

ОЗШ 2024. Осенняя сессия

Домашнее задание 10 класс

1. Построить графики функций:

а) $y = |2 - |x - 4||$ б) $y = (x+2)^2 - 4$ в) $y = x^2 - 9x + 3$
 г) $y = |x - 5|(5 - x)$ д) $y = |x + 6| - |2 - x|$ е) $y = |x^2 - 9| + 8 - x^2$
 ж) $y = \sqrt{|x - 4| - 9} \sqrt{|x - 4| - 9}$ з) $y = \sqrt{9 - |x - 4|}$

и) $y = 2 + \frac{3}{4-x}$ л) $y = 2 + \frac{3}{4-x}$

к) $y = \frac{7-2x}{x-2}$ м) $y = \frac{7-2x}{x-2}$ н) $y = \frac{x^2-9}{|x+3|}$ о) $y = \frac{x^2-9}{|x+3|}$

п) $y = x + \frac{|x-3|}{x-3}$ р) $y = x + \frac{|x-3|}{x-3}$

2. Пусть $0 < a < b < c < d$. Докажите, что уравнение $x^4 + bx + c = 0$ и уравнение $x^4 + ax + d = 0$ не имеют общих корней.

3. Доказать, что если $a^2 + b^2 \leq 2$, то $a + b \leq 2$.

4. Найти действительные решения уравнения:

$$(x-1)(x-3)(x+5)(x+7) = 297.$$

5. Найти действительные решения уравнения: $(x+2)^4 + x^4 = 82$.

6. Найти область определения и множество значений функций:

а) $y = \sqrt{20 + 10x - 5x^2}$ б) $y = \sqrt{20 + 10x - 5x^2}$
 в) $y = -\sqrt{-3x^2 + 12x - 3}$ г) $y = -\sqrt{-3x^2 + 12x - 3}$

Метод интервалов

1. $\frac{2x-5}{x^2-6x-7} < \frac{1}{x-3}$ 2. $\frac{2x-5}{x^2-6x-7} < \frac{1}{x-3}$

3. $\frac{x^2-5x+6}{x^4-2x^2-3} \leq 0$

4. $\frac{x^2-5x+6}{x^4-2x^2-3} \leq 0$

5. $\frac{|x-1|-2}{\sqrt{3-x+2x}} \leq 0$ 6. $\frac{|x-1|-2}{\sqrt{3-x+2x}} \leq 0$

7. $\frac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3-4x^2+x+6} > 0$

8. $\frac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3-4x^2+x+6} > 0$



Информатика

1. Перевести введенное натуральное число N , записанное в двоичной системе, в десятичную систему. Решить задачу для случаев: а) $N < 10000$, б) $N < 10^9$.
2. Имеется n различных натуральных чисел $a_i, 1 \leq i \leq n$ ($n \leq 12, a_i \leq 10000$). Добавить наименьшее возможное количество натуральных чисел так, чтобы из заданных чисел вместе с добавленными можно было составить возрастающую арифметическую прогрессию. Напомним, что последовательность (набор) чисел называют возрастающей арифметической прогрессией, если каждое последующее число последовательности отличается от предыдущего на одно и то же постоянное положительное число, называемое разностью.

Входные данные:

n – количество заданных натуральных чисел,

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ – заданные числа.

Результат:

k – количество добавленных членов последовательности,

$b_1, b_2, b_3, \dots, b_{n+k}$ – наименьшая последовательность чисел, являющаяся арифметической прогрессией, содержащей заданные числа.

Пример входных данных	Результат
3 1 3 5	0 1 3 5

3. Однажды Незнайка решил поучиться радиоэлектронике. Он походил на несколько занятий, и ему, как всегда, стало скучно. Тогда он забрался в мастерскую к Самоделкину и утащил целый ящик деталей.

У себя дома похититель разглядел и пересчитал содержимое ящика. Там оказалось N штук деталей с двумя концами (Незнайка вспомнил, что их на занятиях называли резисторами), P штук деталей с тремя концами, называемых ученым Знайкой транзисторами, и еще всего-то K штук деталей с четырьмя



концами. Эти детали Незнайка не помнил, как называли, но, подглядев в бумажку у того же Знайки, нашел слово «тиристор». Обезумев от этого богатства, Незнайка решил по возможности собрать все детали в один огромный агрегат. Как бы то ни было, но Незнайка помнил, что соединять можно только по два свободных конца разных деталей. И нельзя также оставлять торчащие (не соединенные с чем-то) концы. Больше ничего усвоить Незнайка не успел, поэтому сразу приступил к работе. Как вы считаете, удастся ли ему соединить таким образом все детали? Если нет, то какое минимальное количество деталей останется?

1) Решить задачу для $N = 5, P = 1, K = 0$ (То есть ответить на вопрос задачи и привести пример схемы и рисунки не вошедших в нее деталей. Если лишние детали все же остались, то необходимо доказать, что не существует другого агрегата, содержащего большее число деталей.)

2) Решить задачу для $N = 5, P = 2, K = 0$.

3) Решить задачу для $N = 2, P = 2, K = 1$.

4) Написать программу, которая по введенным натуральным N, P, K выводит на экран число оставшихся деталей.

Параметры

1. При каких значениях параметра a корни уравнения

$$(a + 1)x^2 - 3ax + 4a = 0 \quad (a + 1)x^2 - 3ax + 4a = 0$$

принадлежат интервалу $(2, 5)$?

2. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых любое число x из отрезка $[3; 4]$ является решением уравнения

$$|x - a - 5| + |x + a + 1| = 2a + 6$$

$$|x - a - 5| + |x + a + 1| = 2a + 6$$



Теорема Виета

Найти и изучить материалы по обобщённой теореме Виета для многочленов n -ой степени. (например, в книжке «Алгебра многочленов» Э.Б. Винберга)

Решить следующие задачи:

1. Дан многочлен $x^3-12x^2-5x+11$. Пусть x, y, z – его корни. Не вычисляя корней, найдите
 - а) $x^2y^2+y^2z^2+z^2x^2$;
 - б) $x^3+y^3+z^3-3xyz$.
2. Дана система уравнений: $x^2+y^2+z^2=6$; $xy+yz+xz=10$; $xyz=-1$. Составьте кубическое уравнение, корнями которого являются числа x, y, z .

Теория вероятностей

1. На первом этаже девятиэтажного дома в лифт зашли два человека. Вероятность выхода каждого из них на любом этаже одинакова. Найти вероятность того, что (а) оба выйдут на одном этаже, (б) они выйдут на разных этажах.
2. Наудачу выбирают 3 цифры, повторения возможны. Найти вероятность того, что в выборке (а) все цифры будут одинаковыми, (б) совпадут две цифры, (в) все цифры будут различными. Изменяются ли искомые вероятности, если из выбранных цифр будут составлять числа?
3. В вазе **a** белых и **b** черных шаров (**a, b** ≥ 2). Одновременно вынимают два шара. Что более вероятно: вынуть шары одного цвета или разных цветов?
4. В 10 «Ж» классе 25% учеников знают итальянский язык, 15% – испанский. Какова вероятность, что случайно выберем полиглота, если 70% не знают ни итальянского, ни испанского?



5. Какова вероятность того, что в январе наудачу выбранного года окажется пять воскресений?

