
¿Qué es una ecuación?

Fíjate en la siguiente relación: $x + 2 = 5$.

Su significado es que se busca un número, x , que al sumarle 2 nos dé 5.

Se dice que esta relación es una ecuación.

También son ecuaciones, por ejemplo, $x^2 - 5x + 6 = 0$ y $3x - 7y = -3$

De forma general, una ecuación es una relación entre dos expresiones algebraicas que contienen una o varias letras.

A las letras de una ecuación se les llama incógnitas.

Miembros de una ecuación: En una ecuación, la expresión a la izquierda del signo igual es el primer miembro de la ecuación y la de la derecha el segundo miembro.

Por ejemplo, la ecuación $3x - 7y = -3$ tiene dos incógnitas; el primer miembro es $3x - 7y$ y el segundo miembro es -3

Resolver una ecuación es averiguar lo que tiene que valer la incógnita o incógnitas para que se cumpla la igualdad. Por ejemplo, la solución de la ecuación $x + 3 = 9$ es $x = 6$, porque para $x = 6$ se cumple la igualdad, pues $3 + 6 = 9$.

Para comprobar si un valor de x es solución de una ecuación bastas sustituir y ver que se cumple la igualdad.

Por ejemplo, comprobemos si el valor $x = 5$ es o no solución de la ecuación $1 + \frac{x-2}{3} = 2x - 8$.

Sustituyendo, $1 + \frac{5-2}{3} = 2 \cdot 5 - 8 \Rightarrow 1 + 1 = 2$. Se cumple la igualdad. Luego, $x = 5$ es solución de la ecuación.

Hay que ecuaciones que no tienen solución y se llaman incompatibles.

Por ejemplo, la ecuación $x = x + 1$ es incompatible ya que no puede haber ningún número que sea igual a ese número más 1.

Algunas veces se puede hallar la solución de una ecuación por el método de ensayo/error:

Ejemplos:

$x^3 = -8$. Como $(-2)^3 = -8$, la solución es $x = -2$

$2^x = 64$. Como $2^6 = 64$, la solución es $x = 6$

$\sqrt{x} = 7$. Como $\sqrt{49} = 7$, la solución es $x = 49$

$x(x + 1) = 56$. Como $7(7 + 1) = 56$, la solución es $x = 7$

Otras veces se puede hallar la solución por el método de reconstrucción:

Ejemplos:

Hallar un número sabiendo que restando 4 del triple de dicho número resulta 29.

Resolución

Si llamamos x al número que se busca, entonces resulta la ecuación $3x - 4 = 29$

x triple ó multiplicar por 3 $\rightarrow 3x$ restar 4 $\rightarrow 3x - 4 = 29$

Siguiendo el camino inverso mediante las operaciones inversas:

11 dividir entre 3 $\leftarrow 33$ sumar 4 $\leftarrow 29$. Luego, el número es 11

¿Cuál es el número que al multiplicarlo por 2 y sumarle 84 da como resultado 118?

Resolución

x multiplicar por 2 $\rightarrow 2x$ sumar 84 $\rightarrow 2x + 84 = 118$

Siguiendo el camino inverso mediante las operaciones inversas:

17 dividir entre 2 $\leftarrow 34$ restar 84 $\leftarrow 118$. Luego, el número es 17

Clasificación de las ecuaciones

Ecuaciones compatibles: Son las ecuaciones que tienen solución.

– Si tienen solución única se llaman compatibles determinadas. Por ejemplo, la ecuación $x + 2 = 9$ es compatible determinada porque la única solución es $x = 7$.

– Si son ciertas para cualquier valor de la incógnita se llaman identidades.

Por ejemplo, $x + 2 = 2 + x$ es una identidad porque se cumple para todos los valores de la x

– Si tienen infinitas soluciones se llaman compatibles indeterminadas. Por ejemplo, $x + y = 5$ tiene infinitas soluciones porque hay infinitas parejas de números que suman 5.

Ecuaciones incompatibles: Son las que no tienen solución. Por ejemplo, $x = x + 1$ es incompatible porque es imposible que un número sea igual que su consecutivo.

Ecuaciones equivalentes

Son las ecuaciones que tienen las mismas soluciones. Por ejemplo, $x + 2 = 5$, $x + 1 = 4$ son ecuaciones equivalentes porque las dos tienen la misma solución, que es $x = 3$

Reglas de equivalencia

Son unas reglas que sirven para resolver ecuaciones. Con ellas pasamos de una ecuación a otra equivalente más simple. Para resolver ecuaciones se usan principalmente dos reglas de equivalencia:
Regla de la suma: Si sumamos o restamos la misma cantidad en los dos miembros de una ecuación se mantiene la igualdad.

Ejemplos

$$x - 3 = 9 \quad \text{sumamos 3 en los dos miembros} \rightarrow x - 3 + 3 = 9 + 3 \Rightarrow x = 9 + 3 \Rightarrow x = 12$$

Fíjate en que el 3 que estaba restando en el 1er miembro ha pasado al 2º miembro sumando

$$x + 7 = 2 \quad \text{restamos 7 en los dos miembros} \rightarrow x + 7 - 7 = 2 - 7 \Rightarrow x = 2 - 7 \Rightarrow x = -5$$

Fíjate en que el 7 que estaba sumando en el 1er miembro ha pasado al 2º miembro restando

En general, en una ecuación se pueden pasar los términos de un miembro a otro:
Si están sumando pasan restando y viceversa. También se pueden pasar cambiándoles de signo.

Regla del producto: Si multiplicamos o dividimos los dos miembros de una ecuación por un mismo número distinto de 0, se mantiene la igualdad.

Ejemplos

$$\frac{x}{7} = 2 \quad \text{multiplicamos por 7 en los dos miembros} \rightarrow \frac{x}{7} \cdot 7 = 2 \cdot 7 \Rightarrow x = 2 \cdot 7 \Rightarrow x = 14$$

Fíjate en que el 7 que estaba dividiendo en el 1er miembro ha pasado al 2º miembro multiplicando

$$3x = 12 \quad \text{dividimos entre 3 en los dos miembros} \rightarrow \frac{3x}{3} = \frac{12}{3} \Rightarrow x = \frac{12}{3} \Rightarrow x = 4$$

Fíjate en que el 3 que estaba multiplicando en el 1er miembro ha pasado al 2º miembro dividiendo

En general, en una ecuación lo que multiplica a la incógnita pasa dividiendo al otro miembro de la ecuación y lo que divide pasa multiplicando.

Observa que las reglas de equivalencia se pueden usar para despejar variables en ecuaciones y fórmulas.

Despeja las variables que se indican:

$ax - b = 0$, despeja x **Resolución** $ax = b \Rightarrow x = \frac{b}{a}$ $\frac{x}{3a} = 2b \Rightarrow x = 3a \cdot 2b = 6ab$

$v = \frac{d}{t}$, despeja t **Resolución** $vt = d \Rightarrow t = \frac{d}{v}$

$a = \frac{x^2b - 2c}{3}$, despeja x

Resolución $3a = x^2b - 2c \Rightarrow 3a + 2c = x^2b \Rightarrow x^2 = \frac{3a + 2c}{b} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{3a + 2c}{b}}$

Un estudio hecho a un tipo de sardinas revela que la velocidad “v”, en cm/sg, con que nadan en función de su longitud “L”, en cm y el nº de veces “n” que mueven sus aletas por segundo viene dada por la fórmula

$v = \frac{L(3n - 4)}{4}$. Una sardina de 16 cm de longitud nada a una velocidad de 224 cm/sg,

¿cuántas veces por segundo mueve sus aletas?

Resolución

Despejamos n en la fórmula: $4v = 3Ln - 4L \Rightarrow 3Ln = 4v + 4L \Rightarrow n = \frac{4v + 4L}{3L} = \frac{4(v + L)}{3L}$

Ahora sustituimos los datos y operamos: $n = \frac{4(224 + 16)}{3 \cdot 16} = 20$, mueve sus aletas 20 veces por segundo

– ¿Qué ecuación o ecuaciones tienen como solución $x = -3$?

a) $2x + 6 = 1$ b) $x - 5 = 8$ c) $\frac{x}{3} = 1$ d) $\frac{-2x}{3} - 2 = 0$ e) $\frac{x-1}{2} + 5 = 3$

– ¿Qué ecuación o ecuaciones tienen como solución $x = 2$?

a) $3 - x = 2x - 2$ b) $2x + x - 8 = -4 + x$ c) $2(x + 1) = 2x + 4$ d) $4x - 2 = 1 + x$

– Si la solución de la ecuación $x + 3n = 14$ es $x = 2$, entonces $n = \dots$

– Resuelve por reconstrucción:

a) ¿Cuál es el número que al multiplicarlo por 2 y sumarle 84 da como resultado 284?

b) Si un número lo multiplicas por 5 y al resultado le restas 40, obtienes 25. ¿Cuál es el número?

c) Encuentra el número que al restarle 2,15 nos da 6,004

d) ¿Qué número debes restar a 3,452 para obtener 2,5?

e) El doble de un número menos cinco es 9. ¿De qué número se trata?

f) El triple de un número menos 5 es igual a 16. ¿Cuál es el número?

g) Si al doble de un número le sumo 7 unidades, obtengo 69. ¿Cuál es ese número?

h) El doble de un número más un medio es 16 ¿Cuál es el número?

i) Los dos tercios de un número más 1 es igual a cinco cuartos. ¿Cuál es el número?

j) Si los dos quintos de un número se le resta el cuadrado de 2 y luego se le suma el cubo de 2 menos uno, se obtiene como resultado menos cinco. ¿Cuál es el número?

– Resuelve de forma directa por ensayo/error o por reconstrucción:

1) $2(x + 1) = 10$ 2) $3(x - 7) = 15$ 3) $x^5 = -32$ 4) $x^7 = -128$ 5) $x^3 = -8$ 6) $x^3 = 0$ 7) $x^3 = -125$

8) $x^2 - 5 = 11$ 9) $(x + 2)^2 = 16$ 10) $(6 - x)^2 = 81$ 11) $(x + 7)^3 = 125$ 12) $(x - 1)^3 = 27$

13) $3^x = 243$ 14) $5^x = 625$ 15) $2^{3x-7} = 32$ 16) $3^{2x+6} = 81$ 17) $3^x = 243$ 18) $3^x = 729$

19) $x(x + 2) = 35$ 20) $x(x + 2) = 63$ 21) $x(x + 1) = 72$ 22) $x(x + 1) = 132$ 23) $\frac{15}{x} = -3$

24) $\frac{2x+6}{2} = 10$ 25) $\frac{5x-2}{3} = 6$ 26) $\sqrt[3]{x} = 2$ 27) $\sqrt{6x+1} = 5$ 28) $\sqrt{3x-2} = 6$ 29) $x^3 + x^2 = 150$

– ¿Son equivalentes las ecuaciones $3x = 12$ y $x + 5 = 9$? ¿Por qué?

– ¿Son equivalentes las ecuaciones $x + 1 = 6$ y $3x = 15$? ¿Y las ecuaciones $x - 3 = 0$ y $x + 1 = 5$?

– Multiplica por -1 los dos miembros de la ecuación $-x = 7$ ¿Cuál es la solución de la ecuación?

– Indica si las siguientes ecuaciones son compatibles o incompatibles:

a) $\frac{2}{x} = 0$ b) $5^x = -25$ c) $x + 3 = x + 2$ d) $7^x = 0$ e) $x^2 = -81$

– Para resolver la ecuación $2x - 3 = 0$, ¿qué se usa primero la regla de la suma o la del producto?

- Para resolver la ecuación $\frac{x}{3} + 7 = 0$, ¿qué se usa primero la regla de la suma o la del producto?
- Para resolver la ecuación $\frac{x+3}{5} = 2$, ¿qué se usa primero la regla de la suma o la del producto?
- Selecciona. Dos ecuaciones son equivalentes si tienen ...
 - a) los mismos coeficientes b) las mismas letras c) las mismas soluciones
- ¿Cómo se llaman las ecuaciones que tienen una única solución?
- ¿Cómo se llaman las ecuaciones que no tienen solución?
- ¿Cómo se llaman las ecuaciones que se cumplen para todos los valores de la incógnita?
- Selecciona. ¿Cómo se llaman las ecuaciones que tienen infinitas soluciones?
 - a) compatibles determinadas b) compatibles indeterminadas c) identidades d) incompatibles
- En una ecuación lo que está sumando en un miembro, ¿cómo pasa al otro miembro de la ecuación?
- Si en una ecuación un número o letra está multiplicando en un miembro, ¿cómo pasa al otro miembro de la ecuación?
- Si en una ecuación un número o letra está restando en un miembro, ¿cómo pasa al otro miembro de la ecuación?
- Si en una ecuación un número o letra está dividiendo en un miembro, ¿cómo pasa al otro miembro de la ecuación?
- El número que hay que restar a los dos miembros de la ecuación $x + 3 = 7$ para despejar x es el ...
- El número que hay que sumar a los dos miembros de la ecuación $x - 2 = 6$ para despejar x es el ...
- El número entre el que hay que dividir los dos miembros de la ecuación $5x = 7$ para despejar x es el ...
- El número por el que hay que multiplicar los dos miembros de la ecuación $\frac{x}{9} = 5$ para despejar x es el ...

– Usando las reglas de equivalencia, despeja cada una de las letras:

$$2ax = 3b \quad x - b = c \quad x + y = z \quad b = x + a \quad ax = b \quad 4y = 5n$$

$$5M - 3NP = 2 \quad 3a + mn = p \quad p = 2mq - 3vx \quad M = 1,4 N - 50 \quad 3x + 2y = m - 7$$

$$v = 2v_0 + 3at \quad C + V = A + 2 \quad ax - b = 0 \quad \frac{x}{a} = b \quad F = \frac{1}{T} \quad w = \frac{2\pi}{T} \quad \frac{y}{3m} = -2m$$

$$M = \frac{a+b+c}{10} \quad m = \frac{2xy-3n}{4} \quad \frac{6m-7n}{5} = 3p \quad \frac{2m-n}{3} = 4p \quad \frac{x}{a} = \frac{b}{c} \quad \frac{3a}{b} = \frac{2c}{5d}$$

$$\frac{v}{w} = \frac{5s}{r}$$

$$a = \frac{x^2}{5} - 2b \quad e = 3v - \frac{at^2}{2} \quad E = 3gh + \frac{3v^2}{2} \quad E = E_0 + \frac{mv^2}{2} \quad \frac{x}{3a} = 2b$$

Espacio recorrido a velocidad constante: $e = vt$

Velocidad en movimiento uniformemente acelerado: $v = v_0 + at$

Espacio en un movimiento uniformemente acelerado: $e = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$

Fuerza: $F = ma$ Presión: $P = \frac{F}{S}$ Trabajo mecánico: $T = Fd$ Ley de Hooke: $F = kx$

Cantidad de movimiento: $p = mv$ Potencia mecánica: $W = \frac{T}{t}$ Energía cinética: $E_c = \frac{1}{2} mv^2$

Energía potencial: $E = mgh$ Intensidad de corriente eléctrica: $I = \frac{q}{t}$

Capacidad de un condensador: $C = \frac{q}{V}$ Trabajo eléctrico: $W = I V t$ Ley de Ohm: $I = \frac{V}{R}$

Ley de los gases ideales: $PV = nRT$ Interés simple: $I = \frac{Crt}{100}$

– Índice de masa corporal:

Para mayores de edad: $IMC = \frac{p}{e^2}$, donde p es el peso en kg y e la estatura en m

Si $IMC < 18,5$ tu peso es inferior al normal

Si $18,5 \leq IMC < 25$ tu peso es normal

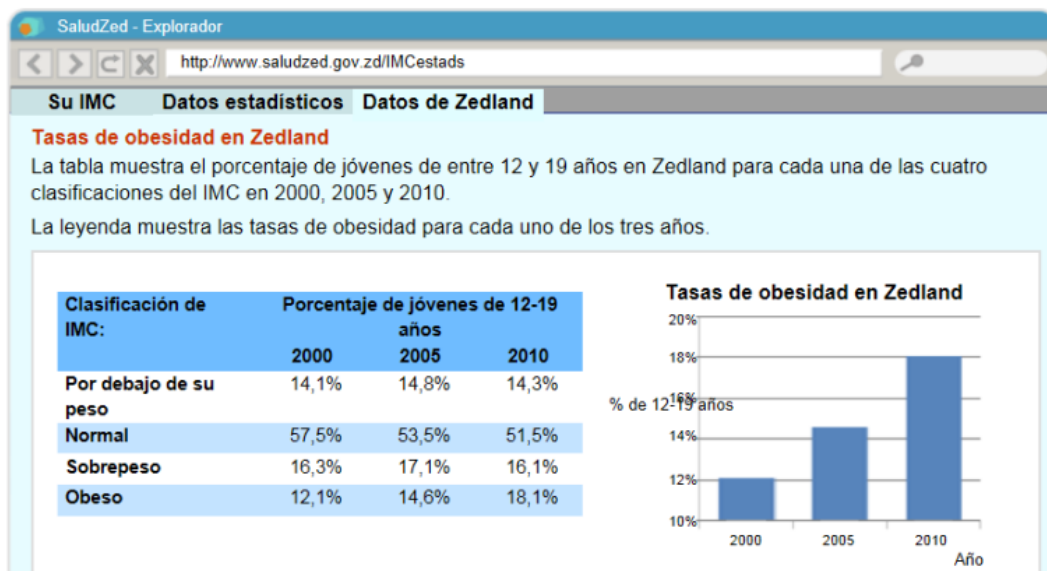
Si $25 \leq IMC < 30$ tienes sobrepeso

Si $IMC \geq 30$ tienes obesidad

Tania y Raúl están haciendo un proyecto sobre peso y salud.

Encuentran la página web SaludZed que trata sobre salud y el Índice de Masa Corporal (IMC).

Otra página web contenía datos sobre las tasas de obesidad de Zedland.



¿Cuál es la mayor variación en las clasificaciones del IMC para los jóvenes de 12 a 19 años en Zedland entre los años 2000 y 2010? Justifica tu respuesta basándote en los valores de la tabla de datos.

Tania dice: "El gráfico muestra que la tasa de obesidad en 2010 es aproximadamente cuatro veces la tasa que había en 2000." Tania no está en lo cierto. Explica qué es lo engañoso del gráfico que ha podido llevar a Tania a extraer esta conclusión.

– Calcula la velocidad, en km/h, que lleva un móvil si en media hora ha recorrido 3 km

– Utilizando la fórmula de la densidad, $d = \frac{m}{V}$, donde m es la masa y V el volumen, calcula la masa de 30cc de alcohol si su densidad es de 0,8 g/cc

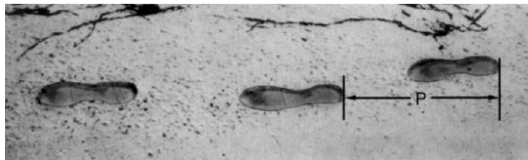
– La densidad de población de un país, región, etc, se calcula con la fórmula $D = \frac{P}{S}$, siendo “P” la población y “S” la superficie. Determina cuál es la superficie de la provincia de Granada suponiendo que su población sea 899640 habitantes y su densidad 71,4 hab/km².

– La fórmula que relaciona presión, P, volumen, V, y temperatura, T, en los gases es $\frac{P}{P'} = \frac{V'}{V} = \frac{T'}{T}$

a) Si a presión constante un determinado gas ocupa un volumen de 6 m³ a una temperatura de 20 °C, ¿a qué temperatura ocupará un volumen de 15 m³?

b) Se ha comprobado que a temperatura de 12 °C el volumen que ocupa un determinado gas es de 120 cm³. ¿Qué volumen ocupa el mismo gas a temperatura de 30 °C? ¿Qué temperatura debe alcanzar para que ocupe un volumen de 300 cm³?

– La foto muestra las huellas de un hombre caminando. La longitud del paso P es la distancia entre los extremos posteriores de dos huellas consecutivas. Para los hombres, la fórmula $\frac{n}{P} = 140$ da una relación aproximada entre n y P donde: n = número de pasos por minuto, y P = longitud del paso en metros.



Si se aplica la fórmula a la manera de caminar de Enrique y éste da 70 pasos por minuto, ¿cuál es la longitud del paso de Enrique?

– La siguiente fórmula se aplica a un cuerpo que realiza un movimiento rectilíneo con una aceleración constante a. El cuerpo está inicialmente en la posición x_0 y tiene una velocidad inicial v_0 . Pasado un tiempo, su posición es x y su velocidad es v. Despeja v en esa expresión. $\frac{v^2 - v_0^2}{2a} = x - x_0$