

التمرين الأول: أحسب النهايات عند أطراف المجموعة (المجال) D_f للدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

$$D_f =]-\infty, 3[\cup]3, +\infty[, \quad f(x) = \frac{1+2x}{3-x} \quad ** \quad D_f =]-\infty, +\infty[, \quad f(x) = -2x^3 + 4x - 1$$

$$f(x) = \frac{x+2}{x^2-5x+6} \quad ** \quad D_f =]-\infty, 1[\cup]1, +\infty[, \quad f(x) = \frac{x^3-1}{1-x^2}$$

$$D_f =]-\infty, 2[\cup]2, 3[\cup]3, +\infty[$$

$$D_f =]-\infty, +\infty[, \quad f(x) = \sqrt{x^2+1} - x \quad ** \quad D_f =]-\infty, -2[\cup]-2, 1[\cup]1, +\infty[, \quad f(x) = \frac{|x^2-x|}{x^2+x-2}$$

التمرين الثاني: أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}} , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} , \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1} , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sqrt{x}} , \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{2x}$$

التمرين الثالث: 1/ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1, +\infty[$: $\frac{1}{2} \leq \frac{x}{x+1} < 1$

$$2/ \text{ استنتج النهايتين التاليتين : } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\sqrt{x}(x+1)} , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x\sqrt{x}}{x+1}$$

3/ f دالة عددية بحيث من أجل : $x \geq 0$ لدينا $|f(x) - 3| \leq \frac{1}{x+4}$ ماهي نهاية f عند $+\infty$

4/ f دالة عددية معرفة على المجال $[0, +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{3x+4}{x+3}$ ، جد عدد حقيقي A بحيث يكون : $2.9 < f(x) < 3.1$ فان $x > A$

التمرين الرابع: أدرس استمرارية الدالة f عند 0 في كل حالة من الحالات التالية :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} \sqrt{|x|} , & x \neq 0 \\ 2 , & x = 0 \end{cases} \quad ** \quad f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{x} , & x \neq 0 \\ 0 , & x = 0 \end{cases} \quad ** \quad f(x) = \begin{cases} \frac{x^3-8}{x-2} , & x \neq 2 \\ 12 , & x = 2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x+2-\sqrt{4+x^2}}{x} , & x \neq 0 \\ \alpha , & x = 0 \end{cases}$$

، عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون :

التمرين الخامس: f دالة معرفة على IR بـ :

الدالة f مستمرة عند 0

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x - \alpha , & x > 2 \\ \frac{2x^2 - \alpha + \beta}{x} , & x \leq 2 \end{cases}$$

، عين علاقة بين العددين الحقيقيين α و β

التمرين السادس: f دالة معرفة على IR بـ :

حتى تكون الدالة f مستمرة عند 2

التمرين السابع: f دالة معرفة على IR فسر هندسيا المعلومات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - 2x + 5] = -4 , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - 2x + 5] = 0 , \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -3$$

من أجل $x > 1$ فان $f(x) < 0$ ، ومن أجل $x \leq -2$ فان $f(x) - x + 3 > 0$

التمرين الثامن : 1/ شكل جدول تغيرات الدالة h المعرفة على IR كما يلي : $h(x) = x^3 - 3x - 2$

2/ علل لما ذا المعادلة : $h(x) + 1 = 0$ تقبل ثلاثة حلول مختلفة في IR

التمرين التاسع : 1/ بين أن المعادلة : $x^3 - x + 4 = 0$ تقبل حلا وحيدا في IR ، أعط حصرًا لهذا الحل بتقريب 0.01

2/ بين أن من أجل كل عدد حقيقي a المعادلة : $x^3 - x + 4 = a$ تقبل حلا وحيدا في IR

• * - 01 - * •

التمرين العاشر: لتكن الدالة g حيث : $g(x) = |x^2 - 3x| - x + 4$ ، أدرس قابلية الاشتقاق للدالة g عند القيمة $x_0 = 3$

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 1} & ; x \leq 0 \\ f(x) = \sqrt{x + 4} + 1 & ; x > 0 \end{cases}$$

التمرين الحادي عشر : f دالة عددية معرفة بالعلاقة :
أدرس قابلية الاشتقاق للدالة f عند القيمة $x_0 = 0$

$$\begin{cases} h(x) = x^4 \sin \frac{1}{x} & ; x \neq 0 \\ h(x) = 0 & ; x = 0 \end{cases}$$

التمرين الثاني عشر : h دالة عددية معرفة على IR كما يلي :

1/ بين أن الدالة h مستمرة عند $x_0 = 0$ ، 2/ أدرس قابلية الاشتقاق للدالة h عند القيمة $x_0 = 0$

التمرين الثالث عشر : ليكن $J(x)$ كثير حدود حيث : $J(x) = -x^3 + 6x^2 - 13x + 8$

1- بين أن $J(x)$ له جذرا 1 ثم عين إشارة $J(x)$

2- نعتبر الدالة f المعرفة على $IR - \{2\}$ بـ : $f(x) = -x + 1 + \frac{x-1}{(x-2)^2}$ ، (c_f) تمثيلها البياني

* أحسب $f'(x)$ ثم بين أن : $f'(x) = \frac{J(x)}{(x-2)^3}$ واستنتج اتجاه تغير الدالة f

- عين المستقيمات المقاربة ثم أدرس وضعية (c_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل
- أرسم المستقيمات المقاربة والمنحني (c_f)

التمرين الرابع عشر : f دالة عددية معرفة على IR بالعلاقة : $f(x) = x - 1 + \frac{2x-1}{\sqrt{x^2 - x + 1}}$ و (c_f) تمثيلها البياني

1 / شكل جدول تغيرات الدالة f

2 / أحسب : $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x + 3]$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x - 1]$ ماذا تستنتج ؟

3 / بين أن النقطة $A\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ مركز تناظر للمنحني (c_f)

4 / أثبت أن المنحني (c_f) يقبل مماسين معامل توجيه كل منهما $\frac{5}{2}$ ، جد معادلتيهما

5 / بين أن المنحني (c_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $\frac{1}{2} < \alpha < \frac{5}{8}$

6 / أرسم (c_f) ثم استنتج إشارة $f(x)$

7 / ناقش بيانيا وجود وعدو إشارة حلول المعادلة : $2x - 1 - (t+1)\sqrt{x^2 - x + 1} = 0$ ، $t \in IR$

$$\begin{cases} h(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} & , \quad x \leq 0 \\ h(x) = 2x + 1 + \frac{6}{x-3} & , \quad x > 0 \end{cases}$$

التمرين الخامس عشر : نعتبر الدالة h المعرفة على $\{3\} - IR$ كمايلي :

* بين أن الدالة h مستمرة عند 0

* بين أن المنحني (c_h) يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة يطلب تعيين معادلاتها

* بين أن المعادلة $h(x) + 3 = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left[2, \frac{5}{2}\right]$

التمرين السادس عشر : نعتبر الدالة f المعرفة على $\{1\} - IR$ بـ : $f(x) = |x-2| + \frac{1}{x-1}$

$$\frac{f(2+h)-1}{h} = \frac{|h|}{h} - \frac{1}{h+1}$$

1/ أدرس استمرارية الدالة f عند 2

3 / هل العبارة السابقة تقبل نهاية عندما يؤول h الى 0، أعط تفسيرا هندسيا لذلك

4 / شكل جدول تغيرات الدالة f

يتبع

•* - 02 - *•

5/ أثبت أن منحنى الدالة f يقطع المحور (xx') في نقطة واحدة فاصلتها محصورة بين 0 و 0.5

6/ أحسب : $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x - 2]$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x + 2]$ ماذا تستنتج ؟

7 / أرسم (c_f) والمستقيمات المقاربة

8/ ناقش بيانيا وحسب فيم m عدد حلول المعادلة : $|x-2| + \frac{1-m(x-1)}{x-1} = 0$

التمرين السابع عشر : J دالة كثير حدود معرفة كمايلي : $J(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$

1 . أدرس تغيرات الدالة J

2. بين أن المعادلة $J(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $\left[\frac{1}{4}, \frac{1}{3}\right]$ ، ثم استنتج إشارة $J(x)$

3. f دالة عددية معرفة على $\{-1\} - IR = D$ كمايلي : $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{(x+1)^2}$

• أحسب النهايات للدالة f عند أطراف مجالي تعريفها

• بين أنه من أجل كل x من D : $f'(x) = \frac{J(x)}{(x+1)^3}$ ، ثم استنتج تغيرات الدالة f

• بين أن : $f(\alpha) \approx 2 - \alpha$

• أحسب $f(-2)$ ماذا تستنتج بالنسبة لـ (c_f)

• بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب مائل بالنسبة لـ (c_f)

• أدرس وضعية (c_f) بالنسبة لـ (Δ) وأرسمهما

4. نضع : $K(x) = \frac{|x^3| - 3x^2 + 3|x| - 2}{(|x|-1)^2}$

• عين مجموعة تعريف الدالة K ثم بين أن الدالة K زوجية

• أدرس قابلية اشتقاق الدالة K عند 0 ثم أرسم (c_K) في نفس المعلم

التمرين الثامن عشر : f دالة عددية معرفة على المجال $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ بـ : $f(x) = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24} - \cos x$

1. أحسب المشتقات التالية : f' , f'' , $f^{(3)}$, $f^{(4)}$ للدالة f

x	$-\pi/2$	0	$\pi/2$
$f^{(3)}$ اتجاه تغير			
$f^{(3)}$ إشارة			
f'' اتجاه تغير			
f'' إشارة			
f' اتجاه تغير			
f' إشارة			
f اتجاه تغير			
f إشارة			

2. أكمل الجدول التالي :

$$1 - \frac{x^2}{2} \leq \cos x \leq 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{24}$$

3. استنتج :
4. عين حصرا للعدد 0.1

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1 - \cos x}{\sin x} , x \in]-\pi, 0[\cup]0, \pi[\\ f(x) = 0 , x = 0 \end{cases}$$

التمرين التاسع عشر : f دالة عددية معرفة كمايلي :

- 1/ أدرس استمرارية وقابلية الاشتقاق الدالة f عند 0 ، 2/ بين أن الدالة f فردية ثم أدرس تغيراتها
- 3/ تأكد أن المنحني (c_f) يقبل نقطة انعطاف ، 4/ عين احداثي النقطة A من (c_f) المماس عندها يوازي منتصف الربع الأول

5/ بين أنه يوجد α وحيد من المجال $5\pi/6[, 3\pi/4]$ يحقق $f(\alpha) = \alpha$ ، فسر هندسيا النتيجة

• * - 03 - * •

6 / أرسم (c_f)