

Тема: Правила знаходження первісних. Розв'язування вправ

Посилання

на

підручник:

<https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-11-klas-2019/13-matematyka-11-klas/merzlyak-ag-matematyka-algebra-i-poch-analizu-ta-geometriya-riven-standartu-11-kl.pdf>

Матеріали до теми:

Правила знаходження первісної

Під час знаходження похідних функцій ви користувалися правилами диференціювання. У цьому пункті ми розглянемо правила знаходження первісних.

Теорема 1. Якщо функції F і G є відповідно первісними функцій f і g на проміжку I , то на цьому проміжку функція $y = F(x) + G(x)$ є первісною функції $y = f(x) + g(x)$.

Доведення. З умови випливає, що для будь-якого $x \in I$ виконуються рівності $F'(x) = f(x)$ і $G'(x) = g(x)$. Тоді для всіх x із проміжку I маємо:

$$(F(x) + G(x))' = F'(x) + G'(x) = f(x) + g(x).$$

Отже, функція $y = F(x) + G(x)$ є первісною функції $y = f(x) + g(x)$ на проміжку I . ◀

З теореми 10.1 випливає, що

$$\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx = F(x) + G(x) + C,$$

де C — довільне число.

Аналогічно можна довести, що

$$\int (f(x) - g(x)) dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx = F(x) - G(x) + C.$$

Теорема 2. Якщо функція F є первісною функції f на проміжку I та k — деяке число, то на цьому проміжку функція $y = kF(x)$ є первісною функції $y = kf(x)$.

Тепер можна записати:

$$\int kf(x) dx = k \int f(x) dx = kF(x) + C,$$

де C — довільне число.

Задача 1. Знайдіть загальний вигляд первісних функції $f(x) = x^2 + \cos x$.

Розв'язання. Первісною функції $y = x^2$ є функція $y = \frac{x^3}{3}$. Первісною функції $y = \cos x$ є функція $y = \sin x$.

Скориставшись теоремою 10.1, отримуємо, що функція $y = \frac{x^3}{3} + \sin x$ є первісною заданої в умові функції f . Тоді запис $\frac{x^3}{3} + \sin x + C$ є загальним виглядом первісних функції f . ◀

Задача 2. Для функції $f(x) = 5 \sin x$ знайдіть первісну F , яка задовольняє умову $F(0) = 0$.

Розв'язання. Первісною функції $y = \sin x$ є функція $y = -\cos x$. Скориставшись теоремою 10.2, отримуємо, що функція $y = -5 \cos x$ є первісною заданої в умові функції $y = 5 \sin x$. Тоді існує таке число C , що $F(x) = -5 \cos x + C$. Знайдемо число C з умови $F(0) = 0$. Маємо: $-5 \cos 0 + C = 0$. Звідси $C = 5$.

Відповідь: $F(x) = -5 \cos x + 5$. ◀

Задача 3. Швидкість руху матеріальної точки по координатній прямій змінюється за законом $v(t) = 3t^2 + 4t$. Знайдіть закон руху $y = s(t)$, якщо $s(0) = 3$ м (переміщення вимірюють у метрах, час — у секундах).

Розв'язання. Функція $y = s(t)$ є первісною функції $y = v(t)$ на проміжку $[0; +\infty)$. Тоді можна записати:

$$s(t) = t^3 + 2t^2 + C,$$

де C — деяке число. Знайдемо число C з умови $s(0) = 3$. Маємо:

$$t^3 + 2t^2 + C = 3, \text{ звідси } C = 3.$$

Отже, шуканий закон руху задається формулою

$$s(t) = t^3 + 2t^2 + 3. \text{ ◀}$$

Завдання:

1. Опрацювати теоретичний матеріал §2, п.10.
2. Законспектувати теореми.
3. Виконати письмово вправи: 10.1, 10.3, 10.5.
4. Переглянути відеоматеріали за посиланням:

<https://www.youtube.com/watch?v=zYstSbhSBd4>

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!!! Роботу виконувати у робочому або окремому зошиті (якщо робочий залишився у гуртожитку), фотографувати і надсилати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net, у темі листа вказувати – ПІБ, предмет, номер групи.

Можна підготувати мультимедійну презентацію з теми і надіслати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net.