

$ABCD$ متوازي أضلاع ، M نقطة من $[AC]$ ،
 (EH) يوازي (AD) ويشمل النقطة M ،
 (FG) يوازي (AB) ويشمل النقطة M .
 قارن بين مساحة $EBFM$ و مساحة $HDGM$.

الحل :

نرمز إلى المساحة بـ : s

ولدينا $s(EBFM) = EE' \times MF$ و $s(HDGM) = HH' \times MG$
 حيث : H' و E' المستطان العموديان للنقطتين H و E على المستقيم (GF) على الترتيب.

$$\frac{MH'}{ME'} = \frac{MH}{ME} = \frac{HH'}{EE'}$$

لدينا $(HH') \parallel (EE')$ ومنه حسب مبرهنة طاليس فإن :

$$\frac{MC}{MA} = \frac{MH}{ME} = \frac{HC}{AE}$$

ولدينا $(AE) \parallel (HC)$ ومنه حسب مبرهنة طاليس فإن :

$$\frac{HH'}{EE'} = \frac{HC}{AE}$$

ومنه $HH' \times AE = EE' \times HC$. . . (وهذا معناه 1)

لدينا $(AE) \parallel (GM)$ و $(AG) \parallel (EM)$ إذن $AGME$ متوازي أضلاع ومنه : $AE = MG$

وبنفس الطريقة نحصل على $EBFM$ متوازي أضلاع ومنه : $BE = MF$

وبالتالي العلاقة (1) تصبح : $HH' \times MG = EE' \times MF$ ومنه $s(EBFM) = s(HDGM)$

