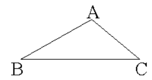

Concepto



Un triángulo es una figura limitada por tres segmentos, llamados lados
Los puntos A, B y C son los vértices del triángulo

Un triángulo es una figura rígida: no se puede alterar su estructura

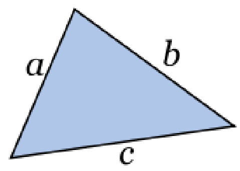
La base de un triángulo puede ser cualquiera de sus lados, pero una vez que se eligió un lado la altura es una sola: la menor distancia entre la base y el vértice opuesto.

En un triángulo a mayor lado se opone mayor ángulo

Si un triángulo tiene dos lados iguales, sus ángulos opuestos también son iguales

Propiedad triangular

En cualquier triángulo, cada lado mide menos que la suma de los otros dos lados.



$a < b + c \quad b < a + c \quad$ y $\quad c < a + b$

Luego, para poder construir un triángulo con 3 segmentos, el segmento mayor debe medir menos que la suma de los otros dos segmentos.

Actividades

Las medidas de los lados de un triángulo son números naturales. Se sabe que dos lados miden 2 cm y 3 cm. ¿Cuántos cm puede medir el otro lado?

****

¿Puedes construir un triángulo de lados 3, 5 y 9 cm?
****

¿Cuál es la condición para que tres segmentos formen un triángulo?
****

Averigua si existe o no un triángulo cuyos lados midan:
a) 5 cm, 6 cm y 8 cm
b) 20 cm, 40 cm y 10 cm
c) 3 cm, 4 cm y 7 cm
a) 30 cm , 0,2 m y 40 cm
b) 825 mm ; 43 cm y 0,1 m
c) 3 hm 0,05 km y 3500 cm
****

Oscar tiene tres varillas de 3 cm, 5 cm y 9 cm. Norberto tiene otras tres de 20 cm, 24 cm y 32 cm. ¿Cuál de los dos puede formar un triángulo con sus varillas?

Resolución

Como $9 > 3+5$, Oscar no puede formarlo. Como $32 < 20 + 24$, Norberto si puede
****

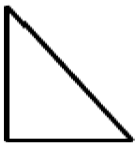
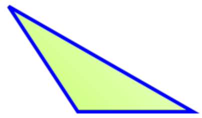
Se tienen tres varillas de longitudes 3 cm, 5 cm y 10 cm.
Razona si podemos o no construir un triángulo con ellas
****

En un anuncio vemos que se vende una parcela triangular de lados 50 m ,40 m y 100 m por 120 000 €

¿Encuentras alguna discordancia?
****

Disponemos de 7 tiras de madera, todas de distinta longitud: una de 1 cm, otra de 2 cm, una tercera de 3 cm y así sucesivamente hasta una última tira de 7 cm. ¿Cuántos triángulos distintos pueden formarse?
****

Clasificación de triángulos

 Equilátero Tiene los lados y ángulos iguales, cada uno mide 60º	 Isósceles Tiene dos lados iguales y otro desigual. Además, tiene dos ángulos iguales y el otro desigual.	 Escaleno Tiene los tres lados y ángulos desiguales
 Triángulo rectángulo Tiene un ángulo recto. Los lados que forman el ángulo recto se llaman catetos y el lado opuesto al ángulo recto se llama hipotenusa. Los ángulos agudos son complementarios. Si los catetos son iguales sería un triángulo rectángulo isósceles	 Acutángulo u oblicuángulo Tiene los tres ángulos agudos (Observa que los triángulos equiláteros son acutángulos)	 Obtusángulo Tiene un ángulo obtuso

Actividades resueltas

1) Calcula los ángulos que faltan en los siguientes triángulos:
a) Un triángulo escaleno si dos de los ángulos miden 20º y 130º
b) Un triángulo rectángulo, sabiendo que uno de los ángulos agudos mide 40º50'
c) Un triángulo isósceles cuyo ángulo desigual mide 10º

Resolución

Se usa que los tres ángulos de un triángulo suman 180º:
a) 180º – 20º – 130º = 30º b) 90 – 40º50´= 49º10´ c) (180º – 10º):2 = 85º⇒ cada ángulo sería de 85º

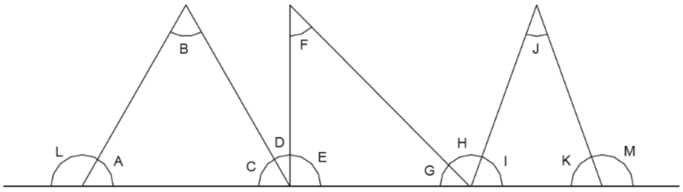
2) Clasifica los siguientes triángulos:
a) Los lados miden 7 cm, 7 cm y 3 cm b) Dos de sus ángulos son 25º y 75º
c) Los lados son 3 cm, 3 cm y 3 cm d) Dos de sus ángulos son 140º y 20º
e) Los lados son 5 cm, 2 cm y 4 cm f) Dos de sus ángulos miden 70º y 65º

Resolución

a) isósceles
b) como el otro ángulo mide 180º – 25º – 75º = 80º, el triángulo es escaleno y acutángulo
c) equilátero (acutángulo)
d) como el otro ángulo mide 180º – 140º – 20º = 80º, el triángulo es escaleno y obtusángulo

e) escaleno
f) como el otro ángulo mide 180º – 70º – 65º = 45º, el triángulo es escaleno y acutángulo

3) Si alineamos sobre una recta un triángulo equilátero, un triángulo rectángulo y un triángulo isósceles forman la siguiente figura:



Sabiendo que el ángulo G mide 45º y el ángulo K mide 70º, halla lo que miden los demás ángulos

<u>Resolución</u>

En el equilátero, A = B = C = 60º en el t. rectángulo E = 90º en el isósceles I = K = 70º

L es el suplementario de A ⇒ L = 120º F es el complementario de G ⇒ F = 45º

M es el suplementario de K ⇒ M = 110º J = 180º – I – K = 40º H = 180º – I – G = 65º

D = 180º – C – D = 30º

<u>Más actividades</u>

Di el nombre de un triángulo que tiene un ángulo obtuso
****

Di el nombre de un triángulo que tiene un ángulo recto
****

Di el nombre de un triángulo que tiene los tres lados y ángulos desiguales
****

Di el nombre de un triángulo que tiene solo dos lados y ángulos iguales
****

Di el nombre de un triángulo que tiene los tres ángulos agudos
****

Construye un triángulo
a) con dos lados que midan 3 cm y 2 cm, de tal manera que ambos determinen un ángulo de 45°.
b) con un lado de 8 cm y ángulos adyacentes de 60° y 45°.
c) con dos lados que midan 5 cm y 7 cm, de tal manera que ambos determinen un ángulo de 60°.
****

¿Cómo se llaman los triángulos que tienen dos lados iguales y el otro desigual?
****

¿Cómo se llama el lado mayor de un triángulo rectángulo?
****

Señala Verdadero (V) o Falso (F) según corresponda, justificando las falsas:
Un triángulo obtusángulo no puede ser isósceles.
Un triángulo acutángulo es el que tiene sus 3 ángulos interiores agudos.
La hipotenusa es el lado más largo del triángulo rectángulo.
El triángulo isósceles tiene dos ángulos interiores iguales.
En un triángulo equilátero, la altura y la bisectriz son segmentos iguales.

****

Los lados de un triángulo miden 3 cm, 5 cm y 7 cm. ¿Qué puedes decir de los ángulos A, B, y C? ¿Qué tipo de triángulo es?

****

Clasifica los triángulos que tienen los siguientes ángulos:
120°, 30° y 30° = ...
40°, 50° y 90° = ...
70°, 60° y 50° = ...
45°, 100° y 35° = ...

****

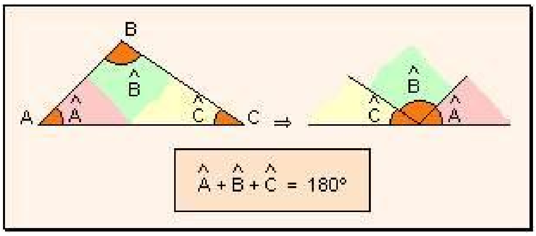
Completa la siguiente tabla indicando Sí o No:

	Isósceles	Equilátero	Escaleno
Tiene los tres ángulos iguales.			
Sólo tiene dos lados iguales.			
Los tres lados tienen diferente longitud.			

****

Suma de los ángulos de un triángulo

En todo triángulo la suma de los tres ángulos vale 180º



Actividades

Calcula los ángulos que faltan en los siguientes triángulos:
a) Un triángulo escaleno si dos de los ángulos miden 20º y 130º
b) Un triángulo rectángulo, sabiendo que uno de los ángulos agudos mide 40º50'
c) Un triángulo isósceles cuyo ángulo desigual mide 10º
Solución: Se usa que los tres ángulos de un triángulo suman 180º:
a) 180º – 20º – 130º = 30º b) 90 – 40º50´= 49º10´ c) (180º – 10º):2 = 85º⇒ cada ángulo sería de 85º

****

¿Cuánto suman los 3 ángulos de un triángulo? {:MC:~90º~=180º~100º~360º}

****

Si un ángulo de un triángulo rectángulo mide 25º, ¿Cuánto mide el otro ángulo agudo?

Di el nombre de un triángulo que tiene los tres lados y ángulos iguales

¿Cuánto mide cada ángulo de un triángulo equilátero?

Si un triángulo tiene un ángulo recto, ¿puede tener además un ángulo obtuso?

****

Selecciona la opción correcta:
Tiene un ángulo de 90º{:MC:~=triángulo rectángulo~triángulo obtusángulo~triángulo acutángulo~triángulo pitagórico}
Los tres ángulos son agudos{:MC:~triángulo rectángulo~triángulo obtusángulo~=triángulo acutángulo~triángulo pitagórico}

Tiene un ángulo mayor que el ángulo recto{:MC:~triángulo rectángulo~=triángulo obtusángulo~triángulo acutángulo~triángulo pitagórico}
****

Selecciona la opción correcta:
Tiene los tres lados iguales{:MC:~=triángulo equilátero~triángulo escaleno~triángulo isósceles~triángulo armónico}
Tiene los tres lados distintos{:MC:~triángulo equilátero~=triángulo escaleno~triángulo isósceles~triángulo armónico}
Tiene dos lados iguales y el otro desigual{:MC:~triángulo equilátero~triángulo escaleno~=triángulo isósceles~triángulo armónico}
****

Las medidas de los ángulos de un triángulo son proporcionales a 2, 3 y 5. Calcula la medida de estos ángulos.
****

Contesta verdadero o falso: No hay triángulos cóncavos
****

¿Cuál de los siguientes triángulos no existe?
a) rectángulo isósceles b) obtusángulo isósceles c) acutángulo equilátero d) acutángulo rectángulo
****

En un triángulo se conocen dos de sus ángulos. Determina el valor del tercero:
a) A = 36º 0' 12''; B = 48º 36' 54''
b) A = 43º 29' 39''; B = 49º 30' 21''.
c) A = 108º 45' 37''; B = 94º 37' 12''.
****

En un triángulo isósceles el ángulo desigual mide 20º, ¿cuánto mide cada uno de los ángulos iguales?
****

En un triángulo ABC, el ángulo A mide 50º, y el ángulo B, 30º. ¿Cuánto mide el ángulo C?
¿Qué tipo de triángulo es?
****

¿Es posible que un triángulo sea a la vez equilátero y obtusángulo?
****

¿Pueden medir 50º y 25º los ángulos de un triángulo rectángulo?
****

En un triángulo isósceles el ángulo desigual mide 20º.
¿Cuánto mide cada uno de los ángulos iguales? {:SA:=80}grados
****

¿Cuánto mide cada ángulo de un triángulo equilátero? {:SA:=60}grados
****

¿Cómo se llama el lado mayor de un triángulo rectángulo? {:SA:=hipotenusa~=Hipotenusa~=la hipotenusa}
****

Clasifica los siguientes triángulos:
a) Los lados son 7 cm , 7 cm y 3 cm
b) Los lados son 3 cm , 4 cm y 5 cm
c) Dos de los ángulos son 140° y 20°
****

Los dos ángulos menores de un triángulo miden 43º 53' 42'' y 60º 15' 35''. ¿Cuánto mide el ángulo mayor? (Recuerda que la suma de los tres es 180º)
****

En un triángulo rectángulo se conoce uno de sus ángulos agudos. Determina el valor del otro ángulo agudo:
a) B = 37º 45' 45''.
b) B = 49º 12' 37''.
c) B = 5/3 de ángulo recto.

****

Si un triángulo tiene un ángulo recto, ¿puede tener además un ángulo obtuso?
a) Sí b) No c) A veces d) Ninguna de las anteriores

****

En un triángulo ABC el lado AB mide 2 cm y se cumple que el ángulo A es el triple que el ángulo C y el ángulo B es el doble del ángulo C. Construye dicho triángulo.

****

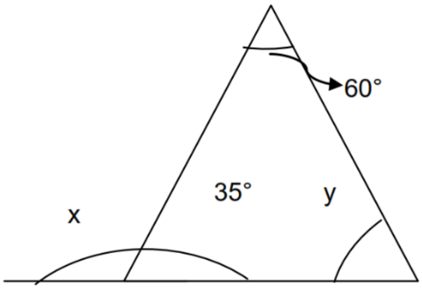
Calcula los ángulos que faltan en los siguientes triángulos:
a) Un triángulo escaleno si dos de los ángulos miden 20º y 130º
b) Un triángulo rectángulo, sabiendo que uno de los ángulos agudos mide 40º50'
c) Un triángulo isósceles cuyo ángulo desigual mide 10º
d) Un triángulo isósceles cuyos ángulos iguales miden 34,75º cada uno
e) Un triángulo isósceles si uno de los ángulos mide 140º28'15''

****

Calcula el ángulo obtuso que forman las dos bisectrices interiores de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo.

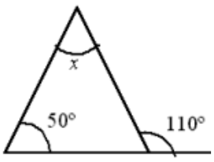
****

Observa la figura y determina el valor de x e y



****

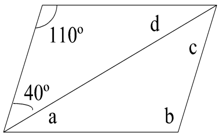
El valor, en grados, del ángulo x de la figura es



a) 20 b)45 c)70 d)55 e)60

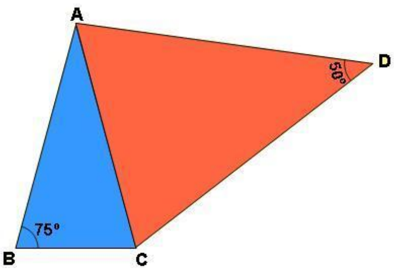
****

Halla los valores de los ángulos desconocidos:



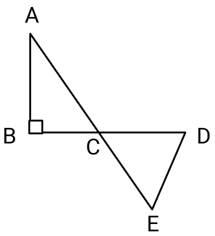
****

En la figura, AD = DC, AB = AC, el ángulo ABC mide 75º y el ángulo ADC mide 50º. ¿Cuánto mide el ángulo BAD?



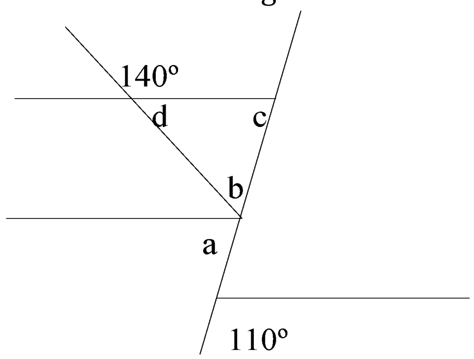
****

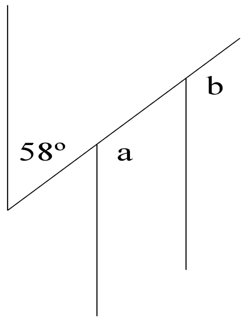
Calcular los ángulos interiores de la figura, sabiendo que $\hat{A} = 35°\ 20'$ $\hat{E} = 50°$

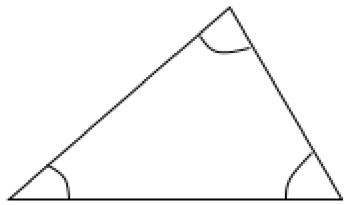


****

Halla los valores de los ángulos desconocidos:





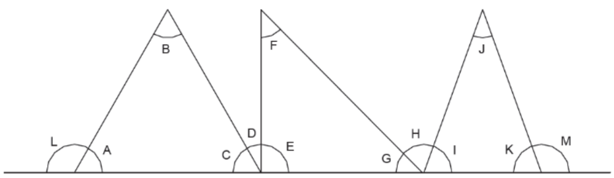


****

En la gráfica siguiente, el segmento BD biseca el ángulo B. El segmento CD biseca el ángulo C. Encuentre las medidas de los ángulos x , y.

****

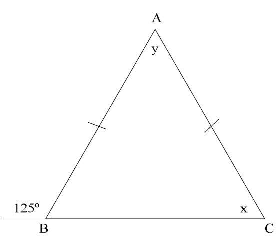
Si alineamos sobre una recta un triángulo equilátero, un triángulo rectángulo y un triángulo isósceles forman la siguiente figura:



Sabiendo que el ángulo **G** mide 45º y el ángulo **K** mide 70º, ¿cuánto miden los demás ángulos?

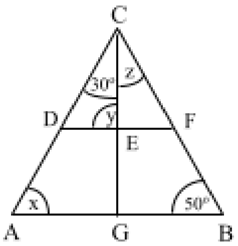
****

Con la información dada en el siguiente triángulo isósceles, encuentre las medidas de los ángulos x , y.



****

En el triángulo ABC de la figura dada, el trazo CG es altura, DF // AB y E punto medio de CG. Halla lo que miden los ángulos x, y, z.



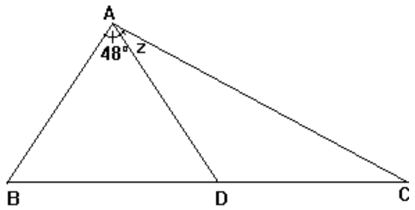
¿BD es perpendicular a AC?

****

Para la figura, determina los valores de α, β y γ respectivamente.

****

Halla el ángulo z, sabiendo que AB = AD = DC



****

Construcción de triángulos

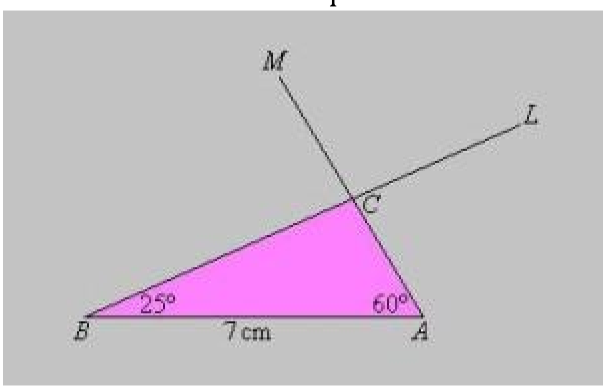
1er caso: *Dados un lado y sus ángulos adyacentes*

Supongamos que te piden que construyas un triángulo con un lado de 7 cm, cuyos ángulos adyacentes sean respectivamente de 25° y 60° de amplitud.

Los pasos a seguir serán los siguientes:

– Dibuja un segmento de 5 cm que tomarás como base del triángulo
– Sobre sus extremos, con la ayuda de un transportador de ángulos, dibuja los dos ángulos mencionados.
– Prolonga los lados de dichos ángulos y en el punto de corte de esos lados, obtendrás el tercer vértice.

Observa la figura siguiente que ilustra con claridad los pasos anteriores:

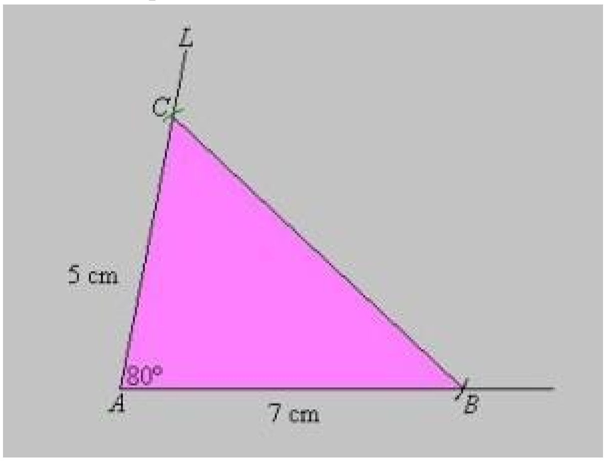


2º caso: *Dados dos lados y el ángulo comprendido*

Supongamos ahora que se te pide la construcción de un triángulo que tenga dos lados de 5 cm y 7 cm, respectivamente siendo el ángulo comprendido entre ellos de 80°.

Los pasos a seguir son:

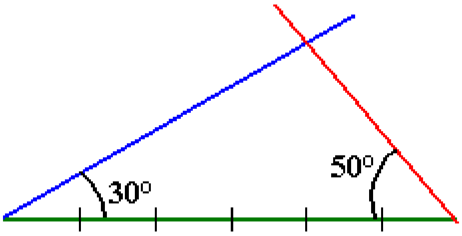
– Con el transportador de ángulos dibuja un ángulo de 80°
– Sobre los lados del ángulo señala dos segmentos de 5 y 7 cm, respectivamente.
– Une los extremos de dichos segmentos por un tercer segmento que en definitiva será el tercer lado del triángulo.
Veamos la siguiente figura que ilustra los pasos antes señalados:



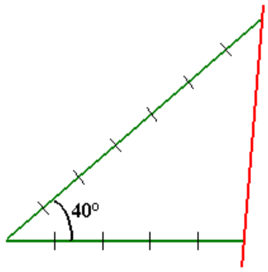
<u>3er caso</u>: *<u>Dados dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos</u>*
En este caso, no siempre se puede construir. Lo vamos a omitir

<u>4º caso</u>: *<u>Dados los tres lados</u>*
En este caso, no siempre se puede construir. Lo vamos a omitir

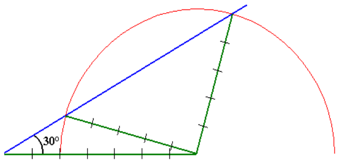
Conocidos un lado y sus ángulos adyacentes
Construir un triángulo con un lado de 7 cm y ángulos adyacentes de 30° y 50°.
Dibujamos como base un segmento de 7 cm y sobre sus extremos, con la ayuda de un transportador de ángulos, dibujamos los ángulos señalados. Prolongando los lados de los ángulos, obtenemos el tercer vértice.



Conocidos dos lados y el ángulo comprendido
Construir un triángulo de lados 5 cm y 7 cm, siendo el ángulo comprendido de 40°.
Con el transportador dibujamos un ángulo de 40° y, sobre los lados del ángulo señalamos sendos segmentos de 5 y 7 cm, respectivamente. Uniendo los extremos de lso segmentos por un tercero, obtenemos el triángulo.

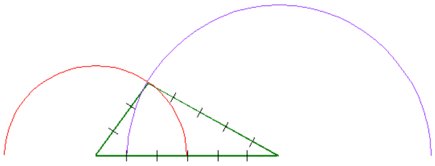


Conocidos dos lados y el ángulo opuesto a uno de ellos
Construir un triángulo con dos lados de 7 y 5 cm, y un ángulo de 30° opuesto al lado pequeño.
Sobre un extremo del lado mayor dibujamos un ángulo de 30°. Con un compás de radio 5 cm, trazamos un arco desde el otro extremo que corta en dos puntos el lado del ángulo. Obtenemos de esta manera dos soluciones al problema: los triángulos ABC y ABD de la figura adjunta.

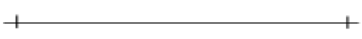
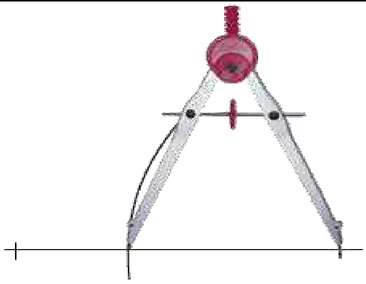
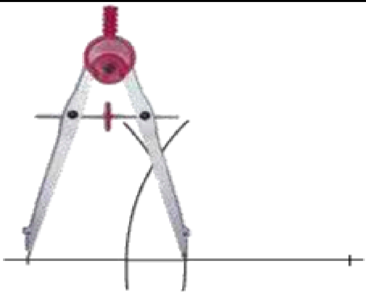
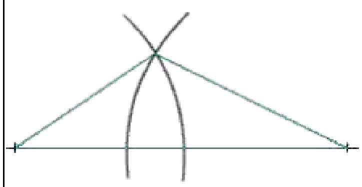


Repite el problema anterior con un lado mayor de 15 cm y comenta el resultado.
Haz lo mismo con un primer lado de 2 cm.

Conocidos los tres lados
Construir un triángulo de lados 3, 5 y 6 cm.
Desde los extremos del lado mayor trazamos dos circunferencias de radios 3 y 5 cm. El punto de corte nos da el tercer vértice.



Pasos para construir un triángulo con regla y compás

Paso 1. Se traza un segmento de cualquiera de las medidas dadas, por ejemplo, 6 cm.	**Paso 2.** Se abre el compás a cualquiera de las otras dos medidas y con centro en un extremo del segmento, se traza un arco.
	
Paso 3. Se abre el compás a la tercera medida y con centro en el otro extremo del segmento, se traza un arco que cruce al anterior.	**Paso 4.** Se unen los extremos del segmento con el punto donde se cortan los arcos y se obtiene el triángulo pedido.
	

Actividades

Construye un triángulo equilátero de 4 cm de lado.

****

Construye un triángulo con dos lados que midan 3,5 cm y 2,5 cm, de tal manera que ambos determinen un ángulo de 45°.

****

Construye un triángulo con un lado de 8 cm y ángulos adyacentes de 60° y 45°.

****

Construye un triángulo con dos lados de 10 cm y 7 cm, de tal manera que el ángulo opuesto al último sea de 30°.

****

Construye un triángulo rectángulo con un cateto de 2,4 cm y la hipotenusa de 5 cm.

****

Construye un triángulo cuyos lados tengan las siguientes medidas:

a) 4 cm; 6 cm.; y 8 cm.

b) 10 cm; 7 cm.; y 5 cm.

c) 6 cm.; 9 cm.; y 2 cm.

****

Dibuja un triángulo cuyos ángulos interiores midan:

a) 30º; 70º y 80º

b) 45º; 75º y 60º

****

Dibuja un triángulo cuyos ángulos midan 95º y 100º, respectivamente, y el lado común 5 cm. ¿Qué ocurre?

****

Dibuja un triángulo cuyos ángulos midan 120º y 15º, respectivamente, y el lado común 7 cm e indica qué tipo de triángulo es.

****

Dibuja un triángulo cuyos ángulos midan 80º y 45º, respectivamente, y el lado común 5 cm e indica qué tipo de triángulo es.

****

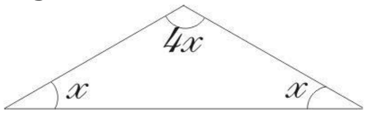
Construye un triángulo

equilátero	isósceles	escaleno	rectángulo
a) 5 cm de lado	a) lado desigual 4 cm	a) de lados 12 cm., 8 cm. y 6 cm.	a) de catetos 6 cm. y 8 cm.
b) 4 cm de lado	b) lado desigual 9 cm.	b) de lados 5 cm., 10 cm. y 7 cm.	b) de catetos 4 cm. y 3 cm.

****

Dibujar un triángulo isósceles de tal manera que uno de sus ángulos mide la cuarta parte de otro.
Solución:
Un triángulo isósceles tiene dos lados iguales, por lo que tenemos dos casos:
Primer Caso: Uno de los lados mide x y los otros dos 4x:

En este caso, $x + 4x + 4x = 180°$, entonces $x = 20°$, y los ángulos miden:
20°, 80°, 80°.
Segundo Caso: Uno de los lados mide 4x y los otros dos miden x:



En este otro caso, $x + x + 4x = 180°$, entonces $x = 30°$, y los ángulos miden:
30°, 30°, 120°.

****

Dadas tres rectas paralelas a, b y c, construye un triángulo equilátero que tenga un vértice sobre cada una de las tres rectas.

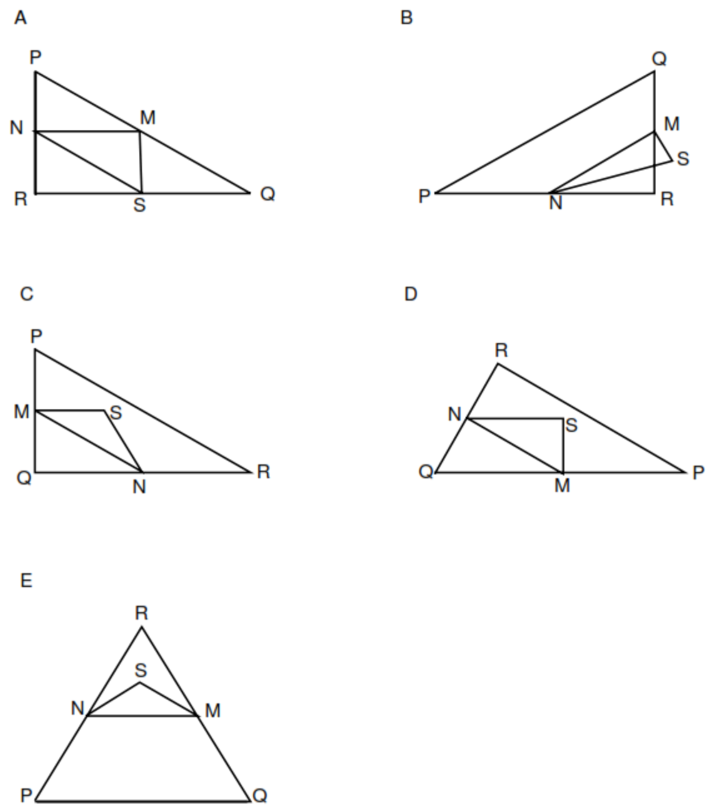
****

Dibujar triángulos rectángulos ABC, con Â recto, AB = 2 cm , y ángulos B de: 15° 25°, 45°, 65°, 70°.

****

<u>varios</u>

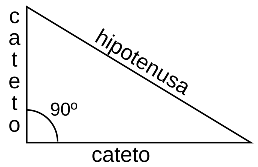
Rodea con un círculo la figura que se ajusta a la siguiente descripción.
El triángulo PQR es un triángulo rectángulo con el ángulo recto en R.
El lado RQ es menor que el lado PR.
M es el punto medio del lado PQ y N es el punto medio del lado QR.
S es un punto del interior del triángulo.
El segmento MN es mayor que el segmento MS.



****

Teorema de Pitágoras

En todo triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos

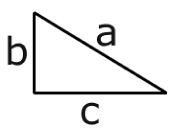


$$\textbf{hipot}^2 = \textbf{cat}^2 + \textbf{cat}^2$$

Recíprocamente, si en un triángulo de lados a, b, c se cumple que $a^2 = b^2 + c^2$, entonces el triángulo es rectángulo

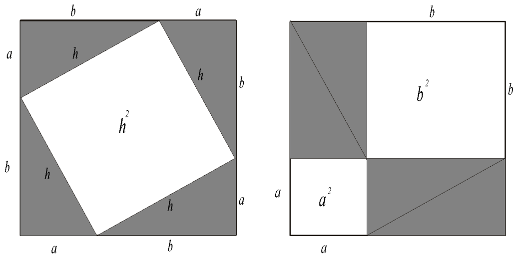
Ternas Pitagóricas: Se dice que una terna de números (a, b, c) es pitagórica si cumple $a^2 = b^2 + c^2$

El teorema de Pitágoras sirve para calcular el lado desconocido de un triángulo rectángulo y también tiene aplicaciones reales



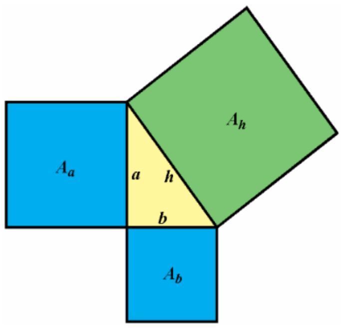
$a^2 = b^2 + c^2$ "a" es la hipotenusa "b" y "c" son los catetos

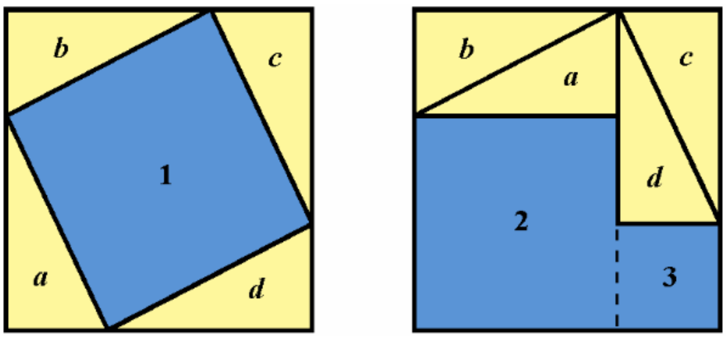
Demostración 1



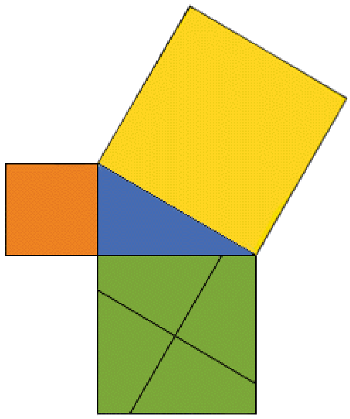
Los dos cuadrados tienen las mismas dimensiones (a+b)x(a+b) así que también tienen la misma área $(a+b)^2$. Si a estos dos cuadrados les quitamos la misma porción de área, las figuras resultantes también tendrán la misma área. Así en el primer cuadrado hemos sombreado la parte que le vamos a quitar, que son cuatro triángulos iguales, y se ve claramente que el área resultante es h^2, ya que la figura que nos ha quedado es un cuadrado de lado h. Para el segundo cuadrado también hemos quitado los cuatro triángulos iguales, no obstante, ahora los hemos quitado en una distribución distinta, y nos ha quedado dos cuadrados uno de lado a y otro de lado b, así que el área de la figura resultante es a^2+b^2. Ahora haciendo uso de la segunda propiedad de las áreas, tenemos que $h^2=a^2+b^2$.

El teorema de **Pitágoras** ha merecido la atención de muchos matemáticos, especialmente de la antigüedad. Actualmente están registradas unas 370 demostraciones de este teorema.
Se ha insinuado con bastante frecuencia que el teorema de Pitágoras no es deducción del gran matemático y fundador de la escuela del mismo nombre. La opinión más generalizada es que un miembro de su escuela formuló por primera vez el teorema en una época muy posterior. Pero por el mismo tiempo que vivió Pitágoras, es decir en el siglo VI a. de C., un matemático chino de nombre desconocido debió de haber llegado a la misma conclusión. En el Chon Pei Suan 0 Ching , libro matemático-filosófico, se encuentra una descripción que presenta dibujado, sin ningún género de dudas, un triángulo pitagórico con sus correspondientes relaciones.





Demostración del teorema de Pitágoras por diversos métodos



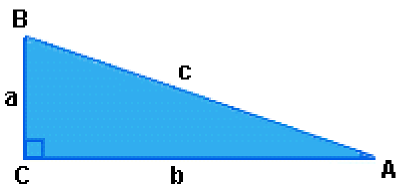
En un triángulo rectángulo, a los lados que forman el ángulo recto se les llama catetos y al opuesto al ángulo recto, hipotenusa.

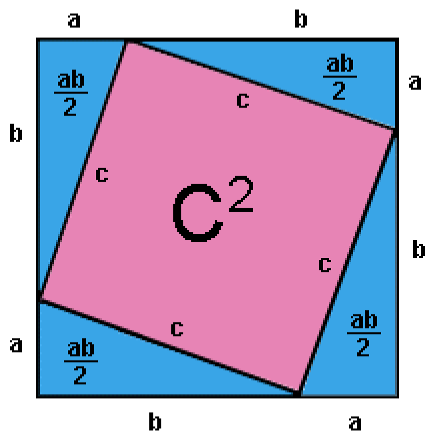
La altura de un triángulo rectángulo trazada sobre la hipotenusa divide al triángulo en dos triángulos semejantes entre sí y también semejantes al original.

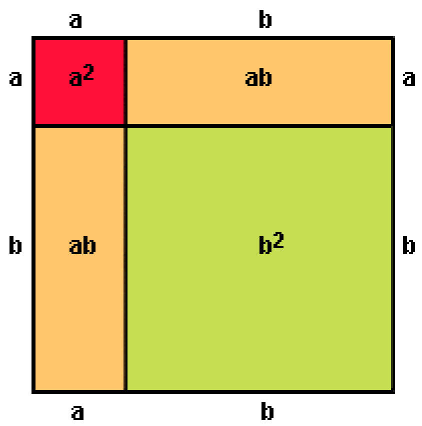
El teorema de Pitágoras señala:

La suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa.

Dicho de otra manera: En un triángulo rectángulo, el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa es igual a la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre cada uno de los catetos.







Se construyen dos cuadrados de lado a + b y se divide esta longitud en segmentos de longitudes a y b, como se muestra en las figuras.

Puesto que los dos cuadrados tienen lados de longitud a + b, los dos tienen la misma área.

$$A = \frac{ab}{2} + \frac{ab}{2} + \frac{ab}{2} + \frac{ab}{2} + c^2 = 4\left(\frac{ab}{2}\right) + c^2 = 2ab + c^2$$

El área del cuadrado que se dividió en cuadrados y rectángulos es:

$$\boxed{A = a^2 + 2ab + b^2}$$

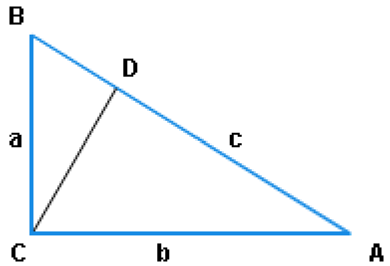
Como las áreas son iguales, se tiene $2ab + c^2 = a^2 + 2ab + b^2$. Restando 2 ab de ambos miembros de la igualdad se llega a:

$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2}$$

El área del cuadrado construido sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo es igual que la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos.

Demostración usando longitudes de segmentos

Si en lugar de las áreas se consideran longitudes de segmentos, el teorema de Pitágoras se puede enunciar así: el cuadrado de la longitud de la hipotenusa de un triángulo es igual que la suma de los

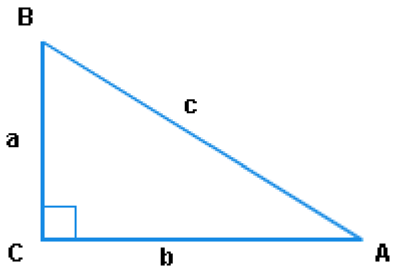


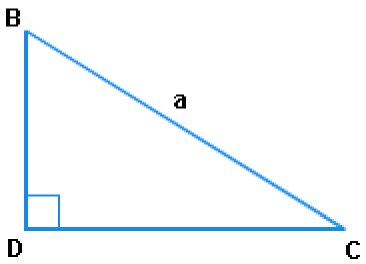
cuadrados de las longitudes de los catetos.

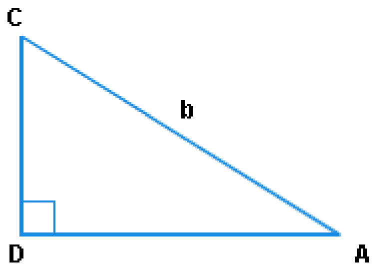
La altura de un triángulo rectángulo trazada sobre la hipotenusa divide el triángulo en dos triángulos semejantes entre sí, y también semejantes al triángulo original.

En el triángulo rectángulo ABC se tiene:

El $\measuredangle C = 90°$, c es la hipotenusa, a y b son los catetos, $\overline{CD}$ es la altura sobre la hipotenusa.







Para facilitar el siguiente paso, se dibujan los triángulos semejantes como aparecen en la figura anterior.

Como $\Delta ABC \sim \Delta CBD$, se tiene $\dfrac{a}{\overline{BD}} = \dfrac{c}{a}$

Como $\Delta ABC \sim \Delta ACD$, se tiene $\dfrac{b}{\overline{DA}} = \dfrac{c}{b}$

Aplicando la propiedad fundamental a las proporciones anteriores, se obtiene:

$a^2 = c \times \overline{BD}$ y $b^2 = c \times \overline{DA}$

Sumando las dos igualdades, miembro a miembro, se tiene que:

$a^2 + b^2 = c \times \overline{BD} + c \times \overline{DA}$

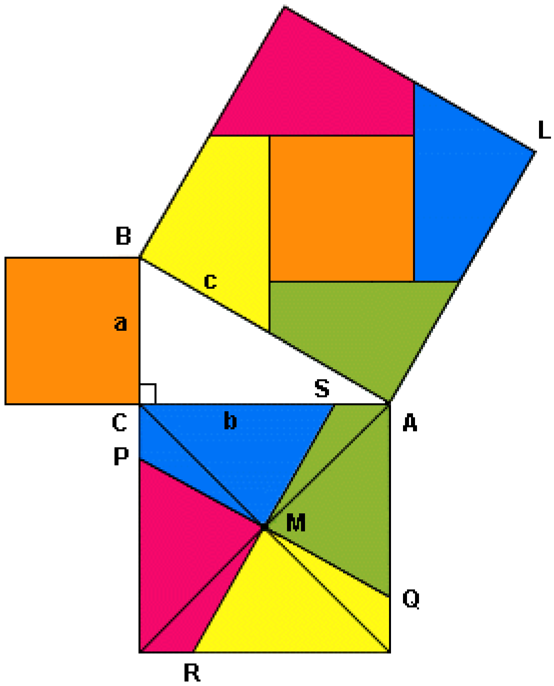
Factorizando c en el segundo miembro, resulta:

$a^2 + b^2 = c \times (\overline{BD} + \overline{DA})$, pero $\overline{BD} + \overline{DA} = c$

$a^2 + b^2 = c \times c = c^2$

$\boxed{c^2 = a^2 + b^2}$ lo que demuestra el teorema.

Demostración geométrica mediante superposición de figuras



1. Se traza un triángulo rectángulo ABC en el que ∡ C sea igual a 90°, a y b son los catetos, c es la hipotenusa.
2. Ahora se trazan los cuadrados cuyos lados tienen longitudes a, b y c de manera respectiva.
3. Se tratará de probar, mediante superposición, que la suma de las áreas de los cuadrados construidos sobre los catetos es igual que el área del cuadrado construido sobre la hipotenusa.
Para lo cual se requiere:
4. Localizar el punto medio M del cuadrado de longitud b, lo que se logra trazando las diagonales de dicho cuadrado.
5. Por el punto M, se trazan rectas paralelas a los lados del cuadrado construido sobre la hipotenusa
$\overline{PQ} \parallel \overline{AB}$ y $\overline{RS} \parallel \overline{AL}$.
6. Se recorta el cuadrado cuyo lado es a y las partes del cuadrado cuyo lado es b.
7. Se colocan las figuras recortadas sobre el cuadrado cuyo lado es c, como se indica en la figura.
8. Si se cubre exactamente el cuadrado, se cumple que:
$c^2 = a^2 + b^2$

Utilidad del teorema de Pitágoras
El teorema de Pitágoras es de mucha utilidad en la resolución de problemas de la vida cotidiana.
Por ejemplo:
- Conocer la altura de un edificio, sabiendo la medida de la sombra que proyecta y la distancia del punto más alto del edificio al extremo de la sombra.
- Se desean bajar frutos de un árbol de naranjas, para ello se quiere construir una escalera que sea capaz de alcanzarlos, sabiendo la altura a la que se encuentran los frutos y la distancia del árbol a la base de la escalera.

Ternas pitagóricas

a	b	c

3	4	5
5	12	13
6	8	10
7	24	25
8	15	17
9	12	15
9	40	41
10	24	26
11	60	61
12	16	20
12	35	37
13	84	85
14	48	50
15	20	25
15	36	39
16	30	34
16	63	65
17	144	145
18	24	30
18	80	82
19	180	181
20	21	29
20	48	52
20	99	101

Hay 31 cuaternas pitagóricas primitivas en las que todas las entradas son menores a 30:

(1, 2, 2, 3) (2, 10, 11, 15) (4, 13, 16, 21) (2, 10, 25, 27)

(2, 3, 6, 7) (1, 12, 12, 17) (8, 11, 16, 21) (2, 14, 23, 27)

(1, 4, 8, 9) (8, 9, 12, 17) (3, 6, 22, 23) (7, 14, 22, 27)

(4, 4, 7, 9) (1, 6, 18, 19) (3, 14, 18, 23) (10, 10, 23, 27)

(2, 6, 9, 11) (6, 6, 17, 19) (6, 13, 18, 23) (3, 16, 24, 29)

(6, 6, 7, 11) (6, 10, 15, 19) (9, 12, 20, 25) (11, 12, 24, 29)

(3, 4, 12, 13) (4, 5, 20, 21) (12, 15, 16, 25) (12, 16, 21, 29)

(2, 5, 14, 15) (4, 8, 19, 21) (2, 7, 26, 27)

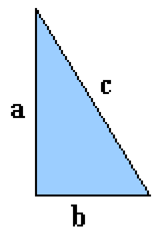
A la terna de números (a, b, c) que verifiquen esta ecuación se le llama terna pitagórica. Por ejemplo, 3, 4 y 5 es una terna pitagórica. Naturalmente, cualquier múltiplo de una de estas ternas también es pitagórica. Así, 15, 20 y 25, resultado de multiplicar los números anteriores por 5, también es una terna pitagórica, ya que $15^2 + 20^2 = 25^2$.
A las ternas tales que no hay ningún factor común a los tres números se les llama ternas primitivas.

Se ha demostrado que todas estas ternas son de la forma: $\begin{cases} a = 2mn \\ b = m^2 - n^2 \\ c = m^2 + n^2 \end{cases}$

donde m y n son números primos entre sí y además uno de ellos es par y el otro es impar.
Por ejemplo, si $m = 3$ y $n = 2$, entonces $a = 12$, $b = 5$ y $c = 13$, que es una terna pitagórica primitiva.
Encuentra otras soluciones de esta ecuación.

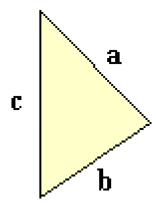
Consecuencias del teorema de Pitágoras
En un triángulo cualquiera, si **c** es el lado más grande, entonces se verifica:

Rectángulo



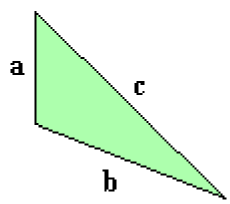
$c^2 = a^2 + b^2$

Acutángulo



$c^2 < a^2 + b^2$

Obtusángulo



$c^2 > a^2 + b^2$

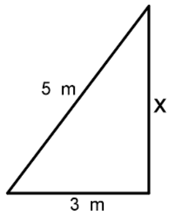
Al igual que el teorema de Pitágoras es importante, el recíproco de este teorema también es razón de estudio de muchos matemáticos. Esencialmente el recíproco del teorema de Pitágoras dice que si tenemos tres segmentos de forma que sus medidas cumplen $a^2+b^2=h^2$, entonces el triángulo formado a partir de esos segmentos es un triángulo rectángulo.

También podemos comentar de este recíproco de la propiedad pitagórica, que si construimos una semicircunferencia y unimos los dos puntos de la semicircunferencia que tocan al diámetro con otro punto cualquiera de la semicircunferencia, tenemos por resultado un triángulo rectángulo. Este resultado es fácilmente comprobable a partir de la ecuación $a^2+b^2=h^2$ que nos indica que (a,b) es un punto de la circunferencia de centro (0,0) y radio h.

Actividades resueltas

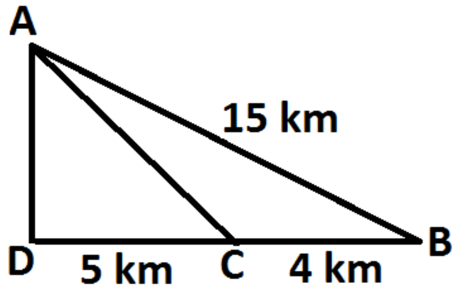
1) Un albañil apoya una escalera de 5 m contra un muro vertical. El pie de la escalera está a 3 m del muro. Calcula a que altura se encuentra la parte superior de la escalera. (Redondea el resultado a las décimas)

Resolución



Por el teorema de Pitágoras $5^2 = x^2 + 3^2 \Rightarrow 25 = x^2 + 9 \Rightarrow x^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow x = \sqrt{16} = \boxed{4\ m}$

5) Cuatro pueblos A, B, C y D están unidos por carreteras rectas, según la figura



Halla la distancia entre los pueblos:

a) A y D

Resolución

Por Pitágoras, $15^2 = AD^2 + 9^2 \Rightarrow 225 = AD^2 + 81 \Rightarrow AD^2 = 144 \Rightarrow AD = \sqrt{144} = 12$ km

b) A y C

Resolución

Por Pitágoras, $AC^2 = AD^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow AC = \sqrt{169} = 13$ km

2) Calcula la altura de la farola si la escalera mide 2,6 m y está separada 1 m de la base de la farola.

Resolución

Si h es la altura de la farola, por Pitágoras, $2{,}6^2 = 1^2 + h^2 \Rightarrow 6{,}76 = 1 + h^2 \Rightarrow h = \sqrt{5{,}76} = 2{,}4$ m

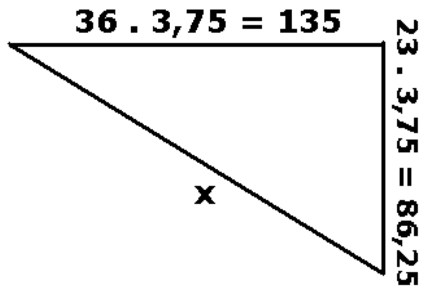
4) Supongamos que dos ciclistas parten del mismo punto uno hacia el Sur y el otro hacia el Oeste. Van en línea recta y con velocidad constante, el primero a 23 km/h y el segundo a 36 km/h.

¿Qué distancia habrá entre los dos cuando pasen 3 h 45 min?

Resolución

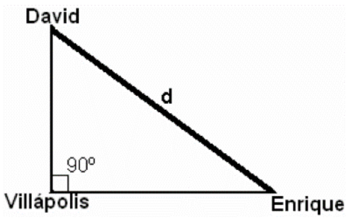
3 h 45 min = 3,75 h

distancia hacia el Sur: 23.3,75 = 86,25 km distancia hacia el Oeste: 36.3,75 = 135 km



Por el teorema de Pitágoras, $x^2 = 86{,}25^2 + 135^2 = 25\,664{,}0625 \Rightarrow$ $x = \sqrt{25664{,}0625} \cong 160{,}2$ km

3) Dos ciclistas, David y Enrique, parten de la misma ciudad, Villápolis, al mismo tiempo en direcciones perpendiculares. David circula a 15 km/h y Enrique a 20 km/h.
a) Al cabo de una hora y media, ¿qué distancia ha recorrido cada uno?
b) Ayudándose del dibujo adjunto, determina qué distancia, d, les separa al cabo de esa hora y media.



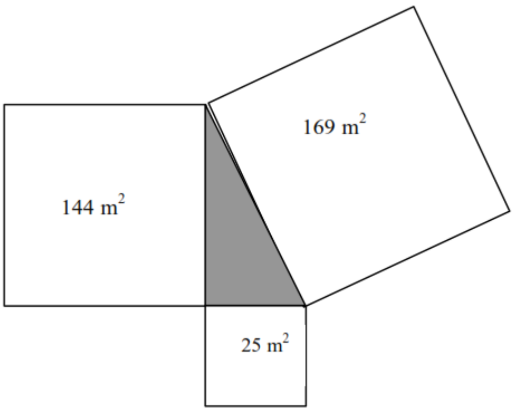
Resolución

distancia recorrida por David: 15 . 1,5 = 22,5 km   distancia recorrida por Enrique: 20 . 1,5 = 30 km

$d^2 = 22{,}5^2 + 30^2 \Rightarrow d = 37{,}5$ km

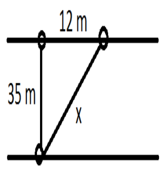
Más actividades

La zona sombreada representa un solar. ¿Cuál es la superficie del solar? Los terrenos que lo limitan son cuadrados con las superficies que se indican. Explica cómo lo haces.



****

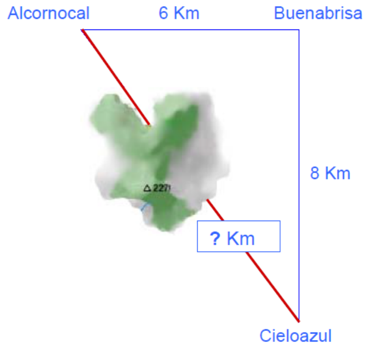
Un nadador va a cruzar un río de 35 m de anchura. Calcula la distancia, x, que recorre nadando



****

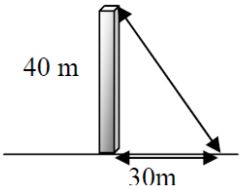
El alumnado de Alcornocal va a estudiar al instituto de Cieloazul. El camino para el transporte escolar de Alcornocal a Cieloazul, debe pasar actualmente por Buenabrisa.

La Consejería de Obras Públicas y Transportes ha proyectado un túnel bajo el monte que permitirá conectar directamente Alcornocal con Cieloazul.
Cuando se termine la obra del túnel que conectará directamente Alcornocal con Cieloazul.
Observa la figura y calcula cuántos kilómetros se ahorrarán



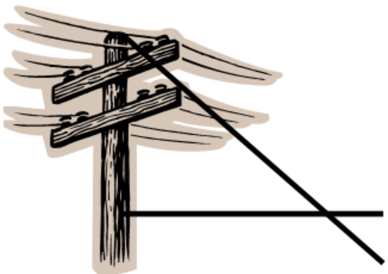
****

Un emisor de televisión mide 40 m se quiere sujetar con 3 tensores, que vayan desde el comienzo de la antena hasta el suelo, a 30 m de la base. ¿Qué longitud deberán tener estos cables?



****

Se quiere sujetar un poste de 2 m de altura con un cable que dista 3,5 m de su base. Calcula la longitud del cable.



****

Para sujetar un poste hemos atado un cable, de 4,5 m de longitud, a una altura de 2,5 m. ¿A qué distancia de la base del poste tendremos que fijar el cable para que esté tenso?
****

Para sujetar una antena de 13 m de alto, se proyecta colocar tres cables de acero. Si se desea que el punto de enganche del cable esté a una distancia de 4 m de la base de la antena. ¿Cuántos metros de cable se necesitarán?
****

Una torre de transmisión de radio tiene una altura de 60 m. ¿Cuál debe ser la longitud de un cable que se conectará desde un punto situado a la mitad de la altura de la torre hasta otro punto que se encuentra a 20 m de la base de la torre?
****

Pedro está asomado a la ventana de un edificio, a 35 m de altura. Adela está en la calle, a 40 m del portal del edificio. Ambos desean comunicarse con unas radios portátiles que tienen un alcance de 50 m.
a) Haz un dibujo esquemático que muestre la situación. b) ¿Podrán hablar?
****

Una escalera está apoyada a 9 m de altura sobre una pared vertical. Su pie se encuentra a 3,75 m de la pared. ¿Cuánto mide la escalera?
****

Una escalera de 18 m se apoya en la parte más alta de una casa. Si la distancia del pie de la escalera a la base de la casa es de 15 m, ¿cuál es la altura de la casa ?

La altura de la casa, redondeando a las unidades, es_____ m

****

Para subir a una ventana que está situada a 4 m de altura del suelo disponemos de una escalera de 5 m de longitud. ¿A qué distancia de la base de la pared habrá que situar la base de la escalera para subir con facilidad? (Sol: 3 m)

****

****

Un muchacho quiere cambiar la bombilla de un farol situado en una pared a 5,4 m de altura, con la ayuda de una escalera de 3,5 m de longitud. Si el muchacho puede llegar hasta los 2,25 m con el brazo extendido, ¿a qué distancia máxima de la pared tiene que colocar el pie de la escalera para conseguir su objetivo?

****

Una escalera larga de 10 m se apoya en la parte más alta de una casa. Si la distancia del pie de la escalera a la base de la casa es de 4,5 m, ¿cuál es la altura de la casa?

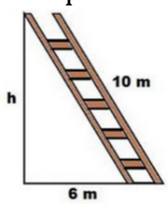
****

Nos encontramos de visita en el edificio donde la Organización Nacional de Trasplantes tiene su sede.

a) Una ventana va a ser reparada y, para ello, los operarios van a utilizar una escalera de 13 m cuya base está a 5 m de la pared. ¿A qué altura se encuentra la ventana dañada?

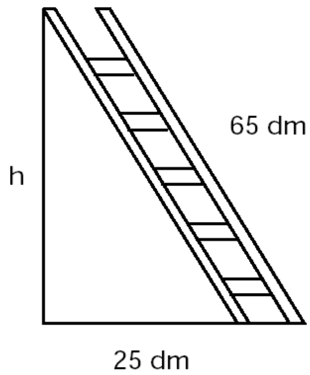
****

Usando el teorema de Pitágoras, calcula la altura h que alcanza la escalera en la pared



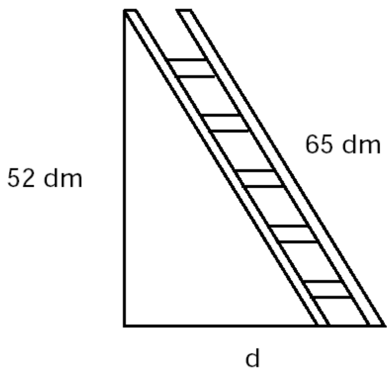
****

¿A qué altura se apoya la parte superior de la escalera en la pared?



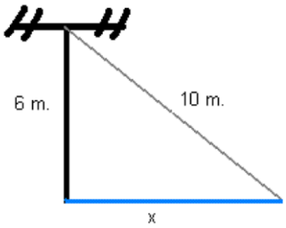
****

¿A qué distancia de la pared habrá que colocar el pie de esta misma escalera para que la parte superior se apoye en la pared a una altura de 52 dm?



****

Esther ha utilizado un alambre de 10 metros para sujetar una antena de televisión de 6 metros, tal y como se indica en la figura.



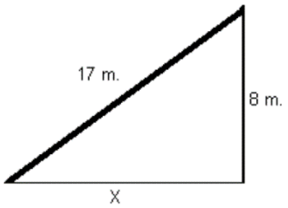
¿A qué distancia de la base de la antena ha tenido que clavar el alambre?

****

La rampa del tobogán tiene una longitud de 2 metros y la distancia desde el final de la rampa a los soportes es de 1,6 metros. Calcule a que altura del suelo está la parte superior de la rampa.

****

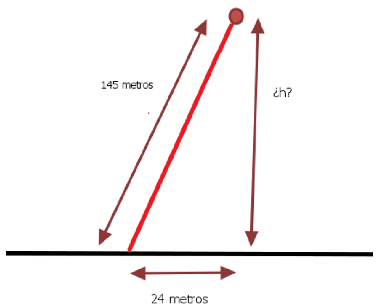
En una piscina quieren construir un gran tobogán de 17 metros de rampa y 8 metros de altura, tal y como se indica en el esquema de la figura.



¿A qué distancia del borde de la piscina estará el punto P qué es el pie de la perpendicular por el punto más alto?

****

Uno de los inventos que tuvo que ser perfeccionado en la I Guerra Mundial fueron los globos meteorológicos.
Si el globo meteorológico está atado con una cuerda de 145 metros de longitud, pero en un día de viento, el globo está desplazado hacia la derecha 24 metros ¿cuál es la altura real con respecto al suelo que tiene el globo?



****

Una torre de transmisión de radio tiene una altura de 60 m. ¿Cuál debe ser la longitud de un cable que se conectará desde un punto situado a la mitad de la altura de la torre hasta otro punto que se encuentra a 20 m de la base de la torre? (Solución: 30,06 m)

****

Sabiendo que la distancia del tiro triple a la posición del aro sobre el suelo de la cancha es de 6,25 m y que el aro se encuentra a 3,05 m de altura, ¿cuál sería la distancia mínima a recorrer por un balón lanzado por un jugador de 1,80 m que sitúa la pelota justo a su altura de su frente?

****

Un barco sale del puerto de Santander y navega 20 km en dirección Norte y luego 35 km en dirección Este. ¿A qué distancia se encuentra el barco de Santander?

****

De un punto salen dos personas, una en dirección Norte y otra en dirección oeste. La primera marcha a 6 km/h y la otra a 8 km/h. ¿Cuánto tiempo tardarán a estar uno de otro a 5 km de distancia?

****

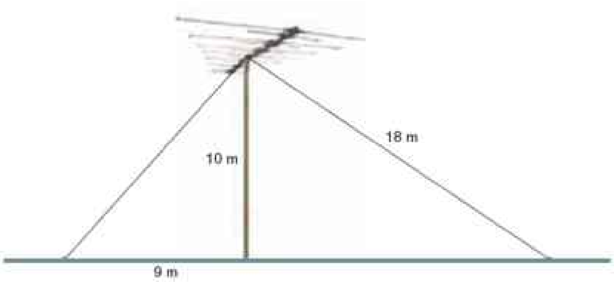
Mario y Rafa están en el campo. Al principio están los dos juntos. Luego Mario corre hacia el norte, a una velocidad de 12 km/h y Rafa va hacia el este, a una velocidad de 9 km/h. Después de un cierto tiempo, la distancia entre ellos es de 10 km. ¿Cuánto tiempo pasó desde que empezaron?

****

Lola y Jaime parten del mismo punto y caminan en línea recta formando un ángulo de 90º. Lola va a velocidad constante de 1,5 m/s y Jaime a 2 m/s. ¿Qué distancia habrá entre ellos cuando pasen 40 min 15 s?

****

Una antena de TV mide 10m de altura y está fijada con alambres, uno de los cuales mide 18 m.

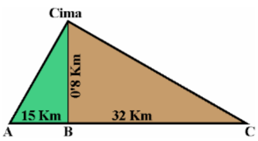


a) ¿A qué distancia de la base de la antena queda fijo el alambre de 18 m sobre el piso, si se usa toda la longitud del alambre?

b) En la misma antena de TV, otro de los alambres está fijo al piso a una distancia de 9 m de la base. ¿Cuál es la longitud de ese alambre?

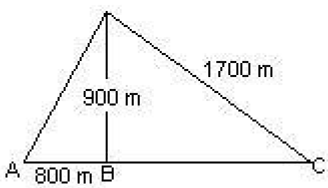
****

Calcula la distancia de A y de C hasta la cima de la montaña



****

El teleférico de la ciudad A sale de la base de una montaña sube hasta su cima y acaba en la ciudad C. Observa el siguiente esquema y calcula:



a) ¿Qué distancia recorre el teleférico desde la ciudad A hasta la cima?

b) ¿Qué distancia hay ente las ciudades B y C?

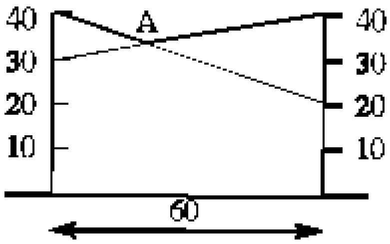
****

Un pájaro está posado sobre una cornisa a 72 m de altura. Un segundo pájaro se encuentra en la copa de un árbol de 27,5 m de altura. La distancia en el suelo entre la vertical de ambos pájaros es de 108 m. Si un gusano sale de su agujero situado a 21 m de la vertical del primer pájaro, ¿cuál de los dos pájaros atrapará al gusano si ambos salen a la vez y con la misma velocidad?

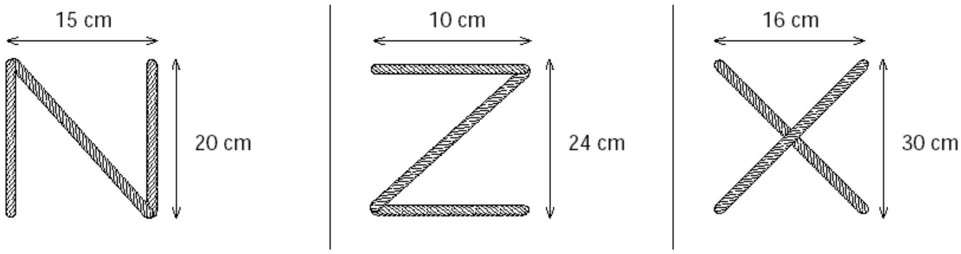
Solución

La distancia del primer pájaro al gusano es $\sqrt{72^2+21^2}$ = 75 m, y la distancia del segundo pájaro al gusano es $\sqrt{27{,}5^2+(108-21)^2}$ = 91,2428; entonces el primer pájaro llegará primero.

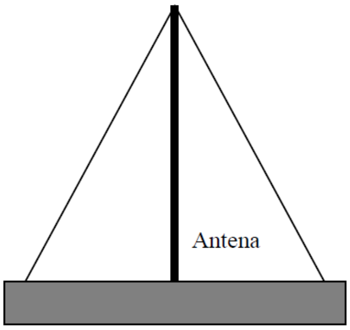
****
A ambas orillas de un río crecen dos palmeras, una frente a la otra. La altura de una es de 30 codos, y la de la otra 20 Codos. La distancia entre sus troncos, 50 codos. En la copa de cada palmera hay un pájaro. De súbito los dos pájaros descubren un pez que aparece en la superficie del agua, entre las dos palmeras. Los pájaros se lanzaron y alcanzaron el pez al mismo tiempo.
¿A qué distancia del tronco de la palmera mayor apareció el pez?
****
A ambos lados de una calle hay dos árboles, uno frente al otro. Uno de 6 m y otro de 4 m. La distancia entre ambos es de 10 m y en sus copas hay un pájaro en cada una. Descubren en el suelo un trozo de pan y se lanzan al mismo tiempo y con la misma velocidad alcanzando a la vez la comida. ¿A qué distancia de los árboles estaba el pan?
****
Un globo está sujeto al suelo con una cuerda. Ayer, que no había viento, el globo estaba a 50 metros de altura en la vertical sobre el punto de amarre del globo. Hoy, el viento lo ha desplazado hasta la copa de un árbol que se encuentra a 30 metros a la derecha del punto de amarre. ¿Qué altura tiene el árbol?
SOLUCIÓN: 40 m
****
A ambas orillas de un río de 20 metros de ancho hay dos palmeras, una frente a la otra. La altura de una de ellas es de 8 metros y la de la otra, 12 metros. En la copa de cada palmera se encuentran sendos pájaros que súbitamente descubren un pez en la superficie del agua, entre las palmeras. Los pájaros se lanzan a la misma velocidad y alcanzan al pez al mismo tiempo. ¿A qué distancia del tronco de la palmera mayor apareció el pez?
****
Dos antenas de televisión de 40 metros de altura están situadas a 60 metros de distancia y clavadas en el suelo.
Se refuerzan con dos cables como indica la figura.



Se pide:
Las longitudes de los dos cables.
Las distancias del punto A, en que se cortan los dos cables, a cada una de las antenas.
La altura sobre el suelo del punto A
****
Calcula los centímetros de cuerda que se necesitan para formar las letras N, Z y X de las siguientes dimensiones.

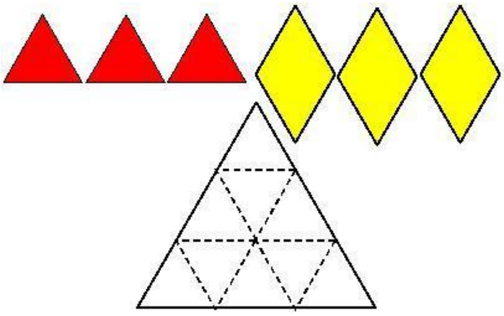


****
Una gran antena de comunicaciones de altura 144 metros está sujeta al suelo por dos cables de acero de 156 m de longitud cada uno formando un triángulo isósceles (como se ve en la figura).
¿A qué distancia de la base de la antena están clavados los cables?



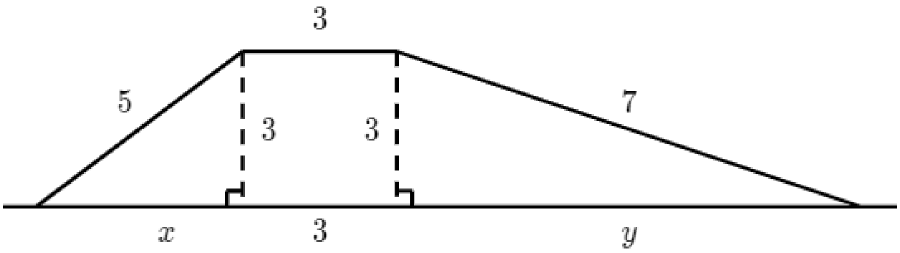
****

Se tiene un suelo en forma de triángulo equilátero de 3 m. de lado que se quiere cubrir con tres losas que son triángulos equiláteros de 1 m de lado y otras tres con forma de rombo de 1 m de lado y formado con dos triángulos equiláteros. Recubre, si puedes, estos nueve esquemas con las piezas de que dispones.



****

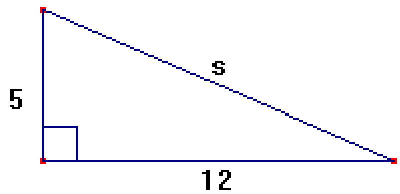
Un avión despega, se nivela y aterriza de acuerdo al siguiente diagrama.
Todas las medidas están dadas en kilómetros.



¿Cuál es la distancia horizontal desde la posición inicial hasta la posición final del avión? Redondea tu respuesta a la décima de kilómetro más cercana.

****

¿Cuál es el valor de s?



17	*Ninguno de los anteriores*	*15*	*7*	*13*

¿Cuáles de los siguientes valores no corresponden a un trío pitagórico?

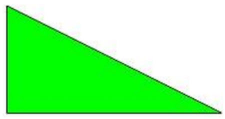
a) 3; 4; 5
b) 5; 12; 13
c) 9; 12; 18
d) 6; 8; 10
b) 4, 5, 6
d) 6, 8, 14
e) 15, 20, 25

****
Indica si es cierta o falsa la siguiente afirmación: el teorema de Pitágoras se aplica exclusivamente a los triángulos rectángulos.

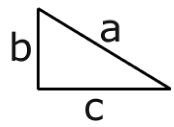
a) Falsa

b Cierta

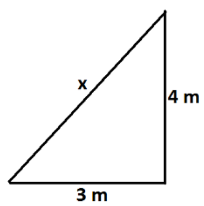
****
En el siguiente triángulo rectángulo selecciona la opción correcta



{:MCV:~=El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos~La hipotenusa es igual a la suma de los catetos~El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los catetos~La hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos}
****
En el siguiente triángulo rectángulo selecciona la opción correcta



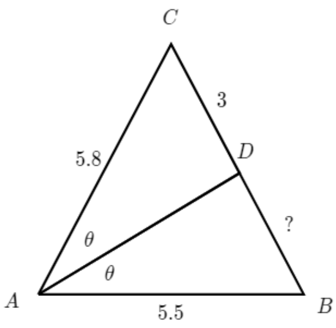
{:MC:~=$a^2 = b^2 + c^2$~$a = b + c$~$a^2 + b^2 = c^2$~$b^2 - a^2 = c^2$~$c^2 - a^2 = b^2$}
****
Según el teorema de Pitágoras, en cualquier triángulo rectángulo ¿a qué es igual la suma de los cuadrados de los catetos?
****
En un triángulo rectángulo la suma de los cuadrados de los catetos vale 36. ¿Cuánto mide la hipotenusa? {:SA:=6}
****
¿Cuánto medirá la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 8 y 6 cm respectivamente?
****
Si en un triángulo rectángulo un cateto mide 4 cm y la hipotenusa mide 5 cm, ¿cuánto vale el otro cateto?
****
¿Cuánto medirá un cateto de un triángulo rectángulo sabiendo que la hipotenusa mide 15 cm y el otro cateto mide 12 cm?
****
Haz uso del teorema de Pitágoras para calcular la hipotenusa del siguiente triángulo



.
****
Determina si son triángulos rectángulos, acutángulos u obtusángulos.

a) 17, 12 y 6 b) 2, 4 y 3 c) 10, 6, 8.
****
Determina si las siguientes lados pueden formar un triángulo rectángulo:

a) 3 m , 7 m y 2 m b) 12 dm , 9 dm y 15 dm c) 5 cm , 2 cm y 4 cm
****
Clasifica el triángulo si la medida de sus lados son 45 cm , 51 cm y 24 cm
****



Halla BD

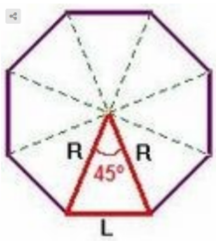
****

(Al-bayat-99) Mi amiga Nazaret es muy aficionada a los “inventos” (bien es verdad que no siempre demasiado útiles). Pero ahora está emocionada con el último de sus descubrimientos. Tanto que lo tiene que patentar y todo. Por ello anda con unos misterios que es demasiado. Pero yo, tras mucho rogarle, he conseguido que me lo cuente. Allá va lo que me ha dicho:
Se dibuja una circunferencia y en ella un diámetro cualquiera. Se divide el diámetro en cuatro partes iguales, y por una cualquiera de las divisiones (que no sea el centro, es decir, cualquiera de las otras dos) se traza una perpendicular, que corta a la circunferencia en dos puntos. Si unimos estos dos puntos con el extremo del diámetro, se obtiene un triángulo equilátero.
Este es el procedimiento que quiere patentar para construir triángulos equiláteros.
Yo he hecho varios dibujos y parece que funciona siempre. Pero creo que se trataría de demostrarlo seriamente. ¿Me ayudas?

ANEXO

El triángulo cordobés

El triángulo cordobés es un triángulo isósceles cuyos lados iguales, de medida R, y su lado desigual, de medida L, están en la proporción $c = \frac{R}{L} = \frac{1}{\sqrt{2-\sqrt{2}}} \cong 1{,}306562964\ldots$



La proporción se halla mediante un octógono, el cual se divide en 8 triángulos isósceles. La proporción es el cociente de la medida de los lados entre la base del triángulo. El arquitecto que la descubrió lo llamó la proporción cordobesa.

Fue descubierta gracias a Rafael de la Hoz Arderius (1924-2000), uno de los arquitectos más importantes de su época ya que fue uno de los impulsores de la modernización de la arquitectura española, y el cual que residió en Córdoba durante sus estudios de las razones en las dimensiones de la Mezquita de Córdoba (de ahí su nombre) y otros diseños árabes en Andalucía, donde se encontró reiteradas veces con dicho número.

Una de las causas por las que se estudió este triángulo fue porque en unas pruebas realizadas en la Diputación de Córdoba, se hizo un test a estudiantes de arquitectura en que se pedía que dibujaran el rectángulo ideal, dando una mayor puntuación a quien racional o instintivamente dibujara el áureo. Se detectó que la mayoría había trazado uno menos esbelto con la proporción aproximada de 1,3. El hecho era suficientemente significativo para ser investigado. La repetición del test con personas de Córdoba conducía reiteradamente a esa proporción.

Históricamente, la proporción áurea ha sido considerada la más perfecta, la divina, mientras que la cordobesa ha pasado por ser la más parecida a la humana.

Mientras que la proporción áurea es la existente entre el lado y el radio del decágono, la proporción cordobesa es la relación entre el radio de un octógono regular y su lado.

Al hablar del triángulo cordobés también se suele mencionar el rectángulo cordobés, que es un rectángulo en el que se representan las mismas proporciones que en el triángulo anteriormente mencionado.