UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Facultad de Ciencias

Plan de Estudios 2026 de la Licenciatura en Matemáticas

VARIABLE COMPLEJA I

Clave	Semestre	Créditos	Área de conocimiento	Matemáticas
	5	10	Campo	Análisis Matemático
			Etapa	

Modalidad	Curso (X) Taller ( ) Lab ( ) Sem ( )	Tipo	T (X) P ( ) T/P ( )
Carácter	Obligatorio (X) Optativo ( ) Obligatorio E ( ) Optativo E ( )	Horas	

Semana		Semestre	
Teóricas	5	Teóricas	80
Prácticas	0	Prácticas	0
Total	5	Total	80

Seriación	
Ninguna ( )	
Obligatoria ( )	
Asignatura antecedente	
Asignatura subsecuente	
Indicativa (X)	
Asignatura antecedente	Cálculo diferencial e integral IV.
Asignatura subsecuente	Variable Compleja II.

Objetivos generales:

- Analizar las propiedades geométricas y algebraicas de las funciones analíticas.
- Conocer la teoría de integración de las funciones analíticas, así como sus aplicaciones.

Objetivos específicos:
- Demostrar el teorema de Cauchy y sus consecuencias.   - Deducir la fórmula integral de Cauchy para una función analítica y sus derivadas.   - Demostrar el teorema del residuo y sus consecuencias.   - Emplear las series de potencias para representar funciones analíticas alrededor de un punto, así como alrededor de puntos donde la función tiene una singularidad aislada.   - Utilizar el método de cálculo de residuos para calcular integrales.

Índice temático			
	Tema	Horas semestre	
		Teóricas	Prácticas
1	**Preliminares y analiticidad**	**25**	**0**
2	**Integración compleja y teoremas de Cauchy**	**25**	**0**
3	**Series**	**15**	**0**
4	**Teorema del residuo y aplicaciones**	**15**	**0**
	Total	**80**	

Contenido Temático	
	Tema y subtemas
1	**Preliminares y analiticidad** 1.1 Álgebra y geometría compleja. 1.1.1 Suma y producto de los números complejos y su geometría. 1.1.2 El campo de los números complejos como extensión de los números reales. 1.1.3 Módulo, parte real y parte imaginaria, argumentos. 1.1.4 Continuidad y diferenciabilidad real en el plano. 1.2 Proyección estereográfica y la esfera de Riemann. Métrica cordal (opcional). 1.3 Funciones elementales y su geometría: polinomiales, racionales (Moebius,...), exponencial, trigonométricas. 1.4 Funciones multivaluadas: ramas de logaritmo, potencias complejas, raíces. 1.5 Diferenciación compleja, analiticidad, ecuaciones de Cauchy-Riemann. 1.5.1 Condiciones necesarias y suficientes para la analiticidad. 1.5.2 Dominio de analiticidad de funciones multivaluadas. 1.5.3 Puntos de ramificación y cortes rama. 1.6 Funciones conformes. Teorema de la función inversa compleja, ejemplos.

2	**Integración compleja y teoremas de Cauchy**
	
	2.1 Integral compleja y sus propiedades:
	    2.1.1 Partes real e imaginaria de la integral compleja, C-linealidad con respecto al integrando y aditividad respecto a la suma de curvas. Monotonía, módulo y cotas superiores.
	    2.1.2 Primitivas de funciones de variable compleja y teorema fundamental del cálculo complejo.
	    2.1.3 Ejemplos.
	2.2 Teorema de Cauchy usando el teorema de Green.
	2.3 Lema de Goursat. Teorema de existencia de primitivas locales.
	2.4 Teorema de Cauchy para discos.
	2.5 Teorema de Cauchy en regiones generales, versiones con homotopía (teorema de la deformación) u homología (opcional).
	2.6 Índice de una curva, integrales de tipo Cauchy, fórmulas integrales de Cauchy.
	2.7 Teorema de Morera.
	2.8 Teorema de la primitiva global (opcional).
	2.9 Teoremas de Liouville y fundamental del álgebra.
	2.10 Lema de Schwarz y teorema del módulo máximo para funciones analíticas.
	2.11 Funciones armónicas y armónicas conjugadas. Teoremas de los módulos máximo y mínimo para funciones armónicas.
	2.12 El problema de Dirichlet y fórmula de Poisson (opcional).
	2.13 Flujos de fluidos, líneas de flujo y función corriente (opcional).

3	**Series** 3.1 Criterio M de Weierstrass, teorema de Weierstrass o de la convergencia analítica. 3.2 Lema de Abel, criterios para el radio de convergencia, teorema de Taylor. 3.3 Producto de series de potencias (opcional). 3.4 Fórmula integral de Cauchy para el anillo, teorema de Laurent y series de Laurent. 3.5 Singularidades, clasificación de singularidades, teorema de Casorati-Weierstrass.
4	**Teorema del residuo y aplicaciones** 4.1 Cálculo de residuos. 4.2 Teorema del residuo. 4.3 Principio del argumento, teorema de Rouché (opcional).

	4.4 Cálculo de integrales reales definidas: impropias de funciones racionales, cálculo de integrales trigonométricas. 4.5 Cálculo de integrales definidas por la transformada de Fourier y Laplace, valor principal de Cauchy (opcionales). 4.6 Cálculo de integrales usando cortes rama (opcional).

Estrategias didácticas		**Evaluación del aprendizaje**	
Exposición	(X)	Exámenes parciales	(X)
Trabajo en equipo	( )	Examen final	(X)
Lecturas	( )	Trabajos y tareas	(X)
Trabajo de investigación	( )	Presentación de tema	( )
Prácticas (taller o laboratorio)	( )	Participación en clase	(X)
Prácticas de campo	( )	Asistencia	( )
Aprendizaje por proyectos	( )	Rúbricas	( )
Aprendizaje basado en problemas	( )	Portafolios	( )
Casos de enseñanza	( )	Listas de cotejo	( )
Otras (especificar) Se sugiere que, cuando el tema lo amerite, se dé una motivación histórica.		Otras (especificar)	

Perfil profesiográfico	
Título o grado	Licenciatura en Matemáticas, Matemáticas Aplicadas, Física, Actuaría, Ciencias de la Computación o equivalente.
Experiencia docente	Con experiencia docente en el área o en áreas circundantes.
Otra característica	Especialista en el área de la asignatura a juicio del comité de asignación de cursos.

Bibliografía básica:

1. Ahlfors, L.V., *Complex Analysis*, McGraw-Hill, México, 1979.

   https://www.matem.unam.mx/~hector/%5BLars_Ahlfors%5D_Complex_Analysis_(Third_Edition).pdf

2. Chabat, B. V., *Introduction à l'analyse complexe, Tome 1*, Éditions Mir Moscou, 1990.

3. Conway, J. B., *Functions of One Complex Variable I*, second edition, Springer-Verlag New York, 1978.

   https://link-springer-com.pbidi.unam.mx:2443/book/10.1007/978-1-4612-6313-5

4. Lascurain, A., *Curso básico de variable compleja,* tercera edición, Las prensas de ciencias, UNAM, México, 2020.

5. Lavrentiev, M. A., y Chabat, B. V., *Méthodes de la théorie des fonctions d'une variable complexe*, 2nd ed., Éditions Mir Moscou, 1977.

6. Greene, R. E., y Krantz, S. G., *Function Theory of One Complex Variable,* third edition, AMS, Rhode Island, 2006.

7. Marsden, J. E., y Hoffman, M. J., *Basic Complex Analysis*, third edition, W.H. Freeman, New York, 1999.

8. Needham, T., *Visual Complex Analysis*, 25th Anniversary Ed., Oxford University Press, 2023.

9. Paez Cárdenas, J., *Elementos básicos de variable compleja*, Las prensas de ciencias, UNAM, México, 2023.

   http://lya.fciencias.unam.mx/paez/principal_web.pdf

10. Sandoval Romero, Ma. de los A., *Lecciones para un curso básico de análisis de una variable compleja*, Las prensas de ciencias, UNAM, México, 2023.

Bibliografía complementaria:

1. Bottazzini, U., y Gray, J., *Hidden Harmony — Geometric Fantasies, The Rise of Complex Function Theory*, Springer Science & Business Media, 2013.

   https://link-springer-com.pbidi.unam.mx:2443/book/10.1007/978-1-4614-5725-1

2. Markushevich, A. I., *Theory of functions of a complex variable (3 vols. in one),* AMS, 2005.

3. Titchmarsh, E. C., *The theory of functions,* second edition, Oxford University Press,1939.

Recursos digitales y software:

- **Origen histórico de los números complejos**

  https://www.youtube.com/watch?v=VN7nipynE0c&ab_channel=Veritasiumenespa%C3%B1ol

- **Transformaciones de Moebius**

  https://www.youtube.com/watch?v=0z1fIsUNhO4&ab_channel=djxatlanta