

Sarrera historikoa.

Egeo itsasoko uretan dagoen Samos uhartean Eupalinos de Megara ingeniari greziarrak, K.a. 530. urtean, ubide bat eraiki zuen (ura pasatzeko tunel moduko bat), Kastro mendia zeharkatzen zuena. Proiektuan denbora aurrezteko, bi lan-fronte erabili zituen, eta horietako bakoitza tunelaren mutur batetik abiatzen zen. Tunela eskuz zulatu zen kareharrian, 1,75 m x 1,75 m-ko sekzio karratuarekin. Tunela mendiaren beste aldean zegoen iturri batetik ura ekartzeko eta etsaien erasoetatik ihesbide gisa erabili zen.

Harkaitzezko 7.000 mm³ atera zituzten. Horretarako, 4.000 esklabo inguru erabili zituzten, eta hamarkada bat baino gehiago behar izan zuten tunela eta ubidea egiteko. Herodoto historialariak bere III. liburuan deskribatu zuen tunelaren eraikuntza.

Mila urte baino gehiagoz martxan egon zen tunela Heleniar Munduko hiru mirarietako bat izan zen, eta, jakina, antzinateko ingeniaritzaren maisulanetako bat. Izan ere, Eupalinosek aurre egin behar izan zion arazorik garrantzitsuena neurketan egindako akatsak gainditzea izan zen, tunela bi muturretatik zulatzen zuten bi taldeak topo egin zezaten. Azkenean, 6 metroko alboko desbideratze bat eta 60 cm-ko desbideratze bertikal bat baino ez zen egon.

Erronka.

Nola berma dezakegu mendi barruan bi tunelek bat egingo dutela ibilbidearen erdialdean?

Ingeniari greziar bihurtuko zarete eta Eupalinosen metodoa erabiliko duzue planteatutako erronkari irtenbidea emateko.

Kartulina batean sestra-lerroa marraztu, sarrerako bi puntu aukeratu eta ondoren zehazten diren pauso guztiak jarraituta zulatzeko norabidea lortu behar duzue. Ez kopiatu behean adibide bezala agertzen den lerro poligonala, beste bat asmatu eta ondoren kalkuluak egin. Egindako lanaren azalpena aurkezpen batean eman edota bideo bat grabatu. Bideoan kontatu tunelaren historia labur bat eta kartulinan erabilitako metodoa zehatz azaldu.

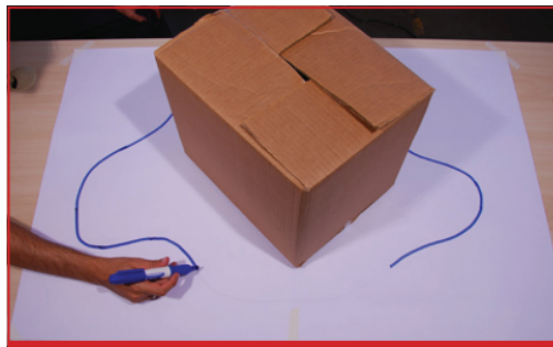
Materiala

Kartulina, erregela, eskuadra-kartaboia, angelu garragailua, arkatza...

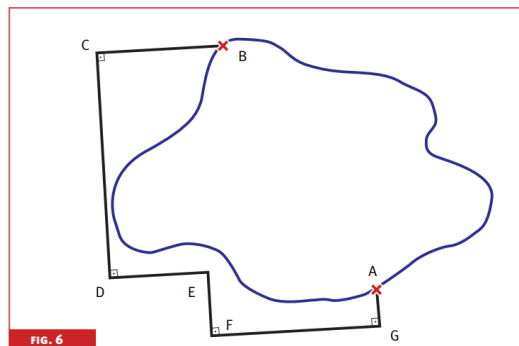
Nola kalkulatu zuen Eupalinosek zein norabidetan zulatu mendia?

Esperimentu honetan Eupalinosek egindako kalkulu matematikoak landuko ditugu. Has gaitezen...

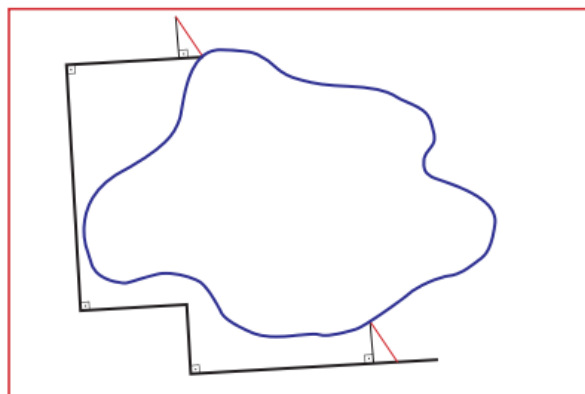
1. pausua: Mendiaren goiko bista marraztuko dugu, horretarako kartoizko kutxa bat erabil dezakegu (ez derrigorrezkoa).



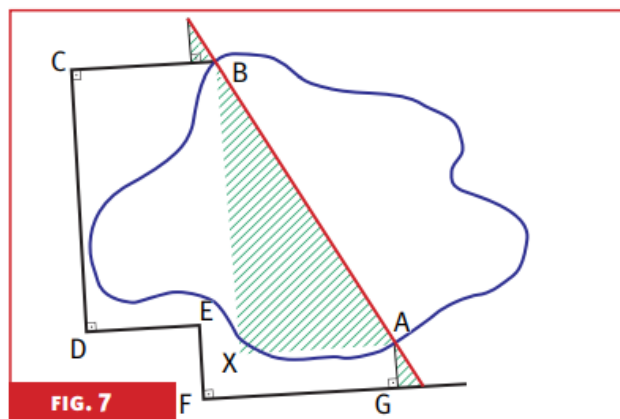
2. pausua: mendiaren perimetroan aukeratutako puntuei A eta B deituko diegu. B puntutik egin dezagun lerro zuzeneko segmentu bat mendebalderantz, adibidez BC, eta gero marraztu dezagun poligonal bat A puntura iritsi arte (ikus irudia), segmentuen arteko angelua beti 90° izan dadila (BC, CD, DE, EF, FG eta GA).



3. Pausua: Zulatzeko norabideak lortu behar ditugu, gorriz dauden norabideak. Eupalinosen metodoa erabiliko dugu.



4. Pausua: kalkulatu dezakegu barneko AB norabidea kanpoko poligonalaren neurriak jakinda? Erreparatu irudiari. X puntuaren kokapena zehaztea lortuko bagenu problema ebatzita izango genuke. Hau da, AXB triangelu zuzenaren AX eta BX katetoen neurriak kalkulatu behar ditugu.



BC, DE eta FG segmentuen neurriak ezagunak dira, ondorioz AX determinatuta dago:

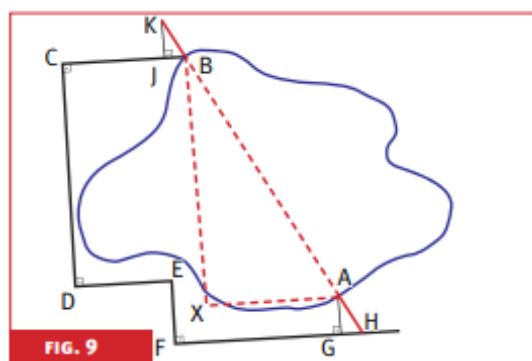
$$AX = DE + FG - BC$$

Era berean CD, EF eta GA segmentuek BX katetoaren neurria ematen digute:

$$BX = CD + EF - GA$$

Jarraian kanpoaldean barneko AXB triangeluaren antzekoa diren beste bi triangelu zuzen (KJB eta AGH) eraiki behar ditugu, irudian bezala, katetoen arteko arrazoiak ABX triangeluko katetoen arrazoiaren berdinak izan daitezten:

$$\frac{JK}{JB} = \frac{GA}{GH} = \frac{XB}{XA}$$

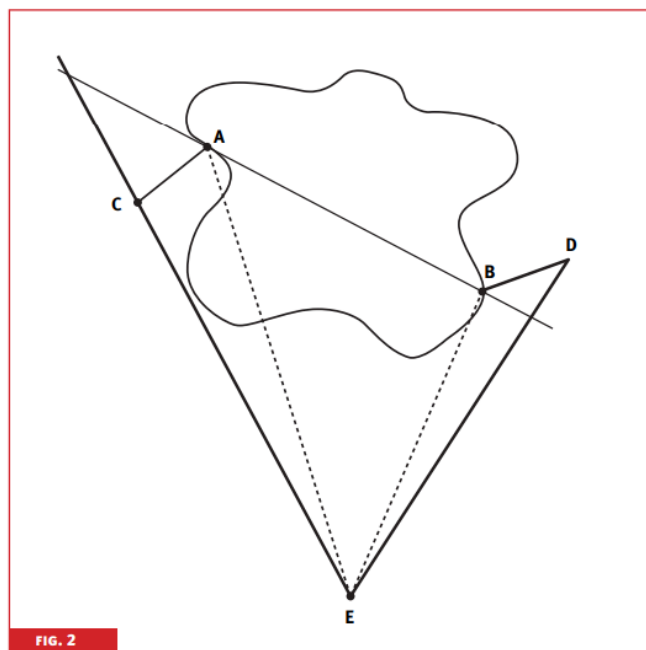


Honela tunela zultzeko norabidea KB eta HA lortu ditugu. Indusketa-prozesuan norabide egokia zaindu behar dugu aurrera egin ahala. Zure ustez, nola egiten zuten hori greziarrek?

Problemaren beste ebazpide posible bat.

Eupalinosek triangelu zuzenak erabili zituen norabide egokia aurkitzeko. Klasean ikasitako sinu edota kosinuaren teorema erabiliz bururatzen zaizue nola lor daitezkeen zulatze norabideak?

Erreparatu honako irudiari:



C eta D puntuak nahi dugun tokian kokatu ahal izango ditugu sestra-kurbaren kanpoaldean, E puntua aukeratzean CE eta DE segmentuak kanpoan gera daitezzen. Baldintza horietan, zuzenean neur daitezke AC eta CE luzerak eta C erpineko angelua ACE triangeluan. Triangelu honetan aplikatu kosinuaren teorema AE kalkulatzeko. Antzera jokatuz BDE triangeluan BE kalkulatzeko da.

ACE eta BDE triangeluen aldeak eta angeluak ezagunak direnez, kalkula dezakegu EBA triangeluko B erpineko angelua eta A erpinekoa ere sinuaren teoremaz (gogoratu, CED triangeluko E erpineko angelua zuzenean kalkula daitekeela; eta orduan AEB triangeluan ezagunak dira AE eta BE aldeak eta bi hauen arteko angelua).

AB norabidea ezaguna da dagoeneko. Luzatu AB norabidea kanpoaldera, A eta B erpinetatik.

Aurkezpena edota bideorako honako hauek kontuan izan:

Eupalinosen tunelaren zergatia

Tunelak bete behar zituen baldintzak

Noiz egin zen.

Testuingurua.

Zertarako egin zen.

Zergatik mendia bi aldeetatik zulatu.

Tunelaren bi irteeren maila berean zeudela nola egiaztatu zuten.

Erabilitako matematiko oinarritzko kontzeptuak.

...

Informazio gehiago

<https://www.geogebra.org/m/m8vwjewb>

<https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1010>

https://es.wikipedia.org/wiki/T%C3%BAnel_de_Eupalino

<https://victoryepes.blogs.upv.es/2016/11/18/el-tunel-de-eupalinos-en-la-isla-de-samos/>

<https://youtu.be/rexsqE09b2c>

<https://youtu.be/ZpBSZkFNl0M>

<https://youtu.be/b0RBFarepg0>

<https://youtu.be/Cs4M72qEUAA>

¹ Jatorrizko iturria: <https://m3.ime.unicamp.br/>