngủ nhiều nhất vào 3-5 ngày trước rằm.
- D. Người ở nông thôn thường thức muộn nhất vào 3-5 ngày trước rằm.

**Câu 21.** Từ “họ” ở dòng 28 được dùng để chỉ:

- A. nhóm nghiên cứu.
- B. nhóm sinh viên ở Seattle.
- C. nhóm tình nguyện viên ở Argentina.
- D. cộng đồng người ở thành thị.

**Câu 22.** Dựa vào thông tin tại đoạn 5 và 6 (dòng 26-36), nhà nghiên cứu Leandro Casiraghi nhiều khả năng đồng tình với nhận định nào sau đây?

- A. Trăng mọc muộn hơn khiến con người có xu hướng ngủ muộn hơn.
- B. Sinh viên tại Seattle có xu hướng ngủ nhiều hơn khi tăng tiếp xúc với thiết bị điện.
- C. Tình nguyện viên tại Toba-Qom có xu hướng ngủ ít đi do ánh sáng của trăng rằm.
- D. Tổ tiên loài người đã tiến hóa để loại trừ tác động của Mặt Trăng lên giấc ngủ.

**Câu 23.** Theo đoạn 7 (dòng 37-42), hai nhà nghiên cứu De la Iglesia và Casiraghi đánh giá như thế nào về phương pháp nghiên cứu giấc ngủ truyền thống?



---

20      phô mai hoặc phát hiện táo hoặc chuối bị hỏng. Còn thị giác máy tính có thể phân biệt các mẫu hình ảnh, ví dụ phát hiện bánh quy bị vỡ.

Nhóm nghiên cứu đã kết hợp hai kỹ thuật này để theo dõi độ chín một cách chính xác trong điều kiện không tiếp xúc trực tiếp với miếng thịt. Họ chọn thịt gà, một trong những loại thực phẩm phổ biến nhất, rồi tiến hành nướng một lượng lớn thịt ức gà để  
25      “huấn luyện” máy móc đánh giá và dự đoán độ chín của miếng thịt nướng. Trong nghiên cứu, “mũi điện tử” được thiết kế với tám cảm biến: dò khói, cồn, CO, và các hợp phần khác, nhiệt độ, độ ẩm rồi đặt nó vào trong hệ thống hút khói của bếp. Đồng thời thuật toán thị giác máy tính được sử dụng để tìm mối liên hệ giữa các bức ảnh chụp các miếng gà nướng. Dựa trên dữ liệu mùi vị và hình ảnh thu được, máy móc sẽ  
30      xác định độ chín của từng miếng thịt gà nướng theo thời gian thực.

Để xác định những thay đổi về mùi vị trong các giai đoạn của quá trình nướng gà, các nhà khoa học đã sử dụng phương pháp phân tích nhiệt trọng trường (Thermal Gravimetric Analysis) để theo dõi số lượng hạt vật chất bay hơi trong quá trình nướng mà mũi điện tử có thể phát hiện; và phương pháp phân tích vi sai chuyển động  
35      (Differential Mobility Analysis) để đo đặc kích thước và phổ khối lượng của các hạt vật chất bay hơi.

Nhưng có lẽ phần quan trọng nhất của thí nghiệm này là sự tham gia của 16 nghiên cứu sinh và nhà nghiên cứu. Họ sẽ kiểm tra độ mềm, độ thơm ngon, độ đậm đà của hương vị, độ đẹp mắt và độ chín của từng miếng ức gà nướng rồi đánh giá trên thang  
40      điểm 10. Sau đó các nhà nghiên cứu sẽ tiến hành so sánh dữ liệu thu được với đánh giá của máy tính.

Các nhà nghiên cứu đã nướng thịt bên ngoài phòng thí nghiệm và sử dụng căng tin của Skoltech để làm địa điểm thí nghiệm. “Do diễn ra trong đại dịch COVID-19, chúng tôi phải đeo khẩu trang và thực hiện các thí nghiệm với từng nhóm nhỏ. Đó là  
45      một trải nghiệm rất lạ. Người tham gia phải tuân theo một quy trình ném thức ăn do nhóm nghiên cứu đặt ra. Chúng tôi đã nướng nhiều mẫu, đánh số và cho tình nguyện viên ném thử trong điều kiện bị bịt mắt. Đó là một trải nghiệm thú vị đối với các nhà khoa học vật liệu, vốn thường làm việc với dữ liệu từ các công cụ phân tích phức tạp. Tuy nhiên, các mô thịt gà cũng là một loại vật liệu mà.”, Fedorov nói.

50      Nhóm nghiên cứu cho biết hệ thống của họ có khả năng nhận diện rất tốt thịt gà nướng chưa chín, vừa tới hoặc quá lửa. Do đó nó hoàn toàn có thể được dùng để kiểm soát chất lượng trong bếp ăn. Họ cũng lưu ý là việc sử dụng các kỹ thuật này trên những phần thịt gà khác, ví dụ như cánh hoặc đùi – hoặc cho những phương pháp chế

---

55 biến khác, thì “mũi điện tử” và “mắt điện tử” có thể phải được huấn luyện trên dữ liệu mới.

Các nhà nghiên cứu đang lập kế hoạch kiểm tra các cảm biến của mình trong môi trường bếp nhà hàng. Một ứng dụng tiềm năng của nó có thể là “đánh hơi” mùi thịt hỏng ngay ở giai đoạn đầu khi mũi người chưa thể nhận ra sự thay đổi của mùi vị. “Chúng tôi tin hệ thống này có thể tích hợp với bếp ăn công nghiệp và thậm chí là bếp gia đình như một công cụ hỗ trợ và tư vấn về độ chín và mùi vị của miếng thịt, khi không thể trực tiếp đo nhiệt độ hoặc đo nhiệt độ không hiệu quả”, Fedorov nói.

(Theo Anh Vũ tổng hợp, “Mũi điện tử và thị giác máy tính giúp nướng hoàn hảo thịt gà”, Tạp chí *Tia sáng*, ngày 11/02/2021)

**Câu 27.** Phương án nào sau đây diễn đạt gần đúng nhất ý chính của đoạn trích?

- A. ứng dụng của “mũi điện tử” và thị giác máy tính trong ngành công nghiệp thực phẩm.
- B. Sử dụng “mũi điện tử” và thị giác máy tính để đánh giá độ chín của thịt gà.
- C. ứng dụng công nghệ tự động hóa vào việc chế biến thực phẩm.
- D. Nghiên cứu về công nghệ “mũi điện tử” và thị giác máy tính của viện công nghệ Skoltech.

**Câu 28.** Theo đoạn 1 (dòng 1-5), mục tiêu chính của nghiên cứu được nhắc tới trong bài là gì?

- A. Nghiên cứu công nghệ cảm biến hóa học.
- B. Nghiên cứu công nghệ thị giác máy tính.
- C. Giúp tự động hóa quy trình nướng thịt gà tại các nhà hàng.
- D. Chế tạo lò nướng “thông minh” cho mỗi gia đình.

**Câu 29.** Theo đoạn 2 (dòng 6-12), vì sao ngành khách sạn muốn kiểm soát tự động quy trình nấu ăn?

- A. Vì con người thường mắc lỗi và gặp sai sót trong quá trình làm việc.
- B. Vì hầu hết mọi người đều không thích làm công việc này.
- C. Vì một người không thể bao quát toàn bộ bếp ăn quy mô lớn.
- D. Để đảm bảo chất lượng nguyên liệu đầu vào đồng nhất.

**Câu 30.** Theo đoạn 3 (dòng 13-20), phương án nào sau đây KHÔNG phải là một trong những công dụng của “mũi điện tử”?

- A. Xác định mùi vị của thịt gà nướng.
- B. Phân loại phô mai.
- C. Phát hiện hoa quả bị hỏng.
- D. Phát hiện bánh quy bị vỡ.

**Câu 31.** Ý nào sau đây thể hiện rõ nhất nội dung chính của đoạn 4 (dòng 21-29)?

- A. Cơ chế hoạt động của “mũi điện tử”.
- B. Cơ chế hoạt động của thị giác máy tính.
- C. Cách thức tiến hành nghiên cứu.
- D. Mục tiêu tiến hành nghiên cứu.

**Câu 32.** Theo đoạn 5 (dòng 30-35), người ta sử dụng phương pháp phân tích nhiệt trọng trường nhằm mục đích gì?

- A. Tính số lượng các hạt vật chất bay hơi trong quá trình nướng thịt gà.
- B. Tính toán phổ khối lượng các hạt bay hơi trong quá trình nướng thịt gà.
- C. Đo đạc kích thước các hạt bay hơi trong quá trình nướng thịt gà.
- D. Xác định thành phần các hạt bay hơi trong quá trình nướng thịt gà.

**Câu 33.** Theo đoạn 6 (dòng 36-40), vai trò của các tình nguyện viên trong nghiên cứu này là gì?

- A. Đánh giá chất lượng thịt nướng.
- B. Điều khiển máy tính và các loại cảm biến.
- C. Đảm bảo các loại cảm biến hoạt động ổn định.
- D. Đảm bảo chất lượng quá trình nướng thịt.

**Câu 34.** Tại đoạn 7 (dòng 41-48), đoạn văn “ *Chúng tôi đã nướng nhiều mẫu, đánh số và cho tình nguyện viên ném thử trong điều kiện bị bịt mắt. Đó là một trải nghiệm thú vị đối với các nhà khoa học vật liệu, vốn thường làm việc với dữ liệu từ các công cụ phân tích phức tạp. Tuy nhiên, các mô thịt gà cũng là một loại vật liệu mà.*” minh họa tốt nhất cho ý nào sau đây?

- A. Việc nghiên cứu quá trình nướng thịt gà cần sử dụng nhiều công cụ phức tạp.
- B. Các tình nguyện viên trong nghiên cứu ít tiếp xúc trực tiếp với công việc bếp núc.
- C. Các tình nguyện viên tham gia nghiên cứu nhằm mục đích nghiên cứu các loại vật liệu mới.
- D. Mô thịt gà là một loại vật liệu phức tạp.

**Câu 35.** Theo đoạn cuối, phương hướng phát triển tiếp theo của nghiên cứu này là gì?

- A. Sử dụng cảm biến giúp chữa các bệnh về mũi.
- B. Kiểm tra kết quả nghiên cứu trong môi trường thực tế.
- C. Sử dụng cảm biến để đo nhiệt độ trong bếp ăn công nghiệp hoặc gia đình.
- D. Xây dựng quy trình tự vấn giúp giảm lượng thịt bị hỏng trong quá trình bảo quản.

## II. Phần 2 (5đ) – Toán trắc nghiệm (câu hỏi 36 – 60)

**Câu 36.** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = (x+1)^2(x-1)^3(2-x)$ . Hỏi hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A.  $(2; +\infty)$ .
- B.  $(1; 2)$ .
- C.  $(-\infty; -1)$ .
- D.  $(-1; 1)$ .

**Câu 37.** Cho hàm số  $y = \frac{2x+1}{x+1}$  ( $C$ ), gọi  $I$  là tâm đối xứng của đồ thị ( $C$ ) và  $M(a; b)$  là một điểm thuộc đồ thị. Tiếp tuyến của đồ thị ( $C$ ) tại điểm  $M$  cắt hai tiệm cận của đồ thị ( $C$ ) lần lượt tại hai điểm  $A$  và  $B$ . Để tam giác  $IAB$  có bán kính đường tròn nội tiếp lớn nhất thì tổng  $a+b$  gần nhất với số nào sau đây?

- A. -3.
- B. 0.
- C. 3.
- D. 5.

**Câu 38.** Biết đồ thị hàm số  $y = 2x + \sqrt{ax^2 + bx + 4}$  có tiệm cận ngang  $y = -1$ . Giá trị  $2a - b^3$  bằng

A. 56.                      B. -56.                      C. -72.                      D. 72.

**Câu 39.** Cho  $\log_a b = \sqrt{2}$ . Giá trị của  $M = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}}$  là

A.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .                      C.  $1 - \sqrt{2}$ .                      D.  $1 + \sqrt{2}$ .

**Câu 40.** Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình  $2^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} = m \cdot 3^{\sin^2 x}$  có nghiệm?

A. 7.                      B. 4.                      C. 5.                      D. 6.

**Câu 41.** Một người mua một căn hộ chung cư với giá 500 triệu đồng. Người đó trả trước số tiền là 100 triệu đồng, số tiền còn lại người đó thanh toán theo hình thức trả góp với lãi suất tính trên tổng số tiền còn nợ là 0,5% mỗi tháng. Kể từ ngày mua, sau đúng mỗi tháng người đó trả số tiền cố định là 4 triệu đồng. Thời gian để người đó trả hết nợ là

A. 136 tháng.                      B. 140 tháng.                      C. 139 tháng.                      D. 133 tháng.

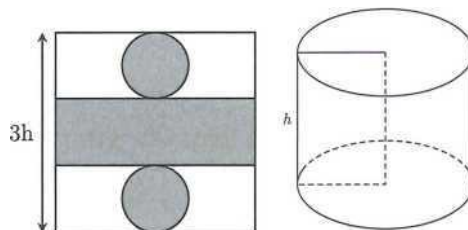
**Câu 42.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có cạnh  $SA = x$  còn tất cả các cạnh khác có độ dài bằng 2. Tính thể tích  $V$  lớn nhất của khối chóp  $S.ABCD$ .

A.  $V = 1$ .                      B.  $V = \frac{1}{2}$ .                      C.  $V = 3$ .                      D.  $V = 2$ .

**Câu 43.** Cắt một khối trụ cho trước thành hai phần thì được hai khối trụ mới có tổng diện tích toàn phần nhiều hơn diện tích toàn phần của khối trụ ban đầu  $32\pi \text{ dm}^2$ . Biết chiều cao của khối trụ ban đầu là 7 dm, tính tổng diện tích toàn phần  $S$  của hai khối trụ mới.

A.  $S = 120\pi \text{ (dm}^2\text{)}$ .                      B.  $S = 144\pi \text{ (dm}^2\text{)}$ .                      C.  $S = 288\pi \text{ (dm}^2\text{)}$ .                      D.  $S = 256\pi \text{ (dm}^2\text{)}$ .

**Câu 44.** Từ một tấm thép phẳng hình chữ nhật, người ta muốn làm một chiếc thùng đựng dầu hình trụ bằng cách cắt ra hai hình tròn bằng nhau và một hình chữ nhật sau đó hàn kín lại, như trong hình vẽ dưới đây. Hai hình tròn làm hai mặt đáy, hình chữ nhật làm thành mặt xung quanh của thùng đựng dầu. Biết thùng đựng dầu có thể tích bằng 50, 24 lít. Tính diện tích của tấm thép hình chữ nhật ban đầu.



A. 1,8 (m<sup>2</sup>).                      B. 2,2 (m<sup>2</sup>).                      C. 1,5 (m<sup>2</sup>).                      D. 1,2 (m<sup>2</sup>).

**Câu 45.** Trong không gian, cho bốn mặt cầu có bán kính lần lượt là 2, 3, 3, 2 tiếp xúc ngoài với nhau. Mặt cầu nhỏ nhất tiếp xúc ngoài với cả bốn mặt cầu nói trên có bán kính bằng

A.  $\frac{5}{9}$ .

B.  $\frac{3}{7}$ .

C.  $\frac{7}{15}$ .

D.  $\frac{6}{11}$ .

**Câu 46.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục và nhận giá trị dương trên  $[0;1]$ .

Biết  $f(x) \cdot f(1-x) = 1$  với mọi  $x \in [0;1]$ . Tính giá trị  $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+f(x)}$ .

A.  $\frac{3}{2}$ .

B.  $\frac{1}{2}$ .

C. 1.

D. 2.

**Câu 47.** Một chất điểm  $A$  xuất phát từ  $O$ , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy

luật  $v(t) = \frac{1}{150}t^2 + \frac{59}{75}t$  (m/s), trong đó  $t$  là khoảng thời gian tính từ lúc  $A$  bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm  $B$  cũng xuất phát từ  $O$ , chuyển động thẳng cùng hướng với  $A$  nhưng chậm hơn 3 giây so với  $A$  và có gia tốc bằng  $a$  (m/s<sup>2</sup>) ( $a$  là hằng số). Sau khi  $B$  xuất phát được 12 giây thì đuổi kịp  $A$ . Vận tốc của  $B$  tại thời điểm đuổi kịp  $A$  bằng

A. 20 (m/s).

B. 16 (m/s).

C. 13 (m/s).

D. 15 (m/s).

**Câu 48.** Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $z + 1 + 3i - |z|i = 0$ . Tính  $S = a + 3b$ .

A.  $S = \frac{7}{3}$ .

B.  $S = -5$ .

C.  $S = 5$ .

D.  $S = -\frac{7}{3}$ .

**Câu 49.** Cho hai số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1| = 2$ ,  $|z_2| = \sqrt{3}$ . Gọi  $M, N$  là các điểm biểu diễn cho  $z_1$  và  $iz_2$ . Biết  $\widehat{MON} = 30^\circ$ . Tính  $S = |z_1^2 + 4z_2^2|$ .

A.  $5\sqrt{2}$ .

B.  $3\sqrt{3}$ .

C.  $4\sqrt{7}$ .

D.  $\sqrt{5}$ .

**Câu 50.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho  $\vec{a} = (1; 2; 1)$ ,  $\vec{b} = (-1; 1; 2)$ ,  $\vec{c} = (x; 3x; x+2)$ . Nếu 3 vector  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  đồng phẳng thì  $x$  bằng

A. 2.

B. 1.

C. -2.

D. -1.

**Câu 51.** Trong không gian với hệ tọa độ  $Oxyz$ , cho mặt cầu  $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$  tâm  $I$  và mặt phẳng  $(P): 2x + 2y - z + 24 = 0$ . Gọi  $H$  là hình chiếu vuông góc của  $I$  trên  $(P)$ . Điểm  $M$  thuộc  $(S)$  sao cho đoạn  $MH$  có độ dài lớn nhất. Tìm tọa độ điểm  $M$ .

A.  $M(-1; 0; 4)$ .

B.  $M(0; 1; 2)$ .

C.  $M(3; 4; 2)$ .

D.  $M(4; 1; 2)$ .

**Câu 52.** Trong không gian  $Oxyz$ , cho hai mặt phẳng  $(\alpha): x - my + z + 6m + 3 = 0$  và  $(\beta): mx + y - mz + 3m - 8 = 0$ ; hai mặt phẳng này cắt nhau theo giao tuyến là đường thẳng  $\Delta$ . Gọi  $\Delta'$  là

hình chiếu của  $\Delta$  lên mặt phẳng  $Oxy$ . Biết rằng khi  $m$  thay đổi thì đường thẳng  $\Delta'$  luôn tiếp xúc với một mặt cầu cố định có tâm  $I(a;b;c)$  thuộc mặt phẳng  $Oxy$ . Tính giá trị biểu thức  $P = 10a^2 - b^2 + 3c^2$ .

- A.  $P = 56$  .                      B.  $P = 9$  .                      C.  $P = 41$  .                      D.  $P = 73$  .

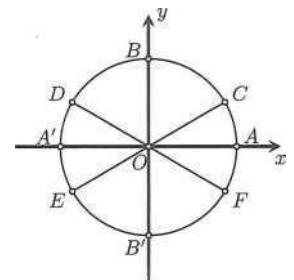
**Câu 53.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có đáy là tam giác vuông tại  $B$ , cạnh bên  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy,  $AB = 2a$ ,  $\angle BAC = 60^\circ$  và  $SA = a\sqrt{2}$ . Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(SAC)$  bằng

- A.  $30^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Câu 54.** Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = a$ ,  $AD = 2a$ ,  $AA' = a$ . Gọi  $M$  là điểm trên đoạn  $AD$  với  $\frac{AM}{MD} = 3$ . Gọi  $x$  là độ dài khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AD'$ ,  $B'C$  và  $y$  là độ dài khoảng cách từ  $M$  đến mặt phẳng  $(AB'C)$ . Tính giá trị  $xy$ .

- A.  $\frac{5a^5}{3}$  .                      B.  $\frac{a^2}{2}$  .                      C.  $\frac{3a^2}{4}$  .                      D.  $\frac{3a^2}{2}$  .

**Câu 55.** Nghiệm của phương trình  $2\sin x + 1 = 0$  được biểu diễn trên đường tròn lượng giác ở hình bên là những điểm nào?



- A. Điểm  $D$ , điểm  $C$ .  
 B. Điểm  $E$ , điểm  $F$ .  
 C. Điểm  $C$ , điểm  $F$ .  
 D. Điểm  $E$ , điểm  $D$ .

**Câu 56.** Từ các chữ số 2, 3, 4 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 2 lần, chữ số 3 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 4 lần?

- A. 1260.                      B. 40320.                      C. 120.                      D. 1728.

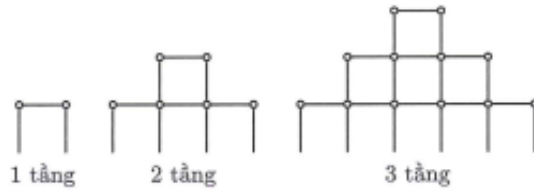
**Câu 57.** Trong trận đấu bóng đá giữa 2 đội Real Madrid và Barcelona, trọng tài cho đội Barcelona được hưởng một quả Penalty. Cầu thủ sút phạt ngẫu nhiên vào 1 trong bốn vị trí 1, 2, 3, 4 và thủ môn bay người cản phá ngẫu nhiên đến 1 trong 4 vị trí 1, 2, 3, 4 với xác suất như nhau. Biết nếu cầu thủ



sút và thủ môn bay người cùng vào vị trí 1 hoặc 2 thì thủ môn cản phá được cú sút đó, nếu cùng vào vị trí 3 hoặc 4 thì xác suất cản phá thành công là 50%. Tính xác suất của biến cố “cú sút đó không vào lưới”?

- A.  $\frac{5}{16}$  .                      B.  $\frac{3}{16}$  .                      C.  $\frac{1}{8}$  .                      D.  $\frac{1}{4}$  .

**Câu 58.** Bạn An chơi trò chơi xếp các que diêm thành tháp theo qui tắc thể hiện như hình vẽ. Để xếp được tháp có 10 tầng thì bạn An cần đúng bao nhiêu que diêm?



A. 210.

B. 39.

C. 100.

D. 270.

**Câu 59.** Cho dãy số  $(u_n)$  với  $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^2, n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$ . Tính  $u_{21}$ .

A.  $u_{21} = 3080$ .

B.  $u_{21} = 3312$ .

C.  $u_{21} = 2871$ .

D.  $u_{21} = 3011$ .

**Câu 60.** Cấp số nhân 5; 10; ...; 1280 có bao nhiêu số hạng?

A. 9.

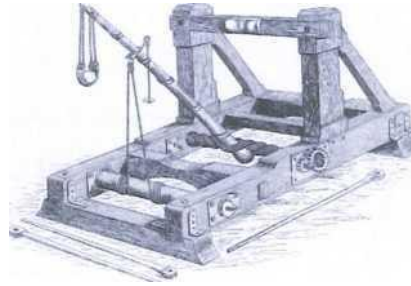
B. 7.

C. 8.

D. 10.

### III. Phần 3 (2,5đ) – Toán tự luận

**Bài 1.** Đạn bắn ra từ 1 máy bắn đá có quỹ đạo là một Parabol  $(P)$ . Biết rằng đạn của máy bắn đá bắn xa 100m và tại thời điểm đạn cao 60m thì đạn cách điểm bắn 80m.



1. Vị trí đạn bay cao nhất cách mặt đất bao nhiêu?
2. Máy bắn đá cách tường thành địch 90m. Biết tường thành cao 30m. Hỏi đạn pháo có vượt qua được tường thành không?
3. Địch xây chòi phòng thủ cao 20m phía trước tường thành. Hỏi phải đặt máy bắn đá cách chòi bao xa để đạn có thể bắn trúng chòi? Biết rằng để tránh bị địch tấn công thì máy bắn đá phải đặt cách thành địch ít nhất 50m.

**Bài 2.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thang vuông tại  $A$  và  $D$ ,  $AB = 2a$ ,  $AD = DC = a$ ,  $SA = a\sqrt{2}$ ,  $SA \perp (ABCD)$ .

1. Tính cosin của góc giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(SCD)$ .
2. Tính thể tích chóp  $S.ABCD$ .

**Đáp án**

1-B	2-B	3-C	4-D	5-B	6-A	7-D	8-D	9-C	10-D
11-A	12-D	13-C	14-D	15-B	16-A	17-B	18-C	19-B	20-D
21-A	22-C	23-A	24-B	25-D	26-B	27-B	28-C	29-C	30-D
31-C	32-A	33-A	34-B	35-B	36-B	37-B	38-B	39-A	40-B
41-C	42-D	43-A	44-C	45-D	46-B	47-B	48-B	49-C	50-A
51-C	52-C	53-B	54-B	55-B	56-A	57-B	58-A	59-C	60-A

## LỜI GIẢI CHI TIẾT

### Câu 1.

Phương án đúng là phương án “Toàn cảnh thế giới số trong năm 2020.”. Các phương án còn lại chỉ nêu được một ý trong toàn bài.

### Câu 2.

Đến cuối năm 2020, lượng người sử dụng internet: 4,66 tỉ người; tổng dân số thế giới: 7,83 tỉ người.

→ Số người sử dụng internet tương đương số phần trăm dân số thế giới là:  $(4,66 : 7,83) \times 100\% = 59,5\%$ , tức là khoảng 60%.

### Câu 3.

Số người sử dụng MXH năm 2020: 4,2 tỉ người.

Số người bắt đầu sử dụng MXH năm 2020: 0,49 tỉ người.

→ Số người dùng MXH năm 2019 là:  $4,2 - 0,49 = 3,71$  tỉ người, tức là khoảng 3,7 tỉ người.

### Câu 4.

Tổng số giờ sử dụng smartphone Android: 3,5 nghìn tỉ giờ. Số giờ sử dụng trung bình: 4h/ngày. Coi số lượng người dùng Android trong năm không thay đổi.

→ Số thiết bị trung bình =  $3,5$  nghìn tỉ giờ/ $365$  ngày/ $4$ h =  $2,4$  tỉ.

### Câu 5.

Thế giới có 4,66 tỉ người dùng Internet.

90% trong số họ sử dụng qua điện thoại thông minh.

→ Số người trên thế giới đang sử dụng Internet thông qua điện thoại thông minh là:  $4,66 \times 90\% = 4,2$  tỉ.

### Câu 6.

Thông tin tại dòng 33-34: Nhật là quốc gia dành ít thời gian trực tuyến nhất, trung bình 4,5 giờ.

### Câu 7.

Đoạn trích chỉ cho biết 45% trong số 98% người được hỏi có sử dụng công cụ tìm kiếm giọng nói mà không cung cấp tổng số người được hỏi. Do đó không có dữ liệu để trả lời câu hỏi.

### Câu 8.

Thông tin tại dòng 43-45: “...các sản phẩm thời trang và làm đẹp chiếm tỷ trọng lớn nhất...”.

---

**Câu 9.**

Ý chính các đoạn trong bài:

Đoạn 1-2: Giới thiệu về đề tài và tác giả nghiên cứu chế tạo dung dịch giúp hoa tươi lâu từ oxit đồng.

Đoạn 3-7: Quá trình tiến hành nghiên cứu.

Đoạn 8: Sản phẩm hình thành từ nghiên cứu của anh Lê Trung Hiếu.

Đoạn 9-10: Đánh giá của tác giả và khách hàng về sản phẩm dung dịch giúp hoa tươi lâu.

Tổng hợp các ý trên, ta có ý chính của toàn bài là: “Kỹ sư điện tử chế tạo dung dịch ion đồng giữ hoa tươi gấp ba lần.”

**Câu 10.**

A. Anh Hiếu là kỹ sư chuyên ngành sinh hóa. → Sai, anh Hiếu là kỹ sư Điện – Điện tử.

B. Đường và thuốc kháng sinh là những tác nhân khiến hoa nhanh héo. → Sai, hai chất này giúp hoa tươi lâu hơn.

C. Anh Hiếu được bạn gợi ý điều chế dung dịch giúp hoa tươi lâu. → Sai, người bạn chỉ mua tặng hoa cho anh, không gợi ý điều chế dung dịch.

**Câu 11.**

Dung dịch chứa ion đồng, không phải oxit đồng.

**Câu 12.**

Thông tin tại dòng 15-18: “...ion đồng có khả năng diệt khuẩn cực mạnh... cung cấp chất dinh dưỡng cho cành hoa, giúp tươi lâu”.

**Câu 13.**

Thông tin tại dòng 33-35: “...vì đường này giống với cơ chế quang hợp...”.

**Câu 14.**

Thông tin tại dòng 39-40: “...hoa lay on từ 4 ngày lên 15 ngày...”.

**Câu 15.**

Đoạn 9 nêu ba thông tin lớn: Dung dịch của anh Hiếu có giá thành rẻ (chỉ 1000đ/bình hoa), thuận tiện (dạng dung dịch) và bảo quản được hoa lâu hơn. → Ý chính của đoạn là những điểm ưu việt của dung dịch.

**Câu 16.**

Dung dịch giúp của hàng của chị Ngoan giảm được nhân công, tăng doanh thu → thái độ tích cực.

**Câu 17.**

Ý chính của các đoạn trong bài:

Đoạn 1-2: Giới thiệu về nghiên cứu.

Đoạn 3: Cách thức tiến hành nghiên cứu với nhóm tình nguyện viên tại Argentina.

Đoạn 4: Kết quả nghiên cứu từ nhóm tình nguyện viên tại Argentina.

Đoạn 5-6: Giả thuyết giải thích vì sao giắc ngủ dao động theo chu kỳ mặt Trăng.

---

Đoạn 7-8: Giải thích phương pháp nghiên cứu của De la Iglesia và Casiraghi.

Đoạn 9: Lí do đồng hồ sinh học thay đổi khi con người tiếp xúc với nguồn sáng nhân tạo.

Đoạn 10: Mô hình “bán nguyệt”.

Đoạn 11: Định hướng phát triển tiếp theo của nghiên cứu.

Tổng hợp ý các đoạn, ta có ý chính của toàn bài là: “Giấc ngủ của con người thay đổi theo chu kỳ mặt Trăng.”

**Câu 18.**

Đoạn trích chỉ cho biết thời lượng giấc ngủ ngắn nhất vào ngày rằm, không cung cấp thông tin dài nhất vào ngày nào.

**Câu 19.**

GS nhắc tới hai cộng đồng nhằm nhấn mạnh kết luận của nghiên cứu đúng với cả nhóm có và không/ít sử dụng thiết bị điện thông qua đó nêu bật tính phổ quát của nghiên cứu.

**Câu 20.**

Thông tin tại dòng 24-25: “...trong vòng 3 đến 5 ngày trước khi trăng tròn”.

**Câu 21.**

Từ “họ” chỉ nhóm nghiên cứu là chủ ngữ của câu liền trước.

**Câu 22.**

A. Trăng mọc muộn hơn khiến con người có xu hướng ngủ muộn hơn. → Sai, Trăng mọc muộn khiến con người đi ngủ sớm hơn (do không có ánh sáng tự nhiên).

B. Sinh viên tại Seattle có xu hướng ngủ nhiều hơn khi tăng tiếp xúc với thiết bị điện. → Sai, con người ngủ ít đi khi tiếp xúc nhiều với thiết bị điện.

C. Tình nguyện viên tại Toba-Qom có xu hướng ngủ ít đi do ánh sáng của trăng rằm.

D. Tổ tiên loài người đã tiến hóa để loại trừ tác động của mặt Trăng lên giấc ngủ. → Sai, tổ tiên loài người đã tiến hóa theo chu kỳ mặt Trăng để tận dụng ánh sáng tự nhiên từ Trăng.

**Câu 23.**

Hai nhà nghiên cứu cho rằng dữ liệu trong phương pháp truyền thống có thể không chính xác do sai sót trong quá trình người dùng ghi lại bằng nhật kí.

**Câu 24.**

Từ “nó” được dùng để chỉ ánh sáng nhân tạo là chủ ngữ của câu liền trước.

**Câu 25.**

Tác giả không đề cập nguyên nhân chỉ quan sát được mô hình bán nguyệt ở nhóm nông thôn.

**Câu 26.**

Trong đoạn cuối, tác giả nghiên cứu chia sẻ các hướng phát triển tiếp theo trong tương lai.

**Câu 27.**

Ý chính các đoạn trong bài:

---

Đoạn 1: Giới thiệu nghiên cứu cảm biến đánh giá độ chín của thịt gà tự động.

Đoạn 2: Sự cần thiết của hệ thống cảm biến đánh giá độ chín của đồ ăn tự động.

Đoạn 3: Định hướng chính của nghiên cứu.

Đoạn 4-7: Các bước tiến hành nghiên cứu.

Đoạn 8: Kết quả nghiên cứu.

Đoạn 9: Các phương hướng phát triển nghiên cứu trong tương lai.

Tổng hợp các ý trên, ta có ý chính của toàn bài là: “Sử dụng “mũi điện tử” và thị giác máy tính để đánh giá độ chín của thịt gà.”

**Câu 28.**

A. Nghiên cứu công nghệ cảm biến hóa học. → Sai, đây là một trong các công nghệ được nghiên cứu sử dụng, không phải mục đích của nghiên cứu.

B. Nghiên cứu công nghệ thị giác máy tính. → Sai, đây là một trong các công nghệ được nghiên cứu sử dụng, không phải mục đích của nghiên cứu.

C. Giúp tự động hóa quy trình nướng thịt gà tại các nhà hàng. → Đúng.

D. Chế tạo lò nướng “thông minh” cho mỗi gia đình. → Sai, đây chỉ là một khả năng ứng dụng trong tương lai, không phải mục tiêu trực tiếp hiện tại của nghiên cứu. Lưu ý tác giả sử dụng từ “biết đâu”.

**Câu 29.**

Thông tin tại dòng 9: “...với một khu bếp lớn, bạn không thể phụ thuộc vào đôi mắt hoặc cái mũi của chỉ một người...”.

**Câu 30.**

Thông tin tại dòng 20: “thị giác máy tính” có thể phát hiện bánh quy bị vỡ, không phải “mũi điện tử”.

**Câu 31.**

Đoạn 4 giải thích cách thức các nhà khoa học sử dụng “mũi điện tử” và thị giác máy tính để theo dõi được độ chín của thịt gà nướng.

**Câu 32.**

Thông tin tại dòng 32: “...để theo dõi số lượng hạt vật chất bay hơi trong quá trình nướng...”.

**Câu 33.**

Các tình nguyện viên tham gia đánh giá chất lượng từng miếng thịt nướng. Sau đó kết quả đánh giá được các nhà nghiên cứu đem so sánh với đánh giá của máy móc để kiểm tra và cân chỉnh độ chính xác của máy.

**Câu 34.**

Ý của đoạn văn là các tình nguyện viên tham gia nghiên cứu (các nhà khoa học vật liệu) thường tiếp xúc với các dữ liệu máy tính, ít tham gia trực tiếp vào các công việc nấu nướng như trong nghiên cứu này.

**Câu 35.**

Thông tin tại dòng 54: “Các nhà nghiên cứu đang lập kế hoạch kiểm tra các cảm biến của mình trong môi trường bếp nhà hàng.”

**Câu 36.**

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ta có

Dựa vào bảng biến thiên (hình bên) ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng  $(1; 2)$ .

$x$	$-\infty$	$-1$	$1$	$2$	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	$0$	$-$	$0$	$+$
$f(x)$	$+\infty$				$f(2)$	
					$f(1)$	$-\infty$

**Câu 37.**

Ta có  $I(-1; 2)$ ;  $M\left(a; \frac{2a+1}{a+1}\right)$ . Lại có,  $y'_{(a)} = \frac{1}{(a+1)^2}$ .

Phương trình tiếp tuyến tại  $M$ :  $y = \frac{1}{(a+1)^2}(x-a) + \frac{2a+1}{a+1}$ .

Giao của tiếp tuyến và tiệm cận đứng  $A\left(-1; \frac{2a}{a+1}\right)$ .

Giao của tiếp tuyến và tiệm cận ngang  $B(2a+1; 2)$ .

Ta có  $IA = \frac{2}{|a+1|}$ ;  $IB = 2|a+1|$ ;  $S_{\Delta IAB} = \frac{1}{2}IA \cdot IB = 2 = p \cdot r$ ;

$$p = IA + IB + AB = IA + IB + \sqrt{IA^2 + IB^2} \geq 2\sqrt{IA \cdot IB} + \sqrt{2IA \cdot IB} = 2\sqrt{4} + \sqrt{2 \cdot 4}$$

Suy ra  $r_{\max}$  khi  $P_{\min}$ . Khi đó  $IA = IB$ . Suy ra  $M$  là giao điểm của đường thẳng  $d$  đi qua  $I$  có hệ số góc  $k = -1$  và đồ thị hàm số.

Phương trình qua  $d$  có dạng  $y - 2 = -1(x + 1) \Leftrightarrow y = -x + 1$

Hoành độ giao điểm của  $d$  và đồ thị hàm số là nghiệm của phương trình

$$-x + 1 = \frac{2x+1}{x+1} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(0; 1) \\ M(-2; 3) \end{cases} \Rightarrow a + b = 1$$

**Câu 38.**

Điều kiện  $ax^2 = bx + 4 \geq 0$ . Để đồ thị hàm số có tiệm cận ngang thì  $a > 0$ .

Khi đó, ta có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 2x + \sqrt{ax^2 + bx + 4} \right) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} (2x + \sqrt{ax^2 + bx + 4}) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{(a-4)x^2 + bx + 4}{\sqrt{ax^2 + bx + 4} - 2x} = -1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-4=0 \\ \frac{b}{-\sqrt{a-2}} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=4 \end{cases} \text{ . Vậy } 2a - b^3 = -56 \text{ .}$$

**Câu 39.**

Từ  $\log_a b = \sqrt{2} \Leftrightarrow b = a^{\sqrt{2}}$  thay vào ta được:

$$M = \log_{\frac{\sqrt{a^{\sqrt{2}}}}{a}} \sqrt{\frac{a^{\sqrt{2}}}{a}} = \log_{a^{\frac{\sqrt{2}-1}{2}}} a^{\frac{\sqrt{2}-1}{2}} = \frac{\sqrt{2}-1}{\frac{\sqrt{2}-1}{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

**Câu 40.**

Ta có  $2^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} = m.3^{\sin^2 x} \Leftrightarrow 2^{\sin^2 x} + 3^{1-\sin^2 x} = m.3^{\sin^2 x}$

Đặt  $t = \sin^2 x, t \in [0;1]$  . Phương trình đã cho trở thành

$$2^t + 3^{1-t} = m.3^t \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^t + 3^{1-2t} = m$$

Xét hàm số  $f(t) = \left(\frac{2}{3}\right)^t + 3^{1-2t}$  , với  $t \in [0;1]$  . Ta có  $f'(t) = \left(\frac{2}{3}\right)^t \cdot \ln \frac{2}{3} - 2 \cdot 3^{1-2t} \cdot \ln 3$  ;

$$f''(t) = \left(\frac{2}{3}\right)^t \cdot \left(\ln \frac{2}{3}\right)^2 + 4 \cdot 3^{1-2t} \cdot (\ln 3)^2 > 0 \quad \forall t \in [0;1]$$

$\Rightarrow f'(t)$  liên tục và đồng biến trên  $[0;1]$  nên  $f'(t) \leq f'(1) = \frac{2}{3} \ln \frac{2}{9} < 0, \quad \forall t \in [0;1]$

$\Rightarrow f(t)$  liên tục và nghịch biến trên  $[0;1]$  nên  $f(1) \leq f(t) \leq f(0), \quad \forall t \in [0;1]$

**Câu 41.**

Tổng số tiền người đó còn nợ là  $A_0 = 400$  triệu đồng.

Số tiền người đó còn nợ hết tháng thứ nhất là:  $A_1 = A_0 + 0, 5\%.A_0 - 4 = 1,005.A_0 - 4$ .

Số tiền người đó còn nợ hết tháng thứ hai là:  $A_2 = A_1 + 0, 5A_1 - 4 = 1,005A_1 - 4$   
 $= 1,005(1,005A_0 - 4) - 4 = (1,005)^2 A_0 - 4(1,005 + 1)$ .

Số tiền người đó còn nợ hết tháng thứ ba là:  $A_3 = A_2 + 0, 5\%A_2 - 4 = 1,005A_2 - 4$   
 $= 1,005[(1,005)^2 A_0 - 4(1,005 + 1)] - 4 = (1,005)^3 A_0 - 4[(1,005)^2 + 1,005 + 1]$ .

.....

Số tiền người đó còn nợ hết tháng thứ  $n$  là:

$$A_n = (1,005)^n \cdot A_0 - 4[(1,005)^{n-1} + (1,005)^{n-2} + \dots + 1].$$

Ta có:  $1 + 1,005 + (1,005)^2 + \dots + (1,005)^{n-2} + (1,005)^{n-1}$  là tổng  $n$  số hạng của một cấp số nhân có số hạng đầu  $u_1 = 1$  và  $q = 1,005$ .

$$\text{Do đó } S_n = \frac{1[1 - (1,005)^n]}{1 - 1,005} = 200[(1,005)^n - 1]$$

$$\text{Người đó trả hết nợ khi } A_n = 0 \Rightarrow (1,005)^n \cdot A_0 - 800[(1,005)^n - 1] = 0$$

$$\Leftrightarrow 400 \cdot (1,005)^n = 800 \Leftrightarrow (1,005)^n = 2 \Leftrightarrow n = \log_{1,005} 2 \approx 138,98 \text{ (tháng).}$$

Vậy người đó trả hết nợ sau 139 tháng.

### Câu 42.

Gọi  $O$  là giao điểm của  $AC$  và  $BD$ .

Ta có  $\triangle BAD = \triangle BSD = \triangle BCD$  nên

$$AO = SO = CO \Rightarrow SO = \frac{1}{2} AC \Rightarrow \triangle SAC \text{ vuông tại } S.$$

$$\text{Do đó, } AC = \sqrt{SA^2 + SC^2} = \sqrt{x^2 + 4}$$

$$\Rightarrow OD = \sqrt{AD^2 - AO^2} = \sqrt{4 - \frac{4+x^2}{4}} = \frac{\sqrt{12-x^2}}{2}$$

$$\Rightarrow BD = \sqrt{12-x^2}, \quad 0 < x < 2\sqrt{3}$$

$$\text{Ta thấy } \begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SO \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$$

Trong  $\triangle SAC$  hạ  $SH \perp AC$ .

$$\text{Khi đó, } \begin{cases} SH \perp AC \\ SH \perp BD \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$$

$$\text{Xét tam giác vuông } SAC \text{ có } \frac{1}{SH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{SC^2} \Rightarrow SH = \frac{SA \cdot SC}{\sqrt{SA^2 + SC^2}} = \frac{2x}{\sqrt{4+x^2}}$$

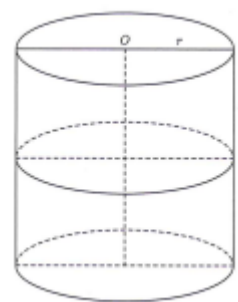
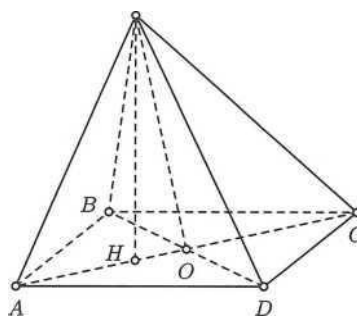
$$\Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{x^2 + 4} \cdot \sqrt{12 - x^2} \cdot \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 4}} = \frac{1}{3} \cdot x \cdot \sqrt{12 - x^2} \leq \frac{1}{3} \cdot \frac{x^2 + 12 - x^2}{2} = 2$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi  $x^2 = 12 - x^2 \Rightarrow x = \sqrt{6}$ .

### Câu 43.

Gọi  $r, h$  lần lượt là bán kính đáy và chiều cao khối trụ ban đầu  $(T)$ .

Gọi  $h_1, h_2$  lần lượt là chiều cao của hai khối trụ mới  $(T_1), (T_2)$ .



Diện tích toàn phần khối trụ  $(T)$  là:  $S = 2\pi rh + 2\pi r^2$ .

Diện tích toàn phần khối trụ  $(T_1)$  là:  $S_1 = 2\pi rh_1 + 2\pi r^2$ .

Diện tích toàn phần khối trụ  $(T_2)$  là:  $S_2 = 2\pi rh_2 + 2\pi r^2$ .

$$\Rightarrow S_1 + S_2 = 2\pi r(h_1 + h_2) + 4\pi r^2$$

Theo đề bài ta có  $S_1 + S_2 - S = 32\pi \Leftrightarrow 2\pi r^2 = 32\pi \Leftrightarrow r = 4$

$$\text{Vậy } S_1 + S_2 = 2\pi rh + 4\pi r^2 = 2\pi \cdot 4 \cdot 7 + 4\pi \cdot 16 = 120\pi \text{ (dm}^2\text{)}$$

#### Câu 44.

Đổi 50,24 (lít) = 50,24 (dm<sup>3</sup>) = 0,05024(m<sup>3</sup>).

Dựa vào hình vẽ ta thấy, bán kính đường tròn đáy của thùng đựng dầu là  $R = \frac{1}{2}h$ .

Thể tích thùng đựng dầu là:  $V = \pi R^2 h \Leftrightarrow 0,05024 = \frac{\pi h^3}{4} \Rightarrow h = 0,4$

Diện tích hình chữ nhật ban đầu gấp 3 lần diện tích xung quanh của hình trụ.

$$\text{Vậy } S = 3 \cdot 2\pi Rh = 6 \cdot 3 \cdot 14 \cdot \frac{h^2}{2} = 6 \cdot 3 \cdot 14 \cdot \frac{0,4^2}{2} = 1,5072 \text{ (m}^2\text{)}$$

#### Câu 45.

Gọi  $A, B, C, D$  là tâm bốn mặt cầu, không mất tính tổng quát ta giả sử  $AB = 4, AC = BD = AD = BC = 5$ .

Gọi  $M, N$  lần lượt là trung điểm của  $AB, CD$ .

Dễ dàng tính được  $MN = 2\sqrt{3}$ . Gọi  $I$  là tâm mặt cầu nhỏ nhất với bán kính  $r$  tiếp xúc với bốn mặt cầu trên.

Vì  $IA = IB, IC = ID$  nên  $I$  nằm trên đoạn  $MN$ .

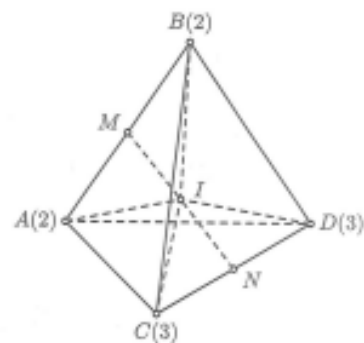
Đặt  $IN = x$ , ta có  $IC = \sqrt{3^2 + x^2} = 3 + r$ ,

$$IA = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3} - x)^2} = 2 + r$$

Từ đó suy ra

$$\sqrt{3^2 + x^2} - \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3} - x)^2} = 1 \Leftrightarrow x = \frac{12\sqrt{3}}{11}$$

$$\text{Vậy } r = \sqrt{3^2 + \left(\frac{12\sqrt{3}}{11}\right)^2} - 3 = \frac{6}{11}$$



**Câu 46.**

$$1 + f(x) = f(x)f(1-x) + f(x) \Rightarrow \frac{f(x)}{1+f(x)} = \frac{1}{f(1-x)+1}$$

Ta có

$$I = \int_0^1 \frac{dx}{1+f(x)}$$

Xét  $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+f(x)}$ . Đặt  $t = 1-x \Leftrightarrow x = 1-t \Rightarrow dx = -dt$ .

Đổi cận  $x = 0 \Rightarrow t = 1$ ;  $x = 1 \Rightarrow t = 0$ .

$$\text{Khi đó, } I = -\int_1^0 \frac{dt}{1+f(1-t)} = \int_0^1 \frac{dt}{1+f(1-t)} = \int_0^1 \frac{dx}{1+f(1-x)} = \int_0^1 \frac{f(x) dx}{1+f(x)}$$

$$\text{Mặt khác, } \int_0^1 \frac{dx}{1+f(x)} + \int_0^1 \frac{f(x) dx}{1+f(x)} = \int_0^1 \frac{1+f(x)}{1+f(x)} dx = \int_0^1 dx = 1 \quad \text{hay } 2I = 1.$$

$$\text{Vậy } I = \frac{1}{2}.$$

**Câu 47.**

+) Từ đề bài, ta suy ra: tính từ lúc chất điểm  $A$  bắt đầu chuyển động cho đến khi bị chất điểm  $B$  bắt kịp thì  $A$  đi được 15 giây,  $B$  đi được 12 giây.

+) Biểu thức vận tốc của chất điểm  $B$  có dạng  $v_B(t) = \int a dt = at + C$ , lại có  $v_B(0) = 0$  nên  $v_B(t) = at$ .

+) Từ lúc chất điểm  $A$  bắt đầu chuyển động cho đến khi bị chất điểm  $B$  bắt kịp thì quãng đường hai chất điểm đi được là bằng nhau. Do đó

$$\int_0^{15} \left( \frac{1}{150} t^2 + \frac{59}{75} t \right) dt = \int_0^{12} at dt \Leftrightarrow 96 = 72a \Leftrightarrow a = \frac{4}{3}$$

Từ đó, vận tốc của  $B$  tại thời điểm đuổi kịp  $A$  bằng  $v_B(12) = \frac{4}{3} \cdot 12 = 16 (m/s)$ .

**Câu 48.**

$$\text{Ta có } z + 1 + 3i - |z|i = 0 \Leftrightarrow a + bi + 1 + 3i - i\sqrt{a^2 + b^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow a + 1 + (b + 3 - \sqrt{a^2 + b^2})i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a + 1 = 0 \\ b + 3 = \sqrt{a^2 + b^2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b \geq -3 \\ (b+3)^2 = 1+b^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -\frac{4}{3} \end{cases} \Rightarrow S = -5$$

**Câu 49.**

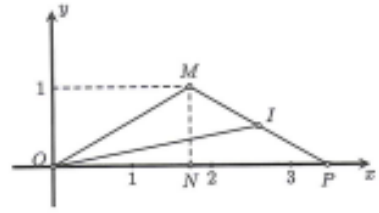
Ta có  $S = |z_1^2 + 4z_2^2| = |z_1^2 - (2iz_2)^2| = |z_1 - 2iz_2| \cdot |z_1 + 2iz_2|$

Gọi  $P$  là điểm biểu diễn của số phức  $2iz_2$ .

Khi đó ta có

$$|z_1 - 2iz_2| \cdot |z_1 + 2iz_2| = |OM - OP| \cdot |OM + OP|$$

$$= |PM| \cdot |2OI| = 2PM \cdot OI \quad (I \text{ là trung điểm } PM).$$



Do  $\angle MON = 30^\circ$  nên áp dụng định lí cosin ta tính được  $MN = 1$ .

Khi đó  $\triangle OMP$  có  $MN$  đồng thời là đường cao và đường trung tuyến,

suy ra  $\triangle OMP$  cân tại  $M \Rightarrow PM = OM = 2$ .

Áp dụng định lí đường trung tuyến cho  $\triangle OMN$  ta có:

$$OI^2 = \frac{OM^2 + OP^2}{2} - \frac{MP^2}{4} = 7$$

Vậy  $S = 2PM \cdot OI = 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{7} = 4\sqrt{7}$ .

**Câu 50.**

Ta có  $\begin{cases} a = (1; 2; 1) \\ b = (-1; 1; 2) \end{cases} \Rightarrow [a; b] = (3; -3; 3)$

Khi đó  $a, b, c$  đồng phẳng  $\Leftrightarrow [a; b] \cdot c = 0 \Leftrightarrow 3x - 9x + 3(x + 2) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ .

**Câu 51.**

Ta có tâm  $I(1; 2; 3)$  và bán kính  $R = 3$ . Do  $d(I; (P)) = 9 > R$  nên mặt phẳng  $(P)$  không cắt mặt cầu  $(S)$ . Do  $H$  là hình chiếu của  $I$  lên  $(P)$  và  $MH$  lớn nhất nên  $M$  là giao điểm của đường thẳng  $IH$  với mặt cầu  $(S)$ .

Đường thẳng  $IH$  nhận  $n_{(P)} = (2; 2; -1)$  làm vectơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng  $IH$  là  $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$

Giao điểm của  $IH$  với  $(S)$   $9t^2 = 9 \Leftrightarrow t = \pm 1 \Rightarrow M_1(3; 4; 2)$  và  $M_2(-1; 0; 4)$ .

$M_1H = d(M_1; (P)) = 12$ ;  $M_2H = d(M_2; (P)) = 6$ . Vậy điểm cần tìm là  $M(3; 4; 2)$ .

**Câu 52.**

Mặt phẳng  $(\alpha): x - my + z + 6m + 3 = 0$  có một vector pháp tuyến là  $\vec{n}_1 = (1; -m; 1)$ , và mặt phẳng  $(\beta): mx + y - mz + 3m - 8 = 0$  có một vector pháp tuyến là  $\vec{n}_2 = (m; 1; -m)$ .

Ta có  $M\left(-3m + \frac{4}{m} - 3; 0; -3m - \frac{4}{m}\right) \in \Delta = (\alpha) \cap (\beta)$ .

Do đó  $\Delta$  có một vector chỉ phương là  $\vec{u} = [\vec{n}_1; \vec{n}_2] = (m^2 - 1; 2m; m^2 + 1)$ .

Gọi  $(P)$  là mặt phẳng chứa đường thẳng  $\Delta$  và vuông góc với mặt phẳng  $(Oxy)$ . Khi đó  $(P)$  có một vector pháp tuyến là  $\vec{n} = [\vec{u}; \vec{k}] = (2m; 1 - m^2; 0)$ .

Phương trình mặt phẳng  $(P)$  là:  $2mx + (1 - m^2)y + 6m^2 + 6m - 8 = 0$ .

Vì  $I(a; b; c) \in (Oxy)$  nên  $I(a; b; 0)$ .

Theo giả thiết ta suy ra  $(P)$  là tiếp diện của mặt cầu  $(S) \Rightarrow d(I; (P)) = R$

$$\Leftrightarrow \frac{|2ma + (1 - m^2)b + 6m^2 + 6m - 8|}{\sqrt{4m^2 + (1 - m^2)^2}} = R > 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{|2m(a + 3) + (6 - b)m^2 + b - 8|}{m^2 + 1} = R > 0$$

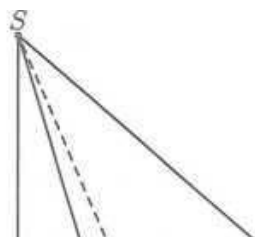
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m(a + 3) + (6 - b)m^2 + b - 8 = R(m^2 + 1) \\ 2m(a + 3) + (6 - b)m^2 + b - 8 = -R(m^2 + 1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} 2(a + 3) = 0 \\ 6 - b = R \\ b - 8 = R \\ R > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ 6 - b = b - 8 \\ R = 6 - b > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 7 \end{cases} \\ \begin{cases} 2(a + 3) = 0 \\ 6 - b = -R \\ b - 8 = -R \\ R > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 = 0 \\ 6 - b = b - 8 \\ -R = 6 - b < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 7 \end{cases} \end{cases}$$

Vậy  $I(-3; 7; 0)$ , do đó  $P = 10a^2 - b^2 + 3c^2 = 41$ .

### Câu 53.

Trong mặt phẳng  $(ABC)$  kẻ  $BH \perp AC$ .



Mà  $BH \perp SA \Rightarrow BH \perp (SAC)$ .

Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(SAC)$  bằng  $\angle BSH$ .

Xét tam giác  $ABH$  vuông tại  $H$  có

$$BH = AB \cdot \sin 60^\circ = 2a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$$

$$AH = AB \cdot \cos 60^\circ = 2a \cdot \frac{1}{2} = a$$

Xét tam giác  $SAH$  vuông tại  $S$  có

$$SH = \sqrt{SA^2 + AH^2} = \sqrt{(a\sqrt{2})^2 + a^2} = a\sqrt{3}$$

Xét tam giác  $SBH$  vuông tại  $H$  có:  $SH = HB = a\sqrt{3}$ , suy ra  $\triangle SBH$  vuông tại  $H$ .

Vậy  $\angle BSH = 45^\circ$ .

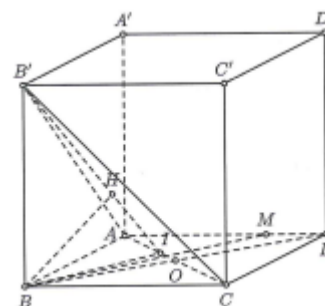
#### Câu 54.

Ta có  $B'C \parallel A'D \Rightarrow B'C \parallel (ADD'A') \supset AD'$

$$\Rightarrow d(B'C, AD') = d(C, (ADD'A')) = CD = a$$

Suy ra  $x = a$ . Lại có  $\frac{MA}{DA} = \frac{3}{4}$

$$\Rightarrow d(M, (AB'C)) = \frac{3}{4} d(D, (AB'C)) = \frac{3}{4} d(B, (AB'C))$$



Gọi  $I$  là hình chiếu vuông góc của  $B$  lên  $AC$  ta có  $\begin{cases} AC \perp BI \\ AC \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AC \perp (BB'I)$

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $B$  lên  $B'I$  ta có:  $\begin{cases} BH \perp B'I \\ BH \perp AC \end{cases} \Rightarrow BH \perp (B'AC) \Rightarrow d(B, (AB'C)) = BH$

Trong tam giác  $ABC$ , ta có:  $AB \cdot BC = AC \cdot BI \Rightarrow BI = \frac{AB \cdot BC}{AC} = \frac{a \cdot 2a}{a\sqrt{5}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$

Trong tam giác  $BB'I$ , ta có:  $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BI^2} + \frac{1}{BB'^2} \Rightarrow BH = \frac{BI \cdot BB'}{\sqrt{BI^2 + BB'^2}} = \frac{2a}{3}$

$$\Rightarrow d(M, (AB'C)) = \frac{3}{4} \cdot \frac{2a}{3} = \frac{a}{2}. \text{ Suy ra } y = \frac{a}{2}. \text{ Vậy } xy = \frac{a^2}{2}.$$

#### Câu 55.

$$2\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Ta có

$$\text{Với } k = 0 \Rightarrow x = -\frac{\pi}{6} \text{ hoặc } x = \frac{7\pi}{6}$$

Điểm biểu diễn của  $x = -\frac{\pi}{6}$  là F, điểm biểu diễn của  $x = \frac{7\pi}{6}$  là E.

### Câu 56.

**Cách 1.** Dùng tổ hợp

Chọn vị trí cho 2 chữ số 2 có  $C_9^2$  cách.

Chọn vị trí cho 3 chữ số 3 có  $C_7^3$  cách.

Chọn vị trí cho 4 chữ số 4 có  $C_4^4$  cách.

Vậy số các số tự nhiên thỏa mãn yêu cầu bài toán là  $C_9^2 C_7^3 C_4^4 = 1260$  số.

**Cách 2.** Dùng hoán vị lặp

Số các số tự nhiên thỏa mãn yêu cầu bài toán là  $\frac{9!}{2!3!4!} = 1260$  số.

### Câu 57.

**Cách 1.** Số phần tử của không gian mẫu là  $n(\Omega) = 4 \cdot 4 = 16$

Gọi biến cố  $A =$  “Cú sút đó không vào lưới”. Khi đó biến cố  $\bar{A} =$  “Cú sút đó vào lưới”.

Số phần tử của  $n(\bar{A})$  là

Trường hợp 1. Cầu thủ sút vào vị trí 1 thủ môn bay vào 1 trong 3 vị trí còn lại

Cầu thủ có 1 cách sút. Thủ môn có 3 cách bay người. Do đó, có 3 khả năng xảy ra.

Trường hợp 2. Cầu thủ sút vào vị trí 2 thủ môn bay vào 1 trong 3 vị trí còn lại

Cầu thủ có 1 cách sút. Thủ môn có 3 cách bay người. Do đó, có 3 khả năng xảy ra.

Trường hợp 3. Cầu thủ sút vào vị trí 3 thủ môn bay vào 1 trong 3 vị trí còn lại

Cầu thủ có 1 cách sút. Thủ môn có 3 cách bay người. Do đó, có 3 khả năng xảy ra.

Trường hợp 4. Cầu thủ sút vào vị trí 4 thủ môn bay vào 1 trong 3 vị trí còn lại

Cầu thủ có 1 cách sút. Thủ môn có 3 cách bay người. Do đó, có 3 khả năng xảy ra.

Trường hợp 5. Cầu thủ sút vào vị trí 3 thủ môn bay vào vị trí 3

Cầu thủ có 1 cách sút. Thủ môn có 1 cách bay người. Do đó, có 1 khả năng xảy ra.

Trường hợp 6. Cầu thủ sút vào vị trí 4 thủ môn bay vào vị trí 4

Cầu thủ có 1 cách sút. Thủ môn có 1 cách bay người. Do đó, có 1 khả năng xảy ra.

Khi đó  $n(\bar{A}) = 4.3 + 2.1 = 14$ . Xác suất xảy ra biến cố  $\bar{A}$  là  $p(\bar{A}) = \frac{4.3}{16} + \frac{2.1}{16} = \frac{13}{16}$ .

Vậy  $p(A) = 1 - p(\bar{A}) = 1 - \frac{13}{16} = \frac{3}{16}$ .

**Cách 2.** Gọi  $A_i$  là biến cố “cầu thủ sút phạt vào vị trí  $i$ ”;

$B_i$  là biến cố “thủ môn bay người cản phá vào vị trí thứ  $i$ ”.

Và  $C$  là biến cố “Cú sút phạt không vào lưới”. Dễ thấy,  $P(A_i) = P(B_i) = \frac{1}{4}$ .

Ta có  $P(C) = P(A_1)P(B_1) + P(A_2)P(B_2) + \frac{1}{2}P(A_3)P(B_3) + \frac{1}{2}P(A_4)P(B_4)$

$$= \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{3}{16}$$

**Câu 58.**

Số que ở 1 tầng là  $u_1 = 3$ .

Tổng số que ở 2 tầng là  $u_1 + u_2 = 3 + 7 = 3 + (3 + 1.4)$ .

Tổng số que ở 3 tầng là  $u_1 + u_2 + u_3 = 3 + 7 + 11 = 3 + (3 + 1.4) + (3 + 2.4)$ .

...

Tổng số que ở 10 tầng là  $S_{10} = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{10} = 3 + (3 + 1.4) + (3 + 2.4) + \dots + (3 + 9.4)$ .

Ta thấy  $S_{10}$  là tổng 10 số hạng của cấp số cộng có số hạng đầu  $u_1 = 3$ , công sai  $d = 4$ .

$$\Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2}(2.3 + 9.4) = 210 \text{ que.}$$

**Câu 59.**

Từ  $u_{n+1} = u_n + n^2$ , với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ , ta có:

$$u_2 = u_1 + 1^2; u_3 = u_2 + 2^2; \dots; u_n = u_{n-1} + (n-1)^2; u_{n+1} = u_n + n^2.$$

Cộng  $n$  đẳng thức trên theo vế ta được:  $u_{n+1} = 1 + (1^2 + 2^2 + \dots + n^2)$ , với mọi  $n \in \mathbb{N}^*$ .

Mặt khác, ta luôn có:  $1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$  nên suy ra

$$u_{n+1} = 1 + \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, \text{ với mọi } n \in \mathbb{N}^*.$$

Cho  $n = 20$ , ta được  $u_{21} = 1 + \frac{20 \cdot 21 \cdot (2 \cdot 20 + 1)}{6} = 2871$ .

**Câu 60.**

Xét cấp số nhân  $(u_n)$  với  $u_1 = 5$ ,  $q = 2$

Ta có:  $u_n = u_1 \cdot q^{n-1} \Leftrightarrow 1280 = 5 \cdot 2^{n-1} \Leftrightarrow 2^{n-1} = 2^8 \Leftrightarrow n = 9$

Vậy cấp số nhân đã cho có 9 số hạng.

**PHẦN TỰ LUẬN**

**Bài 1**

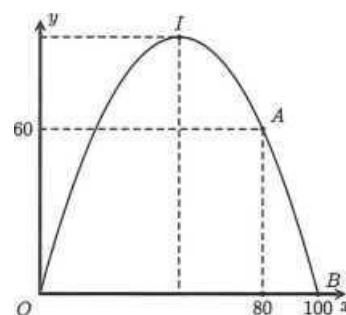
1. Đặt hệ trục như hình vẽ.

Gọi  $(P): y = ax^2 + bx + c$

Ta có  $(P)$  qua  $O(0;0)$ ,  $A(80;60)$  và  $B(100;0)$

$$\Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 80^2 a + 80b = 60 \\ 100^2 a + 100b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -\frac{3}{80} \\ b = \frac{15}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow (P): y = -\frac{3}{80}x^2 + \frac{15}{4}x$$



Vị trí đạn bay cao nhất cách mặt đất là  $y_I = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{b^2 - 4ac}{4a} = \frac{375}{4} = 93,75m$

2.  $(P): y = -\frac{3}{80}x^2 + \frac{15}{4}x$

Vì máy bắn đá cách tường thành địch 90m nên  $x = 90 \Rightarrow y = 33,75(m) > 30(m)$

$\Rightarrow$  đạn pháo vượt qua được tường thành.

3. Để máy bắn đá có thể bắn trúng chòi cao 20m thì

$$-\frac{3}{80}x^2 + \frac{15}{4}x = 20 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 94,35(m) \\ x = 5,65(m) \end{cases} (L)$$

Vậy cần đặt máy bắn đá cách chòi 94,35m để đạn có thể bắn trúng chòi.

**Bài 2**

1. Cách 1. Gọi  $M = BC \cap AD$ .

Khi đó  $(\overline{SBC}, (SCD)) = (\overline{SCM}, (SCD))$ .

Gọi  $H$  là hình chiếu của  $D$  lên  $SC$ ,

kẻ  $HK // MC (K \in SM)$  ta có:

$$(\overline{SCM}, (SCD)) = \widehat{KHD} = \alpha$$

Xét  $\Delta SCD$  vuông tại  $D$  ta có

$$\frac{1}{DH^2} = \frac{1}{DC^2} + \frac{1}{DS^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2}$$

$$\Rightarrow DH = \frac{a\sqrt{3}}{2}; \quad HC = \frac{DC^2}{SC} = \frac{a^2}{2a} = \frac{a}{2}$$

$$\text{Do } HK // MC \text{ mà } \frac{SH}{SC} = \frac{3}{4} \text{ nên } HK = \frac{3}{4}a\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}a}{4}; \quad KM = \frac{1}{4}SM = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

Xét tam giác  $DMK$  có:

$$DK^2 = MD^2 + MK^2 - 2MD.MK.\cos \widehat{DMK}$$

$$= MD^2 + MK^2 - 2MD.MK.\frac{AM}{SM}$$

$$= MD^2 + MK^2 - 2MD.MK.\frac{AM}{\sqrt{SA^2 + AM^2}}$$

$$= a^2 + \left(\frac{a\sqrt{6}}{4}\right)^2 - 2.a.\frac{a\sqrt{6}}{4}.\frac{2a}{a\sqrt{6}} = \frac{3a^2}{8}$$

$$\Rightarrow DK = \frac{a\sqrt{6}}{4}$$

$$\text{Xét tam giác } KDH \text{ ta có } \cos \alpha = \frac{HD^2 + HK^2 - KD^2}{2HK.HD} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

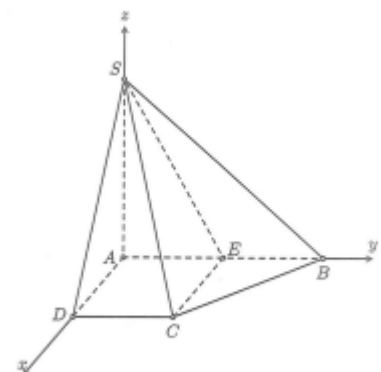
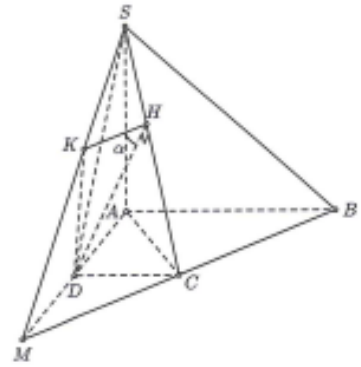
**Cách 2.**

Chọn hệ trục như hình vẽ. Ta có  $A(0;0;0)$ ;  $D(a;0;0)$ ;  $B(0;2a;0)$ ;

$$E(0;a;0); \quad C(a;a;0); \quad S(0;0;a\sqrt{2})$$

$$\overline{SC} = (a;a;-a\sqrt{2});$$

$$\overline{SB} = (0;2a;-a\sqrt{2});$$



---

$$\vec{SD} = (a; 0; -a\sqrt{2})$$

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(SBC)$  là  $\vec{n}_1 = -a^2\sqrt{2}(1; 1; \sqrt{2})$ .

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(SCD)$  là  $\vec{n}_2 = -a^2(\sqrt{2}; 0; 1)$ .

Khi đó góc  $\varphi$  giữa hai mặt phẳng  $(SBC)$  và  $(SCD)$  là  $\cos \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{\sqrt{6}}{3}$ .

2. Ta có 
$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{3a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$$