

Тема: Паралельність площин

<https://youtu.be/a-J7c6SUdt0>

Хід уроку

I. Організаційний етап

- Привітання
- Перевірка присутніх на уроці
- Налаштування на роботу

II. Вивчення нового матеріалу

// Взаємне розміщення двох площин у просторі

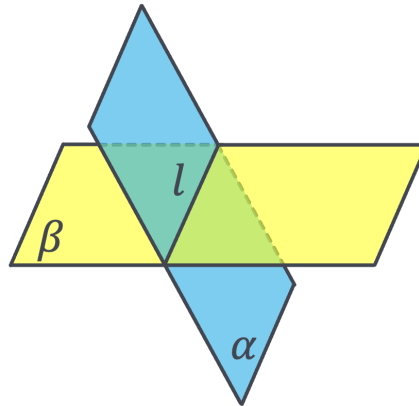
Співпадають



$$\alpha \equiv \beta$$

Безліч спільних точок

Перетинаються



$$\alpha \cap \beta = l$$

Безліч спільних точок

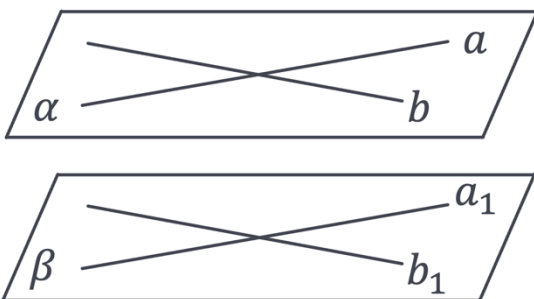
Паралельні



$$\alpha \parallel \beta$$

Не мають спільних точок

- Попросіть учнів самостійно сформулювати означення паралельних площин (Дві площини, які не мають спільних точок, називаються **паралельними**)



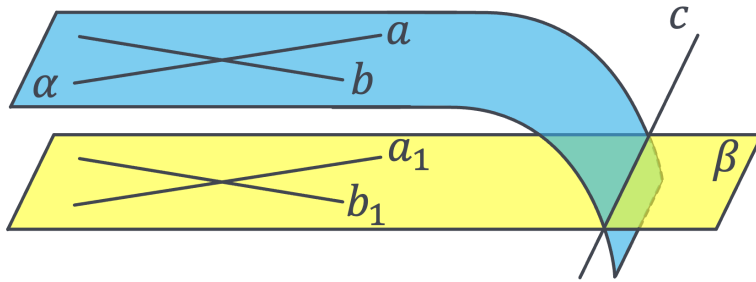
$$a \parallel a_1, b \parallel b_1, a \in \alpha, b \in \alpha, a \cap b \in \alpha, a_1 \in \beta, b_1 \in \beta, a_1 \cap b_1 \in \beta$$



Теорема 7 (Ознака паралельності площин)

Якщо дві прямі, які перетинаються в одній площині, паралельні двом прямим у другій площині, то ці дві площини є паралельними.

Доведення:



Припустимо, що $\alpha \cap \beta$

Нехай $\alpha \cap \beta = c$

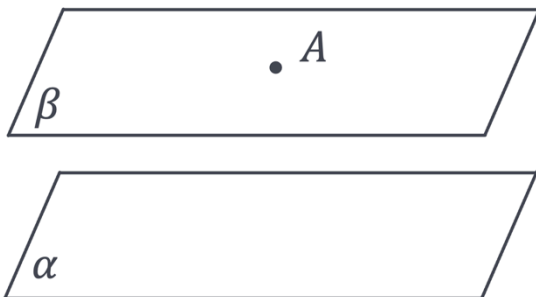
Оскільки $a \parallel a_1$, то $a \parallel \beta$ (за ознакою паралельності прямої і площини).

Оскільки пряма $a \subset \alpha$ і $\alpha \cap \beta = c$, то $a \parallel c$ (за властивістю паралельності прямої і площини). Аналогічно доводимо, що $b \parallel c$.

$$\frac{a \parallel c}{b \parallel c} \mid \rightarrow a \parallel b \left(\begin{array}{c} \text{За ознакою} \\ \text{паралельності прямих} \end{array} \right)$$

Отримали протиріччя, бо $a \cap b$.

Доведено.



Теорема 8 (Про існування площини, паралельної даній)

Якщо дві прямі, які перетинаються в одній площині, паралельні двом прямим у другій площині, то ці дві площини є паралельними.

т. $A \notin \alpha \mid \rightarrow \frac{\text{Через т. } A \text{ можна побудувати}}{\text{єдину площину } \beta \parallel \alpha}$

**Доведення даної теореми є дуже громіздким, тому не наводиться.*

Приклад 1

Якщо дві площини паралельні третій площині, то вони паралельні між собою. Доведіть.

Доведення:



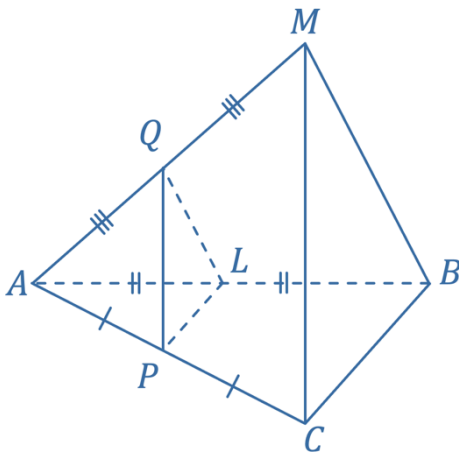
Нехай дано площини α , β і γ такі, що $\alpha \parallel \gamma$ і $\beta \parallel \gamma$. Доведемо, що $\alpha \parallel \beta$.

- 1) **Припустимо**, що α і β мають спільну точку A .
- 2) Тоді через т. A проходять дві площини, що паралельні γ .
- 3) **Припущення хибне**, бо суперечить теоремі про існування площини, паралельної даній. Отже $\alpha \parallel \beta$.

Доведено.

Приклад 2

Точка M не належить площині $\triangle ABC$. Точки P , Q і L – середини відрізків AC , AM і AB відповідно. Доведіть, що площини PQL і CMB – паралельні.



Нехай дано площини α , β і γ такі, що $\alpha \parallel \gamma$ і $\beta \parallel \gamma$. Доведемо, що $\alpha \parallel \beta$.

З $\triangle AMC$:

$AP = PC$ $AQ = QM \rightarrow PQ$ середня лінія $\triangle AMC$

З $\triangle ABC$:

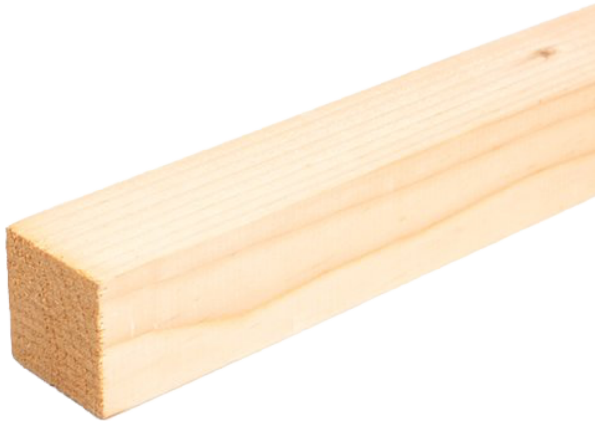
$AP = PC$ $AL = LB \rightarrow PL$ середня лінія $\triangle ABC$

$PQ \parallel MC$ (як середня лінія $\triangle AMC$) $PL \parallel BC$ (як середня лінія $\triangle ABC$) $PQ \cap PL$ $MC \cap BC \rightarrow PQL \parallel CMB$ (За ознакою паралельності площин)

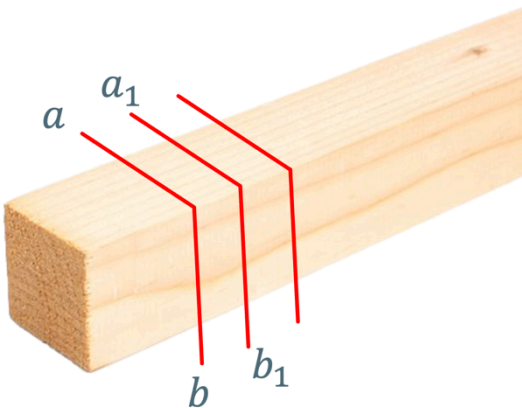
II. Розв'язування завдань

№1

Для виготовлення декоративної панелі, майстру потрібно на дерев'яному брусі зробити паралельні розпили. Поясніть, як це зробити за допомогою ознаки паралельності площин.



Розв'язання:



Потрібно накреслити відповідні пари паралельних прямих, що перетинаються на сусідніх гранях. Розпили робити вздовж цих паралельних прямих.

Так, ми отримали, що дві прямі, що перетинаються в одній площині, відповідно паралельні двом прямим іншої площини. За ознакою паралельності площин, площини розпилів також будуть паралельними.

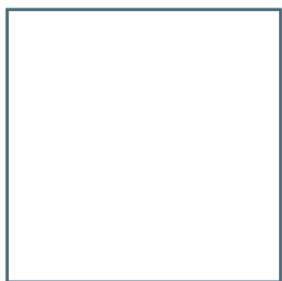
№2

- 1) Побудуйте куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$
- 2) Назвіть дві мимобіжні прямі. Зробіть відповідний запис.
- 3) Назвіть дві паралельні площини, в яких знаходяться дані мимобіжні прямі. Зробіть відповідний запис. Поясніть, чому ці площини паралельні.

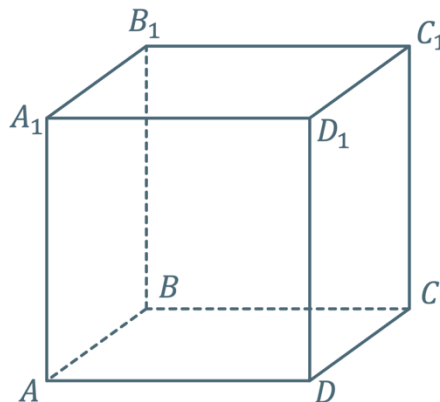
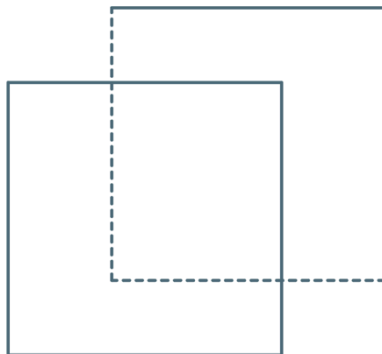
Розв'язання:

1) Побудуйте куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$

1. Будуємо квадрат



2. Робимо відступ і будуємо ще один квадрат. Сторони, яких не видно, підписуємо. будуємо пунктиром.



2) Назвіть дві мимобіжні прямі. Зробіть відповідний запис.

Наприклад:

$AB \div DD_1$

3) Назвіть дві паралельні площини, в яких знаходяться дані мимобіжні прямі. Зробіть відповідний запис.

Поясніть, чому ці площини паралельні.

$ABB_1 \parallel CDD_1$

Дані площини паралельні за ознакою паралельності площин, оскільки дві прямі, що перетинаються площини ABB_1 паралельні двом прямим площини CDD_1 :

$AB \parallel DC, AA_1 \parallel DD_1, AB \cap AA_1, AB \in ABB_1, AA_1 \in ABB_1, DC \cap DD_1, DC \in CDD_1, DD_1 \in CDD_1$

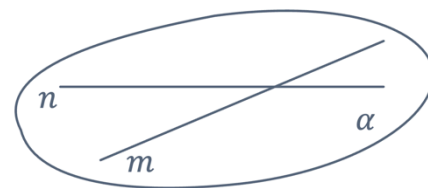
№3

Дано точку і дві прямі, що перетинаються. Точка не належить жодній з двох даних прямих. Побудуйте через цю точку площину, що паралельна двом даним прямим. Чи завжди це можливо зробити?

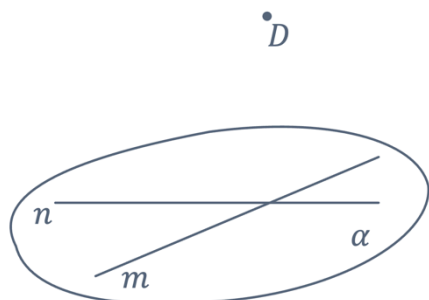
Розв'язання:

$\cdot D$

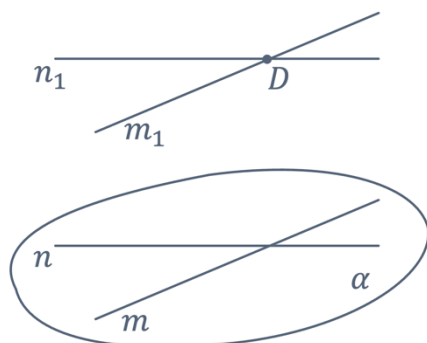
Нехай дві дані прямі лежать в площині α , а точка $D \notin \alpha$



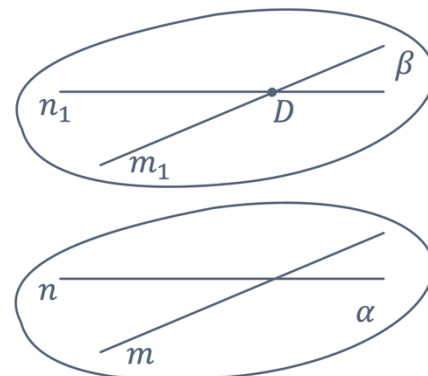
1) Будуємо $m_1 \parallel m, n_1 \parallel n$



2) Будуємо через прямі m_1 і n_1 площину β .



3) $\beta \parallel \alpha$ за ознакою паралельності площин.



4) Таку побудову можна виконати, якщо $t.D \notin \alpha$

III. Підсумок уроку

- Назвіть можливі випадки розміщення двох площин у просторі
- Сформулюйте ознаку паралельності площин
- Сформулюйте теорему про існування площини, паралельної даній
- На скільки частин поділять простір дві площини, що перетинаються? Три площини, що перетинаються?

IV. Домашнє завдання

Опрацювати §5 (стор.261-269), вивчити О.С. Істер (2018)

Виконати № 5.5; 5.9; 5.13

Опрацювати § 4, п. 31,
Виконати № 31.6, 31.8, 31.10

А.Г. Мерзляк
(2018)