

## Δύο κέρματα σε επαφή

Δύο κέρματα (α) και (β) των δύο ευρώ ηρεμούν πάνω σε οριζόντιο δάπεδο.

Τα επίπεδα των νομισμάτων είναι οριζόντια και τα νομίσματα εφάπτονται το ένα στο άλλο όπως στο σχήμα 1.

Κρατάμε το κέρμα (α) ακίνητο και αρχίζουμε να περιστρέφουμε το (β) αριστερόστροφα έτσι ώστε να κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει παραμένοντας σε επαφή με το (α) και το κέντρο του Κ να εκτελεί κυκλική κίνηση με κέντρο το κέντρο του νομίσματος (α).

Όταν το κέντρο (Κ) του (β) έχει μισή περιστροφή, η σχετική θέση των δύο νομισμάτων θα είναι



Α  
Β  
Γ)

Να επιλέξετε τον σωστό σχήμα δικαιολογώντας την επιλογή σας.

**Λύση** **Σχήμ**  
**α 2**

Έστω R η ακτίνα κάθε νομίσματος

Το κέντρο Κ του νομίσματος (β) εκτελεί διαγράψει κύκλο ακτίνας 2R με κέντρο το κέντρο Λ του νομίσματος (α) με γραμμική ταχύτητα  $v_K$  και γωνιακή ταχύτητα  $\omega_K$ .

Ισχύει  $v_K = \omega_K \cdot 2R$  (ακτίνα του κύκλου περιστροφής του νομίσματος β).

Το νόμισμα (β) εκτελεί κυκλική κίνηση.

Η ταχύτητα του σημείου Ε είναι η συνισταμένη δύο ταχυτήτων.

Την ταχύτητας  $v_\mu = v_K = \omega_K \cdot 2R$  που θα είχε αν το νόμισμα εκτελούσε μόνο μεταφορική κίνηση.

Την ταχύτητας  $v_\pi = \omega_\beta R$  που θα είχε αν το νόμισμα εκτελούσε μόνο περιστροφική κίνηση.

Επομένως

$$v_E = v_\mu + v_\pi \Rightarrow v_E = v_\mu - v_\pi = \omega_K \cdot 2R - \omega_\beta R$$

Επειδή ο δίσκος (β) κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει επί του (α) ισχύει ότι

$$v_E = 0 \Rightarrow \omega_K \cdot 2R = \omega_\beta R \Rightarrow \omega_\beta = 2\omega_K$$

Σε ένα στοιχειώδες χρονικό διάστημα dt η επιβατική ακτίνα του Κ διαγράφει γωνία  $d\phi_K$  και το νόμισμα (β) στρέφεται κατά  $d\phi_\beta$ .

Ισχύει ότι

$$\omega_\beta = 2\omega_K \Rightarrow \frac{d\phi_\beta}{dt} = 2 \frac{d\phi_K}{dt} \Rightarrow d\phi_\beta = 2d\phi_K$$

Για τις γωνίες  $\phi_K$  και  $\phi_\beta$  ισχύει ότι:

$$\phi_\beta = d\phi_{\beta,1} + d\phi_{\beta,2} + d\phi_{\beta,3} + \dots = 2d\phi_{K,1} + 2d\phi_{K,2} + 2d\phi_{K,3} + \dots = 2(d\phi_{K,1} + d\phi_{K,2} + d\phi_{K,3} + \dots) \Rightarrow$$

$$\phi_\beta = 2\phi_K \Rightarrow 2\pi N_\beta = 4\pi N_K \Rightarrow N_\beta = 2N_K$$

Επομένως όταν το κέντρο Κ του νομίσματος (β) έχει εκτελέσει μισή περιστροφή, το νόμισμα (β) έχει εκτελέσει μια περιστροφή.

Άρα η σχετική θέση των δύο νομισμάτων θα είναι όπως στο σχήμα 3.