Corrigé de Laurent BEAU (Lycée de Kerichen. Brest) laurent.beau@prepas.org
N'hésitez pas à me signaler des erreurs ou à me suggérer des commentaires ou des réponses plus "élégantes". Merci.

1 DE LA TERRE A LA LUNE

2 Une odyssée problématique de l'espace

2A - Préliminaires

1. On néglige la rotation propre de la Terre donc le poids μg d'un objet de masse μ à la surface de la Terre est la force gravitationnelle terrestre $\frac{G\mu M_T}{R_T^2}$. Il vient ainsi :

$$g = \frac{GM_T}{R_T^2}$$

On peut vérifier numériquement. Avec les données de l'énoncé, on trouve $\frac{GM_T}{R_T^2} = 9{,}79\ \text{m.s}^{-2}$.

Le théorème de la résultante cinétique appliqué à la Lune s'écrit : $m\mathbf{a}(L) = -\frac{GM_T m}{d^2}\mathbf{e_r}$. L'orbite lunaire est circulaire autour du centre de la Terre donc la force gravitationnelle s'exerçant sur la Lune (et donc l'accélération) est normale à la trajectoire. La norme de l'accélération est alors : $\frac{v^2}{d} = d\left(\frac{2\pi}{T_T(d)}\right)^2$. On en déduit :

$$T_T(d) = \frac{2\pi d^{3/2}}{(GM_T)^{1/2}} \quad \text{ou} \quad T_T(d) = \frac{2\pi R_T^{1/2}}{g^{1/2}}\left(\frac{d}{R_T}\right)^{3/2}$$

Application numérique : **$T_T(d) = 27{,}39$ jours** à comparer aux 27,42 jours donnés en fin d'énoncé (0,3% d'écart).

1A - En négligeant la gravitation lunaire

2. L'énergie mécanique totale $E = \frac{1}{2}\mu\dot{x}^2 - \frac{GM_T\mu}{x} = \frac{1}{2}\mu\dot{x}^2 - \frac{gR_T^2\mu}{x}$ se conserve car le corps n'est soumis qu'à l'attraction terrestre.

3. L'énergie mécanique se conservant : $E = \frac{1}{2}\mu v_0^2 - \frac{gR_T^2\mu}{R_T}$ en notant v_0 la vitesse initiale du boulet. Pour atteindre l'infini, il faut que la vitesse soit non nulle pour $x \to +\infty$ c'est-à-dire que l'énergie mécanique totale du boulet soit positive ce qui impose, : $v_0 \geq V_\infty$ où

$$V_\infty = \sqrt{2gR_T}$$

Application numérique : **$V_\infty = 11{,}2\ \text{km.s}^{-1}$**

4. Exprimons la conservation de l'énergie entre le point de départ $x = R_T$, $v = V(D)$ et le point où la vitesse s'annule $x = D$, $v = 0$:

$$\frac{1}{2}\mu V(D)^2 - \frac{\mu g R_T^2}{R_T} = 0 - \frac{\mu g R_T^2}{D}$$

On trouve :

$$V(D) = \sqrt{2gR_T}\left(1 - \frac{R_T}{D}\right)^{1/2}$$

On retrouve bien $V(D) = 0$ si $D = R_T$ et $V(D) = V_\infty = \sqrt{2gR_T}$ si $D \to +\infty$

5. Récrivons la conservation de l'énergie entre le point de départ $x = R_T$, $v = V(D)$ et le point x , v :

$$E = \frac{1}{2}\mu\dot{x}^2 - \frac{gR_T^2\mu}{x} = 0 - \frac{gR_T^2\mu}{D}$$

ce qui donne :

$$\dot{x}^2 = 2gR_T^2\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{D}\right)$$

Dans cette équation, posons $x(t) = D\sin^2[\psi(t)]$ c'est-à-dire $\dot{x}(t) = 2D\dot{\psi}(t)\sin[\psi(t)]\cos[\psi(t)]$.

$\frac{1}{x} - \frac{1}{D} = \frac{1}{D}\left(\frac{\cos[\psi(t)]}{\sin[\psi(t)]}\right)^2$

Après simplifications (avec $\cos[\psi(t)]$ différent de $\pi/2$), on obtient :

$$\dot{\psi}(t)\sin^2[\psi(t)] = \left(\frac{gR_T^2}{2D^3}\right)^{1/2} = \frac{\pi\sqrt{2}}{T_T(D)}$$

Seule la solution où $\dot{\psi}(t) > 0$ a été conservée puisque $x(t)$ est croissante (donc $\psi(t)$ également et $0 \le \psi(t) \le \pi/2$ puisque $0 \le x(t) \le D$)

En intégrant entre $t = 0$ et t, on a bien $t = T_T(D)f(\psi)$ où , en posant $\chi(\psi) = \psi - \frac{1}{2}\sin(2\psi)$

$$f(\psi) = \frac{1}{\pi\sqrt{2}}\int_{\psi(0)}^{\psi(t)}\sin^2(u)\,du = \frac{1}{2\pi\sqrt{2}}[\chi(\psi) - \chi(\psi_0)]$$

A $t = 0$, $x(0) = R_T = D\sin^2[\psi_0]$ donc $\sin^2(\psi_0) = \frac{R_T}{D}$

6. Le temps τ mis pour atteindre le point D est tel que $x(\tau) = D$ soit $\psi(\tau) = \pi/2$.

Il vient donc $\tau = \frac{T_T(D)}{2\pi\sqrt{2}}\left(\frac{\pi}{2} - \chi(\psi_0)\right) = \frac{T_T(D)}{4\sqrt{2}}\left(1 - \frac{2}{\pi}\chi(\psi_0)\right)$

7. On lance le boulet avec la vitesse initiale $V(d)$ comme si on voulait lui faire atteindre le centre de la Lune avec une vitesse nulle. ψ_0 vérifie donc $\sin^2(\psi_0) = \frac{R_T}{d} = 1{,}66.10^{-2} << 1$. On peut donc faire l'approximation $\psi_0 \approx \left(\frac{R_T}{d}\right)^{1/2}$ et $\chi(\psi_0) \approx \frac{2}{3}\left(\frac{R_T}{d}\right)^{3/2}$.

La durée de voyage du boulet jusqu'à la surface lunaire est $\tau_1 = T_T(d)f(\psi_1)$ où $\psi_1 = \psi(\tau_1)$ vérifie $\sin^2(\psi_1) = \frac{x(\tau_1)}{d} = 1 - \frac{r}{d}$.

$\frac{r}{d} << 1 \Rightarrow \sin^2(\psi_1) \approx 1$ donc ψ_1 est proche de $\pi/2$.

Posons $\psi_1 = \pi/2 - u$ où $u << 1$; il vient donc $\sin^2(\psi_1) = 1 - \cos^2(\psi_1) = 1 - \frac{r}{d}$ donc $\cos(\psi_1) = \left(\frac{r}{d}\right)^{1/2}$ et ensuite $\cos\left(\frac{\pi}{2} - u\right) = \sin(u) \approx u \Rightarrow u \approx \left(\frac{r}{d}\right)^{1/2}$.

On en déduit $\chi(\psi_1) = \psi_1 - \frac{1}{2}\sin(\psi_1) \approx \frac{\pi}{2} - u - \frac{1}{2}\sin(2u) \approx \frac{\pi}{2} - 2u \Rightarrow \chi(\psi_1) \approx \frac{\pi}{2}\left(1 - \frac{4}{\pi}\left(\frac{r}{d}\right)^{1/2}\right)$

Conclusion : $\tau_1 = \frac{T_T(d)}{2\pi\sqrt{2}}(\chi(\psi_1) - \chi(\psi_0)) \Rightarrow \tau_1 \approx \frac{T_T(d)}{4\sqrt{2}}\left(1 - \frac{4}{\pi}\left(\frac{r}{d}\right)^{1/2} - \frac{4}{3\pi}\left(\frac{R_T}{d}\right)^{3/2}\right)$

L'application numérique donne **τ_1 = 4,42 jours**

Au point d'impact, $x = d - r$. La vitesse du boulet à l'arrivée sur la Lune est donc

$$\dot{x} = \sqrt{2gR_T^2}\left(\frac{1}{d-r} - \frac{1}{d}\right)^{1/2}$$

$$v_{impact} = \sqrt{2gR_T^2}\left(\frac{r}{(d-r)d}\right)^{1/2}$$

Application numérique : **v_{impact} = 97,2 m.s^{-1}**

8. Pendant la durée τ_1, la Lune parcourt sur son orbite circulaire autour de la Terre, l'angle θ_1 tel que

$$\theta_1 = 2\pi\frac{\tau_1}{T_T(d)}$$

Application numérique : **θ_1 = 58°** proche des 64° donnés par Jules Verne (10% d'écart relatif)

1B - Avec la gravitation lunaire

9. La position du point d'équigravité est définie par $\frac{GM_T}{\xi^2} = \frac{Gm}{(d-\xi)^2}$ ce qui donne :

$$\xi = \frac{d}{1 + \left(\frac{m}{M_T}\right)^{1/2}}$$

Application numérique : ξ = 345600 km (avec la précision de d !) mais vu le nombre de chiffres significatifs de m et M_T, on écrira plutôt : **ξ = 3,46.10^5 km**

Si le boulet atteint ce point d'équigravité, il passera dans la zone où la force d'attraction lunaire est plus forte que la force d'attraction terrestre : il atteindra alors obligatoirement la Lune.

Ce point d'équigravité n'est pas fixe car le système Terre-Lune bouge. Il ne correspond donc pas à un point d'équilibre du point de vue dynamique.

10. En tenant compte de l'énergie potentielle associée à la force gravitationnelle lunaire, l'énergie mécanique totale du boulet s'écrit :

$$E = \frac{1}{2}\mu v^2 - \frac{GM_T\mu}{x} - \frac{Gm\mu}{d-x} = \frac{1}{2}\mu v^2 - \frac{gR_T^2\mu}{x} - \frac{m}{M_T}\frac{gR_T^2\mu}{d-x}$$

Cette énergie est conservative car le boulet n'est soumis qu'aux attractions lunaire et terrestre, elle s'écrit donc aussi en tenant compte des conditions initiales :

$$E = \frac{1}{2}\mu v_0^2 - \frac{gR_T^2\mu}{R_T} - \frac{m}{M_T}\frac{gR_T^2\mu}{d-R_T}$$

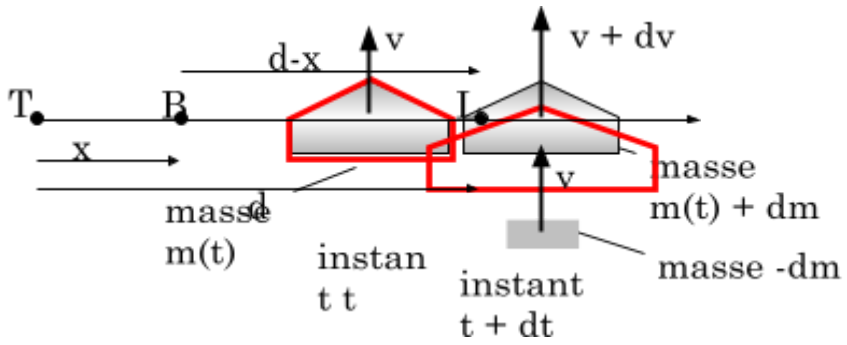
On obtient alors :

$$\frac{1}{2}(v^2 - v_0^2) = gR_T\left[\frac{R_T}{x} - 1 + \frac{m}{M_T}\left(\frac{R_T}{d-x} - \frac{R_T}{d-R_T}\right)\right]$$

Cette équation est « l'intégrale de l'équation des forces vives » que nous appelons intégrale première du mouvement obtenue en intégrant le principe fondamental de la dynamique (« équation des forces vives »).

Parmi les 4 termes entre crochets, $\frac{R_T}{x} \approx 1{,}84.10^{-2}$, $\frac{m}{M_T}\frac{R_T}{d-\xi} \approx 2{,}05.10^{-3}$ et $\frac{m}{M_T}\frac{R_T}{d-R_T} \approx 2{,}09.10^{-4}$ en faisant l'évaluation pour $x = \xi$.

Numériquement, on trouve ***V*(ξ) =**



11,07 km.s-1

Remarque : en faisant D = ⦸ dans la réponse à la question 4, on trouve INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2} = 11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ qui est légèrement plus élevée que V⦸) trouvée à cette question. Ceci est logique car en tenant compte de l'attraction lunaire, on doit lancer moins vite le boulet au départ pour qu'il atteigne la Lune. Les deux valeurs sont néanmoins très proches car tant que x < ⦸, l'attraction terrestre est prépondérante.Par définition, le rayon de la sphère d'influence de la Terre par rapport au Soleil est tel que : INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2} = 11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ notations transparentes)On en déduit : INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2} = 11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ Numériquement : RSI = 2,59.105 km < d donc selon ce modèle, la lune est un astéroïde solaire... La durée 2 du trajet Terre-Lune peut s'écrire : INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2} = 11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ où INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2} = 11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ est la durée du trajet surface de la TerreE resp. la durée du trajet Esurface de la Lune).La durée INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2} = 11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ est également la durée du trajet surface de la Lune-E la durée de « montée » ou de « descente » est la même, les équations du mouvement étant invariantes par renversement du temps.D'après la réponse à la question 6 : INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2} = 11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ et INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2} = 11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ où INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2} = 11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ et INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2} = 11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ .Résistance de l'airLe principe fondamental de la dynamique projeté sur la trajectoire rectiligne du boulet donne : INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2} = 11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ Multiplions par INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2} = 11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$, il vient : INCORPORER Equation.3

$\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$. En intégrant entre la surface de la Terre et la sortie de l'atmosphère, on obtient : INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ c'est-à-dire INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ Numériquement : VY/v0 = 0,819 soit plus de 20 d'écart avec la valeur 2/3 donnée par BARBICANE. Le modèle est donc à affiner cf. question suivante).Il est cohérent de négliger la pesanteur puisque kV2 est de l'ordre de 107 N en prenant V de l'ordre de 10 km/s ce qui l'ordre de grandeur ici) alors que le poids du boulet est de 105 N.Un modèle moins fruste tenant compte de la variation de la densité de l'atmosphère aboutit à l'équation : INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ Multiplions à nouveau par INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$: INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$. En intégrant entre la surface de la Terre et un point d'altitude y, on obtient : INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ A la sortie de l'atmosphère terrestre, on veut INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$. Il faut donc : INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ On trouve alors v0 = 16,8 km.s-1 ce qui représente bien cette fois-ci INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$.D'après le théorème de l'énergie cinétique, le travail de la force résistante est : INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ Une fraction de ce travail est transformé en énergie thermique : INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ car l'échauffement est important on le vérifiera dans l'application numérique qui suit).On en déduit INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ A.N : Tf = 12.103 K ce qui correspond à l'échauffement du boulet. Aucun matériau ne résiste à une telle température.L'énergie nécessaire à vaporiser une masse dm de matériau est dm. Cette énergie est fournie par la fraction du travail élémentaire de la force résistante entre t et t + dt : INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$: INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ A l'instant t, la quantité de mouvement du système entouré ci-dessus est INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ A l'instant t + dt, la quantité de mouvement du système entouré ci-dessus est INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ On en déduit donc la variation de quantité de mouvement de ce système

$\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$

fermé : INCORPORER Equation.3 au premier ordreLe principe fondamental de la dynamique appliqué à ce système fermé s'écrit INCORPORER Equation.3 On obtient donc le système différentiel suivant : INCORPORER Equation.3 Canon et poudreLa masse de poudre INCORPORER Equation.3 se transformant intégralement en gaz de masse INCORPORER Equation.3 : INCORPORER Equation.3 La pression du gaz étant nettement plus élevée que la pression atmosphérique, la force de poussée s'écrit PS où P est la pression du gaz INCORPORER Equation.3 .Le théorème de la résultante cinétique appliqué au boulet donne INCORPORER Equation.3 Multiplions par vdt = dx : INCORPORER Equation.3 qui donne en intégrant entre le départ et la sortie du canon vitesse de sortie W) : INCORPORER Equation.3 En posant INCORPORER Equation.3 , l'équation précédente devient INCORPORER Equation.3 . La longueur X du canon est minimale quand INCORPORER Equation.3 . On trouve INCORPORER Equation.3 et donc INCORPORER Equation.3 A.N : X0 = 84,9 m et X = 231 mCette fois-ci, le gaz suit une évolution polytropique INCORPORER Equation.3 c'est-à-dire INCORPORER Equation.3 .On reprend le calcul de la question 18 en remplaçant INCORPORER Equation.3 par INCORPORER Equation.3 : INCORPORER Equation.3 INCORPORER Equation.3 qui devient INCORPORER Equation.3 cf. question 19 pour l'expression de X1)qu'on peut

encore écrire INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ Différentions cette expression : INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ .La longueur X du canon est minimale quand INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$. On trouve INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ remarquons qu'on retrouve le résultat de la question 19 en faisant ✔ = 1 ce qui est rassurant...).On en déduit en remplaçant INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ dans INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ que INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ A.N : X0 = 170 m et X = 340 mLe modèle de l'évolution isotherme du gaz donne donc un résultat plus proche des valeurs proposées par BARBICANE que l'évolution polytropique avec ✔ = 2.Considérons l'accélération du boulet constante INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ donc INCORPORER Equation.3 : INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ A.N : a = 6,3.105 m.s-2 soit 6,3.104 g 6300 fois l'accélération maximale à laquelle résiste un être humain).Aucun dispositif ou équipement ne permet de survivre à une telle accélération même les combinaisons « antig » équipant les pilotes d'avions militaires comprimant les membres inférieurs pour refouler le sang vers le haut du corps, le cerveau en particulier).Retour sur la sphère d'influenceLes équations du mouvement de la Terre, de la Lune et du boulet sont respectivement : INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ 1) INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ 2) INCORPORER Equation.3 3) INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ donne : INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ La permutation des indices T et L et des masses MT et m mène à INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ avec INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ et INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ Prenons la situation où Lune, boulet et Terre sont alignés.Algébriquement INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ et INCORPORER Equation.3 . On en déduit INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ en posant INCORPORER Equation.3

$\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ De même, on aboutit à INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ On vérifie aisément que INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ Au point d'équigravité, INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ et INCORPORER Equation.3 On trouve INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ et INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ A.N : ×T = 0,19 et ×L = 0,99 ce qu'on vérifie graphiquement).La formule de Tisserand donnée dans l'énoncé est sûrement erronée. En effet, considérons que << 1 rappelons que = 1/9) et donc que la valeur de u correspondant à la séparatrice est proche de 1 : INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ devient INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ c'est-à-dire INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ donc le rayon de la sphère d'influence de la Lune : INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ Avec ce résultat, on trouve un rayon de 0,150d = 57,6.103 kmAvec la formule de l'énoncé, on trouve un rayon de 0,172d = 66,2.103 kmalors que l'analyse de la figure 4 et non figure 3 comme le propose l'énoncé...) donne INCORPORER Equation.3 $\sqrt{2gR_T}\left(1-\frac{R_T}{\xi}\right)^{1/2}=11{,}08\ \text{km.s}^{-1}$ pour u = 0,865 soit rIL) = 0,135d = 51,8.103 km.L'écart relatif est de 11 avec la formule rectifiée et de 27 avec la formule de l'énoncé.* * ** **