

Тема уроку. Піраміда. Правильна піраміда

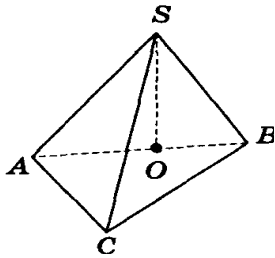
Правила зображення піраміди

Зображення піраміди можна починати із зображення її основи. Правила зображення многокутників вам відомі.

Після зображення основи позначають вершину піраміди, яку сполучають бічними ребрами з вершинами основи, невидимі ребра зображають штриховими лініями. Для більшої наочності рисунка висоту піраміди зображають «вертикальним відрізком».

Піраміди, в яких бічні ребра нахилені до площини основи під рівними кутами

Якщо в деякій піраміді всі бічні ребра рівні між собою або якщо вони утворюють із площиною основи (чи висотою піраміди) рівні кути, то вершина піраміди проектується в центр кола, описаного навколо основи.



Задача.

В основі піраміди лежить прямокутний трикутник з катетом a і протилежним кутом α . Бічні ребра піраміди утворюють з основою кут β . Знайдіть площу найбільшої бічної грані піраміди.

Розв'язання

Нехай $SABC$ — задана піраміда; $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle CAB = \alpha$, $BC = a$; $SO \perp (ABC)$ (рис.) Оскільки $\angle SAO = \angle SCO = \angle SBO = \beta$, то точка O — центр кола, описаного навколо трикутника ABC . Оскільки $\triangle ABO$ — прямокутний, то точка O — середина AB .

Найбільшою бічною гранню є грань SAB , тоді $S_{SAB} = \frac{1}{2} AB \cdot SO$.

$$\text{Із } \triangle ABC \text{ } AB = \frac{BC}{\sin \angle CAB} = \frac{a}{\sin \alpha}, \text{ тоді } AO = \frac{a}{2 \sin \alpha}.$$

$$\text{Із } \triangle ASO \text{ } SO = AO \cdot \operatorname{tg} \angle SAO = \frac{a \cdot \operatorname{tg} \beta}{2 \sin \alpha}.$$

$$\text{Отже, } S_{SAB} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{\sin \alpha} \cdot \frac{a \cdot \operatorname{tg} \beta}{2 \sin \alpha} = \frac{a^2 \cdot \operatorname{tg} \beta}{4 \sin^2 \alpha}$$

$$\text{Відповідь. } \frac{a^2 \cdot \operatorname{tg} \beta}{4 \sin^2 \alpha}.$$

Розв'язування задач

1. В основі піраміди лежить прямокутний трикутник з кутом 30° і протилежним йому катетом, що дорівнює 30 см. Бічні ребра нахилені до площини основи під кутом 60° . Знайдіть висоту піраміди.

(Відповідь. $30\sqrt{3}$ см.)

2. В основі піраміди лежить прямокутний трикутник з гіпотенузою 12 см. Знайдіть висоту піраміди, якщо всі бічні ребра нахилені до площини основи під кутом 30° . (Відповідь. $2\sqrt{3}$ см.)

Піраміди, в яких усі двогранні кути при основі рівні між собою

Якщо в деякій піраміді усі двогранні кути при основі рівні між собою, то вершина піраміди проектується в центр кола, вписаного в основу.

Крім того, в таких пірамідах висоти бічних граней, проведені з вершини піраміди, рівні і кути, утворені цими висотами з висотою піраміди, рівні.

Розв'язування задач

1. Основою піраміди є трикутник зі сторонами 13, 20 і 21 см. Знайдіть висоту піраміди, якщо двогранні кути при основі дорівнюють по 30° . (Відповідь. $\frac{14\sqrt{3}}{9}$ см.)

2. Основою піраміди є прямокутний трикутник з гострим кутом α і катетом b , прилеглим до нього. Кожна бічна грань нахилена до основи піраміди під кутом β .

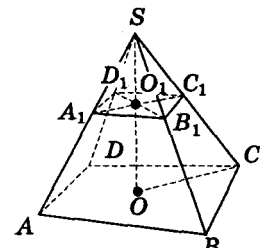
Знайдіть бічну поверхню піраміди. (Відповідь. $\frac{b^2 \operatorname{tg} \alpha}{2 \cos \beta}$.)

Теорема про властивість площини, яка перетинає піраміду і паралельна основі піраміди.

1. Переріз піраміди площиною, яка паралельна до площини основи, є багатокутник, подібний даному: $ABCD \sim A_1B_1C_1D_1$.

2. Бічні ребра і висота піраміди діляться площиною, яка паралельна до основи піраміди, на пропорційні відрізки:

$$\frac{AA_1}{A_1S} = \frac{BB_1}{B_1S} = \frac{CC_1}{C_1S} = \frac{DD_1}{D_1S} = \frac{OO_1}{O_1S}.$$



3. Площі перерізу і основи піраміди відносяться як квадрати їх відстаней від

вершини: $\frac{S_{\text{пер}}}{S_{\text{осн}}} = \frac{O_1S^2}{OS^2}.$

Розв'язування задач

1. У піраміді проведено переріз паралельно до основи через середину висоти.

Площа основи дорівнює S . Знайдіть площу перерізу. (Відповідь. $\frac{S}{4}$.)

2. У піраміді переріз, паралельний до основи, ділить висоту у відношенні 3 : 4 (в напрямку від вершини до основи), а площа перерізу менша площі основи на 200 см². Знайдіть площу основи. (Відповідь. 245 см².)

Поняття зрізаної піраміди

Зрізаною пірамідою називається частина піраміди, що обмежена основою і січною площиною, яка паралельна основі.

Демонструються моделі зрізаних пірамід.

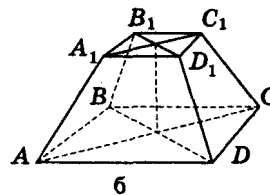
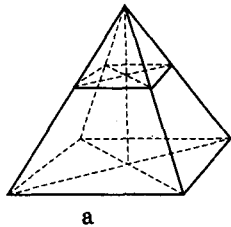
Паралельні грані зрізаної піраміди називають її **основами**, а всі інші — **бічними** гранями.

Основи зрізаної піраміди — подібні багатокутники, їх відповідні сторони попарно паралельні, тому бічні грані зрізаної піраміди — трапеції.

Висотою зрізаної піраміди називають перпендикуляр, проведений із якої-небудь точки однієї основи на площину другої основи. Висотою зрізаної піраміди називають також відстань між площинами її основ.

Переріз площиною, яка проходить через два бічні ребра зрізаної піраміди, які не лежать в одній грані, називається **діагональним**.

Щоб побудувати зрізану піраміду, спочатку будують повну піраміду, проводять переріз, паралельний основі, а потім зайву верхню частину стирають



Домашнє завдання:

Пройти онлайн-тести за посиланням:

<https://naurok.com.ua/test/join?gamecode=8791355>