

Projet Méthode Numérique



Contexte:

Ce projet a pour support le barrage poids de Bouzey (88) à sa mise en service en 1881 et lors de sa première rupture d'origine hydraulique, le 14 mars 1884 (plus d'informations ici). L'objectif est de comparer la poussée d'Archimède sous le barrage avec son poids dans trois cas : (E1) barrage tel que mis en service en 1881 ; (E2) barrage suite à fissuration traversante du mur de garde le 14 mars 1884 ; (E3) barrage sans mur de garde.

Partie I : Résolution de l'équation de l'écoulement en 2D – cas simple

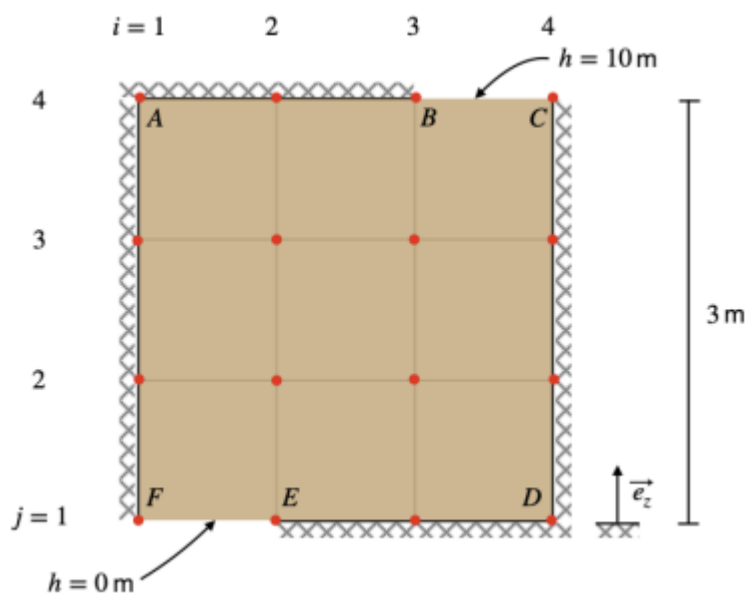


Figure 1 - massif de sol étudié

1. Sol homogène isotrope:

a) Discrétisation de l'équation de l'écoulement et des conditions limites - travail « à la main »

Rp1.1) les conditions limites de la charge hydraulique sur les frontières AB, BC, CD, DE, EF, et FA et aux points A et D (types + équations non discrétisées associées).

• Sur la frontière BC : h connue : $h_{ij} = 10\text{m}$

• Sur la frontière FE : h connue : $h_{ij} = 0\text{m}$

• Sur les frontières AB et ED : on a : $q_v = 0$

$$q_v = k_v \times S \times i_v = k_v \times S \times \frac{\partial h}{\partial z} = 0 \Rightarrow \frac{\partial h}{\partial z} = 0 \quad \begin{array}{l} \text{Flux Vertical} \\ \text{nul} \end{array}$$

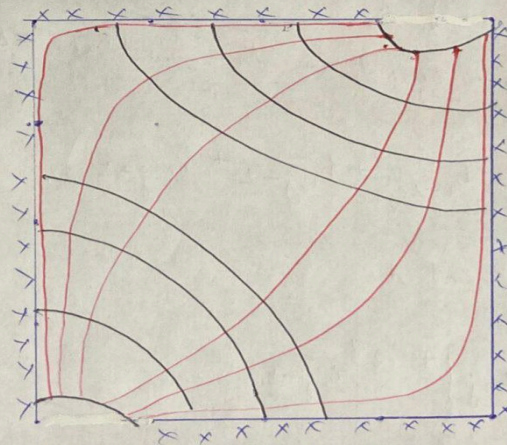
• Sur les frontières AF et CD :

$$q_h = 0 ; q_h = k_h \times S \times i_h = k_h \times S \times \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad \begin{array}{l} \text{Flux horizontal} \\ \text{nul.} \end{array}$$

• Aux points A et D :

$$\left\{ \begin{array}{l} q_v = 0 \\ q_h = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} k_v \cdot S \cdot i_v = 0 \\ k_h \cdot S \cdot i_h = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} k_v \cdot S \cdot \frac{\partial h}{\partial z} = 0 \\ k_h \cdot S \cdot \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial h}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{Pas d'écoulement} \end{array}$$

(Q1.2) Allure approximative du réseau d'écoulement :



legende:
— : ligne de courant
— : ligne équipotentielle

Q1.3) Equations aux différences finies de la charge h_{ij}

a) Pour un noeud (i, j) appartenant à la frontière AB.

$$h_{i,j} \approx \frac{1}{4} (h_{i-1,j} + h_{i+1,j} + 2h_{i,j-1})$$

b) un noeud (j, j) appartenant la frontière BC.

Valeur connue: $h_{ij} = 10 \text{ m}$

c) un noeud (i, j) appartenant à la frontière CD:

$$h_{i,j} \approx \frac{1}{4} (2h_{i-1,j} + h_{i,j+1} + h_{i,j-1})$$

d) Un noeud (i, j) appartenant à la frontière DE.

$$h_{i,j} \approx \frac{1}{4} (h_{i-1,j} + h_{i+1,j} + 2h_{i,j+1})$$

e) Un noeud (i, j) appartenant à la frontière EF

Valeur connue: $h_{ij} = 0$

f) Un noeud (i, j) appartenant à la frontière FA;

$$h_{i,j} \approx \frac{1}{4} (2h_{i+1,j} + h_{i,j-1} + h_{i,j+1})$$

g) le noeud $(1, 1)$ Point A:

$$h_{i,j} \approx \frac{1}{4} (2h_{i+1,j} + 2h_{i,j-1})$$

h) le noeud $(4, 4)$ (Point D):

$$h_{i,j} \approx \frac{1}{4} (2h_{i-1,j} + 2h_{i,j+1})$$

Q1.4)

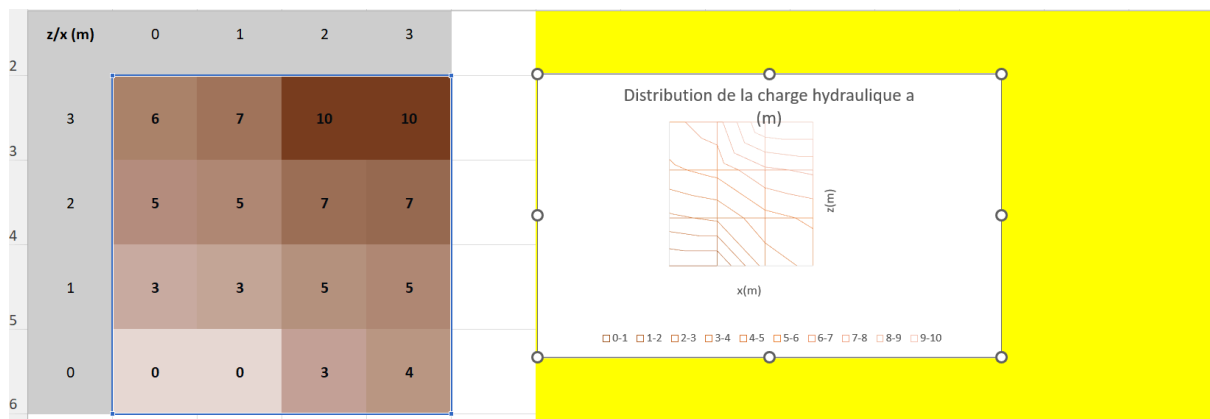
Q1.5)

b) Résolution de l'équation de l'écoulement – travail sur Excel

Tableau des données:

	A	B	C
1	Paramètres d'entrée	unité	valeur
2	gamma_w	kN/m ³	10
3	k_H	m/s	1,00E-03
4	k_H/k_V	-	1,00E+00
5	Paramètres calculés	unité	valeur
6	k_V	m/s	1,00E+00
7	a	-	2,50E-01
8	b	-	2,50E-01

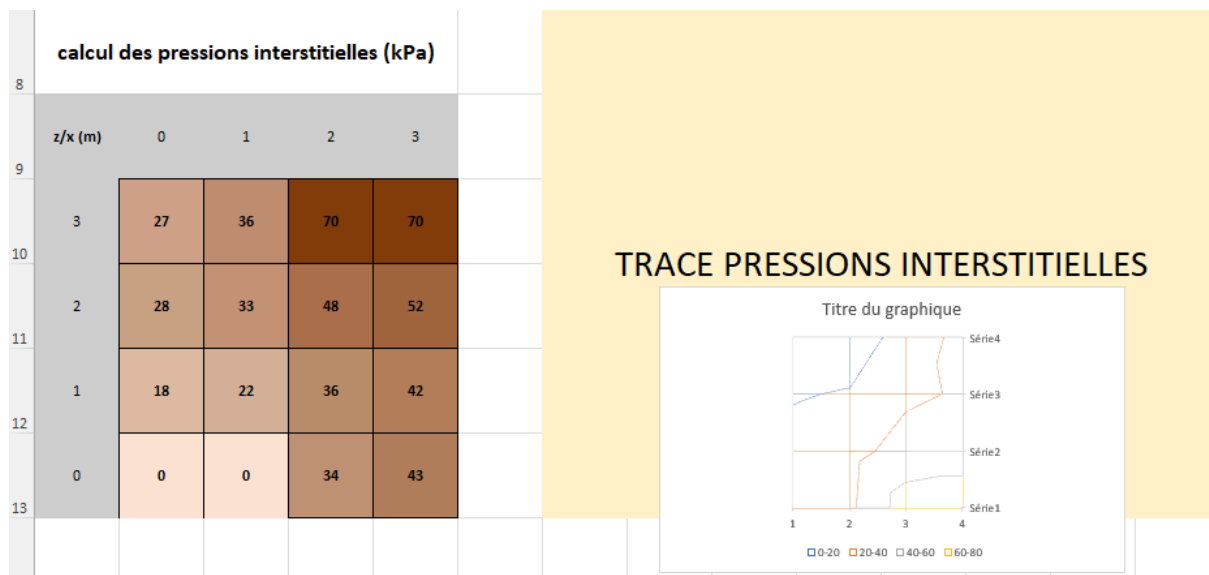
Valeurs et tracé de la charge hydraulique sur les différents points du maillage:



Q1.6)

Les frontières entre domaines de la figure représentent les lignes équipotentiellles .
Le réseau d'écoulement est approximativement identique à celui prévu en Q2 .
Pour mieux améliorer on aurait puis prendre des frontières plus éloigné de
notre domaine d'études c'est à dire agrandir les mailles.

Valeurs tracé des pressions interstitielles pour les différents points du maillage :



2. Sol homogène anisotrope:

On considère désormais le cas où le sol est homogène anisotrope de perméabilités horizontale $kH = 1 \times 10^{-3}$ m/s et verticale kV . On étudie les cas où $kH/kV = 10^{-3} \dots 10^3$.

Rp2.1) Généralement $K_h > K_v$ donc les cas 10^{-3} à 10^{-1} ne sont pas physique ;

Q 2.2) Equations aux différences finies de la charge $h_{i,j}$, en fonction des charges voisines et des coefficients a et b :

On pose : $a = \frac{k_u}{2(k_u + k_v)}$; $b = \frac{k_v}{2(k_u + k_v)}$

a) Pour un nœud (i,j) appartenant à la frontière AB.

$$h_{i,j} \approx a(h_{i-1,j} + h_{i+1,j}) + b(2h_{i,j-1})$$

b) Pour un nœud (i,j) appartenant à la frontière BC.

Valeur connue : $h_{i,j} = 10 \text{ m}$

c) Pour un nœud (i,j) appartenant à la frontière CD.

$$h_{i,j} \approx a(2h_{i-1,j}) + b(h_{i,j+1} + h_{i,j-1})$$

d) Un nœud (i,j) appartenant à la frontière DE

$$h_{i,j} \approx a(h_{i-1,j} + h_{i+1,j}) + b(2h_{i,j+1})$$

e) Un nœud (i,j) appartenant à la frontière EF

Valeur connue : $h_{i,j} = 0$

f) Un nœud (i,j) appartenant à la frontière FA.

$$h_{i,j} \approx a(2h_{i+1,j}) + b(h_{i,j-1} + h_{i,j+1})$$

g) Le nœud $(1,1)$ Point A.

$$h_{1,1} \approx a(2h_{2,1}) + b(2h_{1,2})$$

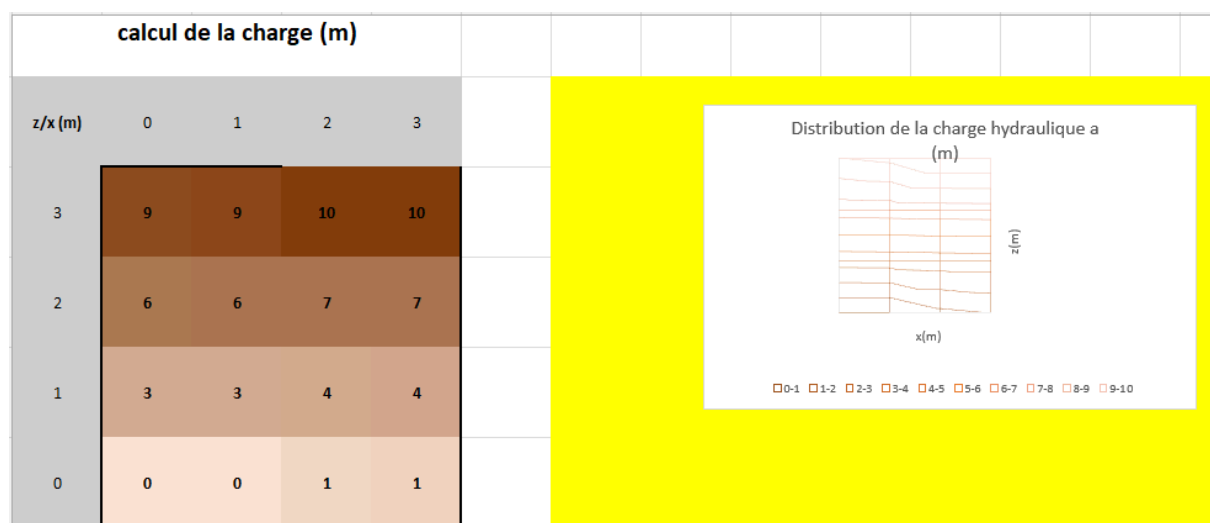
h) Le nœud $(4,4)$ Point D.

$$h_{4,4} \approx a(2h_{3,4}) + b(2h_{4,5})$$

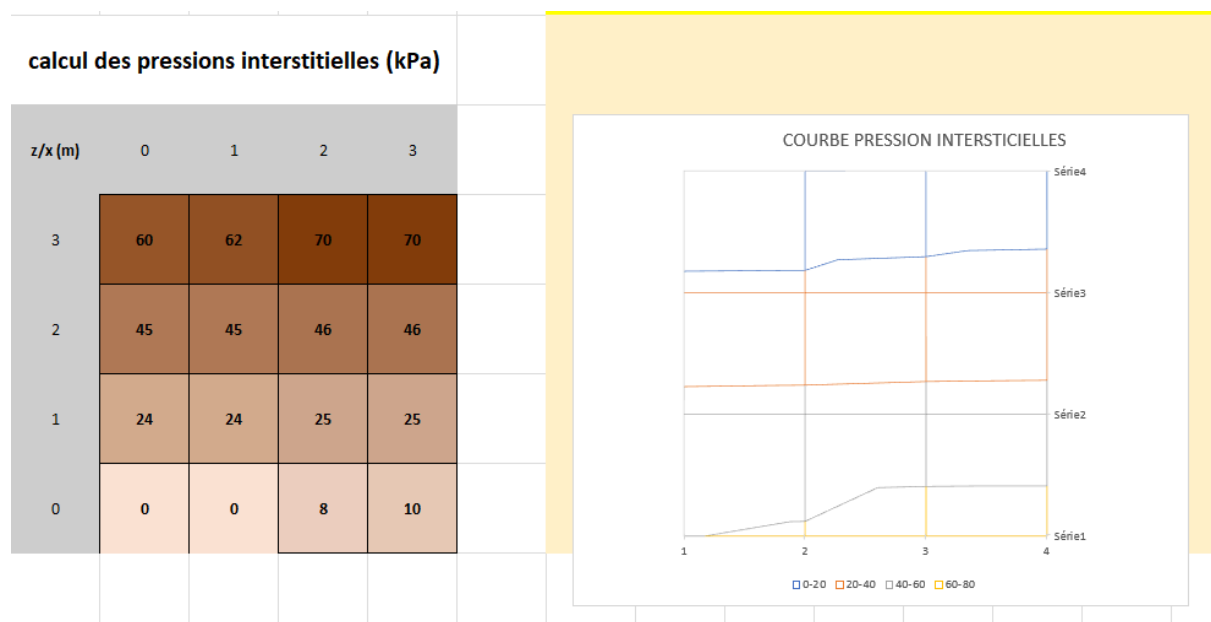
Tableau des données:

	A	B	C
1	Paramètres d'entrée	unité	valeur
2	gamma_w	kN/m ³	10
3	k_H	m/s	1,00E-03
4	k_H/k_V	-	1,00E+01
5	Paramètres calculés	unité	valeur
6	k_V	m/s	1,00E-04
7	a	-	4,55E-01
8	b	-	4,55E-02

Valeurs et tracé de la charge hydraulique sur les différents points du maillage:

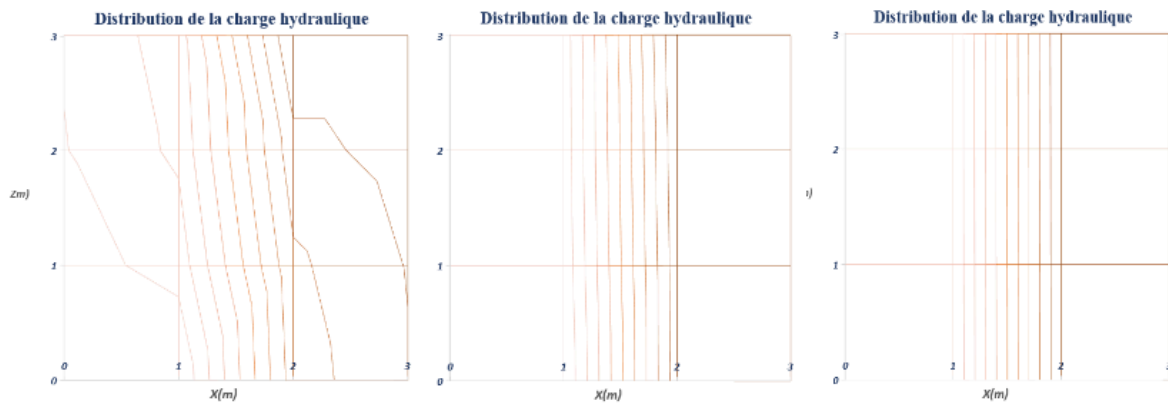


Valeurs tracé des pressions interstitielles pour les différents points du maillage :

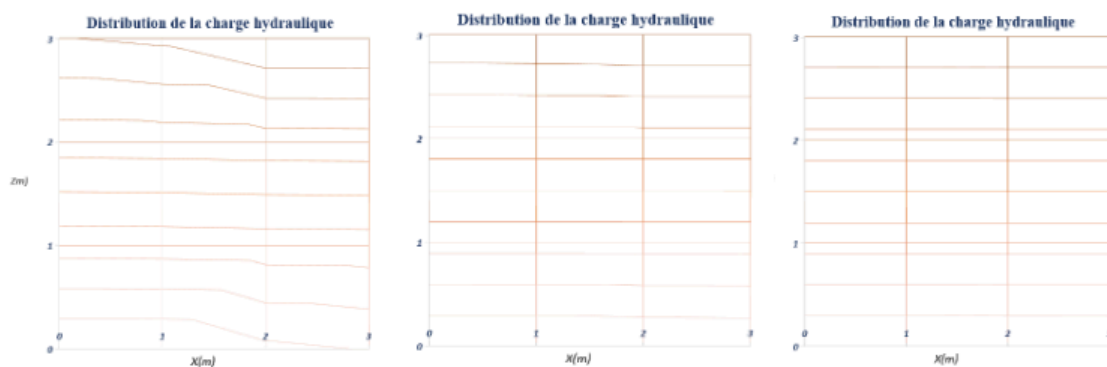


Q2.3) Commentez l'allure du réseau d'écoulement : en quoi les cartographies obtenues sont-elles cohérentes avec l'anisotropie étudiée ?

Q2.4)



Lorsque kH/kV tend vers 10^{-3} on observe les équipotentiellles qui se place verticalement et parallèle les unes aux autres comme si l'écoulement était unidirectionnel.

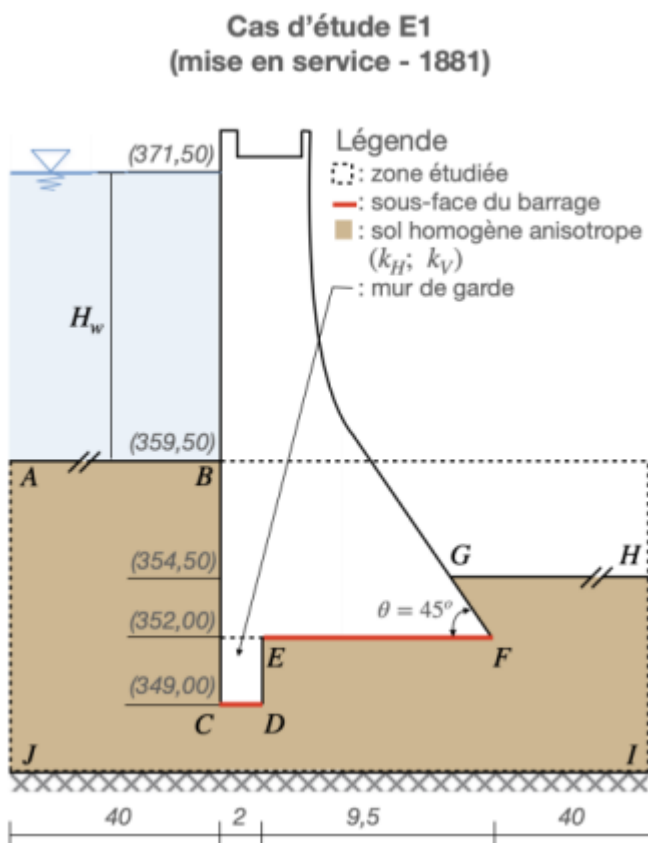


Lorsque kH/kV tend vers 10^3 on observe le phénomène inverse. Les équipotentiellles se placent horizontalement et parallèle les unes aux autres comme si l'écoulement était unidirectionnel.

Partie II : Réseau d'écoulement autour du barrage de Bouzey

On considère le barrage poids de Bouzey (88). Celui-ci est représenté sur la Figure 11 dans les trois cas d'étude considérés par la suite : (E1) mise en service en 1881 ; (E2) pré-effondrement suite à fissuration transversante du mur de garde le 14 mars 1884 ; (E3) barrage sans mur de garde. Le sol en grès bigarré est le siège d'un écoulement bidimensionnel et permanent dû à une différence de charge Δh entre l'amont et l'aval, générant des surpressions en sous-face du barrage.

CAS 1: Comportement hydraulique dans le cas E1



Q 1-1)

On étudie uniquement la zone encadrée car c'est sur cette zone on le sol.

On se place à des côtes distantes de 40 m car on pose des hypothèses non vérifiées aux extrêmes

limites du champ d'étude et donc plus on s'éloigne du barrage plus on gagne de précision dans

nos résultats à la base du barrage.

Q1.2) Conditions limites de la charge hydrauliques:

- Sur les frontières AB, CD, EF, GH, IJ on a $q_v = 0$.
Donc $k_v \cdot S \cdot i_v = 0 \Rightarrow k_v \cdot S \cdot \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \Rightarrow \left| \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \right.$ Flux verticaux nuls.
- Sur les frontières AJ, BC, ED, HI, on a $q_h = 0$
Donc $k_h \cdot S \cdot \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \Rightarrow \left| \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \right.$ Flux horizontaux nuls.
- Sur la frontière FG.

$$\begin{cases} q_h = 0 \Rightarrow k_h \cdot S \cdot \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \\ q_v = 0 \Rightarrow k_v \cdot S \cdot \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial h}{\partial y} = 0 \end{cases} \begin{matrix} \text{Flux horizontaux nuls} \\ \text{Flux verticaux nuls.} \end{matrix}$$
- Sur les frontières JA et HI.
 Deux approximations à faire: $\begin{cases} q_h = 0 \Rightarrow k_h \cdot S \cdot \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \Rightarrow \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \text{ (Flux horizontaux nuls)} \\ \text{ou: } \begin{matrix} \text{JA: } h = \\ \text{et HI: } h = \end{matrix} \end{cases}$
- Valeurs de $a_{i-1,j}$, $a_{i+1,j}$, $b_{i,j-1}$ et $b_{i,j+1}$ (donc les équations aux différences finies de la charge $h_{i,j}$)
- a) Nœud (i,j) au cœur du sol.
on pose: $a_{sol} = \frac{k_h}{2(k_h + k_v)}$ et $b_{sol} = \frac{k_v}{2(k_h + k_v)}$

$$h_{i,j} = a_{sol} (h_{i+1,j} + h_{i-1,j}) + b_{sol} (h_{i,j+1} + h_{i,j-1})$$

$$a_{i-1,j} = a_{i+1,j} = a_{sol} \text{ et } b_{i,j+1} = b_{i,j-1} = b_{sol}$$
- b) Nœud courant (i,j) de AB ou GH.
Valeurs de la charge hydraulique peuvent être calculées par

$$h = z + \frac{u}{\omega}$$

$$AB: h = 371,5 \text{ m}$$

$$GH: h = 354,5 \text{ m}$$

c) Nomme courant (i, j) de JA ou HI
 Valeur arbitraires: JA: $h_{ij} = 37,5 \text{ m}$
 HI: $h_{ij} = 35,4,5 \text{ m}$

d) Nomme courant (i, j) de IF et nomme courant (i, j) de CD ou EF

$$IF: h_{i,j} = a_{\text{sup}} (h_{i+1,j} + h_{i-1,j}) + b_{\text{sol}} (a h_{i,j+1})$$

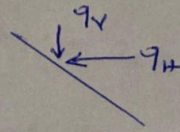
$$CD \text{ ou } EF: h_{i,j} = a_{\text{sup}} (h_{i+1,j} + h_{i-1,j}) + b_{\text{sol}} (a h_{i,j-1})$$

e) Nomme courant (i, j) de BC ou de ED.

$$BC: h_{i,j} = a_{\text{sol}} (a h_{i-1,j}) + b_{\text{sol}} (h_{i,j+1} + h_{i,j-1})$$

$$ED: h_{i,j} = a_{\text{sol}} (a h_{i+1,j}) + b_{\text{sol}} (h_{i,j+1} + h_{i,j-1})$$

f) Nœud courant (i, j) de GF.



D'après la conservation du débit on a :

$$q_v + q_H = 0 \quad \text{or} \quad q_v = k_v \cdot \alpha \times \frac{h_{i,j} - h_{i,j+1}}{\alpha}$$

$$q_H = k_H \cdot \alpha \times \frac{h_{i,j} - h_{i+1,j}}{\alpha}$$

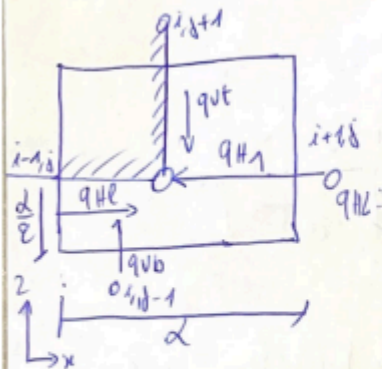
$$k_v (h_{i,j} - h_{i,j+1}) + k_H (h_{i,j} - h_{i+1,j}) = 0$$

$$(k_v + k_H) h_{i,j} = k_v h_{i,j+1} + k_H h_{i+1,j}$$

$$h_{i,j} = \frac{k_H}{k_v + k_H} h_{i+1,j} + \frac{k_v}{k_v + k_H} h_{i,j+1}$$

$$h_{i,j} = \alpha_{sol} h_{i+1,j} + \alpha_{sol} h_{i,j+1}$$

Nœud D :



$$q_{Hl} + q_{Hr} + q_{Vb} + q_{Vt} = 0$$

$$q_{Hl} = k_H \times \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)_{i,j} \times \frac{\Delta x}{2} \times 1 = k_H \times \frac{h_{i,j} - h_{i-1,j}}{\Delta x} \times \frac{\Delta x}{2} \times 1$$

$$q_{Hr} = k_H \times \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)_{i,j} \times \Delta x \times 1 = k_H \times \frac{h_{i,j} - h_{i+1,j}}{\Delta x} \times \Delta x \times 1$$

$$q_{Vb} = k_V \times \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right)_{i,j} \times \Delta x \times 1 = k_V \times \frac{h_{i,j} - h_{i,j-1}}{\Delta z} \times \Delta x \times 1$$

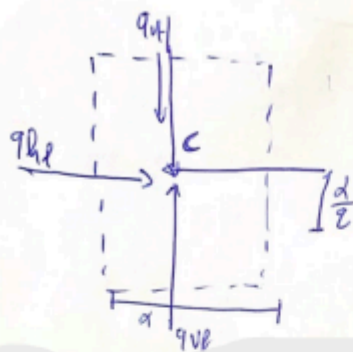
$$q_{Vt} = k_V \times \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right)_{i,j} \times \frac{\Delta x}{2} \times 1 = k_V \times \frac{h_{i,j} - h_{i,j+1}}{\Delta z} \times \frac{\Delta x}{2} \times 1$$

$$\frac{\Delta x}{2} h_{i,j} (k_V + k_H) = \frac{k_H h_{i-1,j}}{2} + k_H h_{i+1,j} + k_V h_{i,j-1} + \frac{k_V h_{i,j+1}}{2}$$

$$3 h_{i,j} (k_V + k_H) = k_H h_{i-1,j} + 2 k_H h_{i+1,j} + 2 k_V h_{i,j-1} + k_V h_{i,j+1}$$

$$h_{i,j} = \frac{k_H}{3(k_V + k_H)} \times h_{i-1,j} + \frac{2 k_H}{3(k_V + k_H)} \times h_{i+1,j} + \frac{2 k_V}{3(k_V + k_H)} \times h_{i,j-1}$$

$$+ \frac{k_V}{3(k_V + k_H)} \times h_{i,j+1}$$



Nœuds C :

$$k_h \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) \times \frac{d}{2} \times 1 + k_h \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right) \times d \times 1 + k_v \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right) \times \frac{d}{2} \times 1 + k_v \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right) \times d \times 1 = 0$$

$$k_h \left(\frac{h_{i,j} - h_{i-1,j}}{d} \right) \times \frac{d}{2} \times 1 + k_h \left(\frac{h_{i,j} - h_{i-1,j}}{d} \right) \times d \times 1 + k_v \left(\frac{h_{i,j} - h_{i,j-1}}{d} \right) \times \frac{d}{2} \times 1$$

$$+ k_v \left(\frac{h_{i,j} - h_{i,j-1}}{d} \right) \times d \times 1 = 0$$

$$\Rightarrow k_h \left(\frac{h_{i,j} - h_{i-1,j}}{d} \right) \times k_h (h_{i,j} - h_{i-1,j}) \times k_v \left(\frac{h_{i,j} - h_{i,j-1}}{d} \right) + (h_{i,j} - h_{i,j-1}) \times k_v = 0$$

$$\Rightarrow \frac{k_h h_{i+1,j}}{2} + k_h h_{i-1,j} + \frac{k_v h_{i,j+1}}{2} + k_v h_{i,j-1} = h_{i,j} \times \frac{3}{2} (k_h + k_v)$$

$$h_{i,j} = \frac{k_h h_{i+1,j}}{2 \times \frac{3}{2} (k_h + k_v)} + \frac{k_h h_{i-1,j}}{\frac{3}{2} (k_h + k_v)} + \frac{k_v h_{i,j+1}}{2 \times \frac{3}{2} (k_h + k_v)} + \frac{k_v h_{i,j-1}}{\frac{3}{2} (k_h + k_v)}$$

$$h_{i,j} = \frac{2 k_h}{3 (k_h + k_v)} h_{i+1,j} + \frac{2 k_h}{3 (k_h + k_v)} h_{i-1,j} + \frac{2 k_v}{3 (k_h + k_v)} h_{i,j+1} + \frac{2 k_v}{3 (k_h + k_v)} h_{i,j-1}$$

$$q_{vt} = k_v \times \frac{h_{i,j} - h_{i,j+1}}{\alpha} \times \alpha \times 1$$

$$q_{vb} = k_v \times \frac{h_{i,j} - h_{i,j-1}}{\alpha} \times \alpha \times 1$$

$$q_{Ht} = k_H \times \frac{h_{i,j} - h_{i+1,j}}{\alpha} \times \alpha \times 1$$

$$q_{Hb} = k_H \times \frac{h_{i,j} - h_{i-1,j}}{\alpha} \times \frac{\alpha}{2} \times 1$$

$$0 = k_v \times (h_{i,j} - h_{i,j+1}) + k_v \times (h_{i,j} - h_{i,j-1}) + k_H \times (h_{i,j} - h_{i+1,j}) + k_H \times \frac{h_{i,j} - h_{i-1,j}}{2}$$

$$h_{i,j} \left(\frac{3}{2} k_H + 2 k_v \right) = k_v \times (h_{i,j+1} + h_{i,j-1}) + k_H \times h_{i+1,j} + \frac{k_H}{2} h_{i-1,j}$$

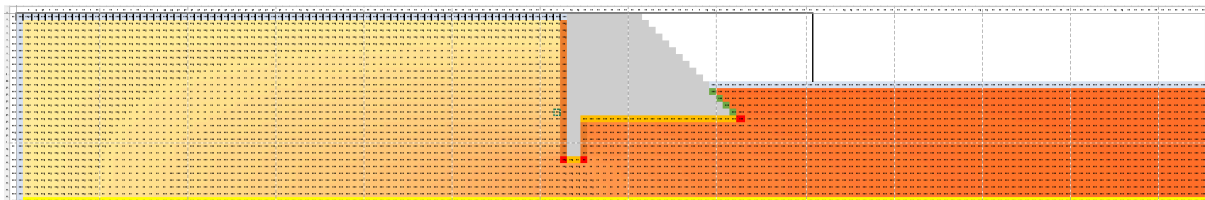
$$h_{i,j} \left(\frac{3}{2} k_H + 2 k_v \right) = k_v \times (h_{i,j+1} + h_{i,j-1}) + k_H \times h_{i+1,j} + \frac{k_H}{2} h_{i-1,j}$$

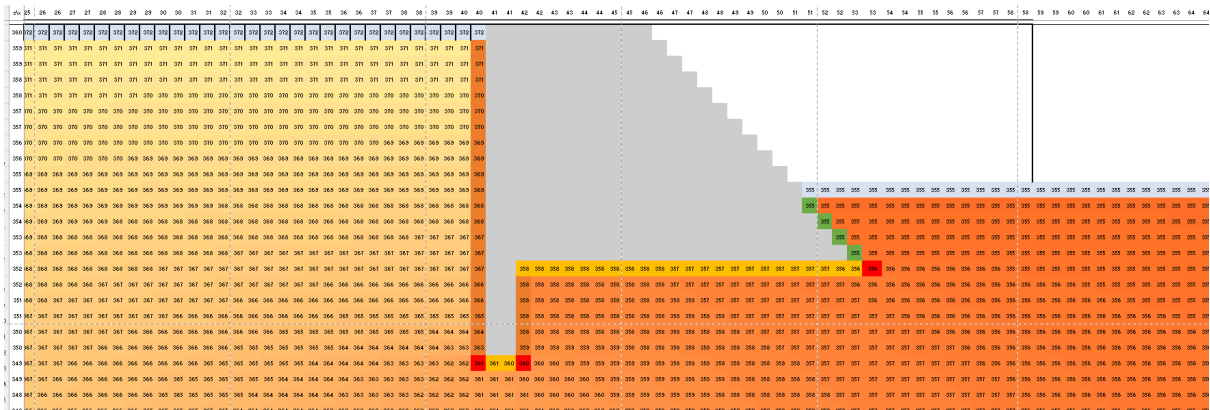
$$h_{i,j} = \frac{k_v}{3}$$

b) Résolution de l'équation de l'écoulement – travail sur Excel

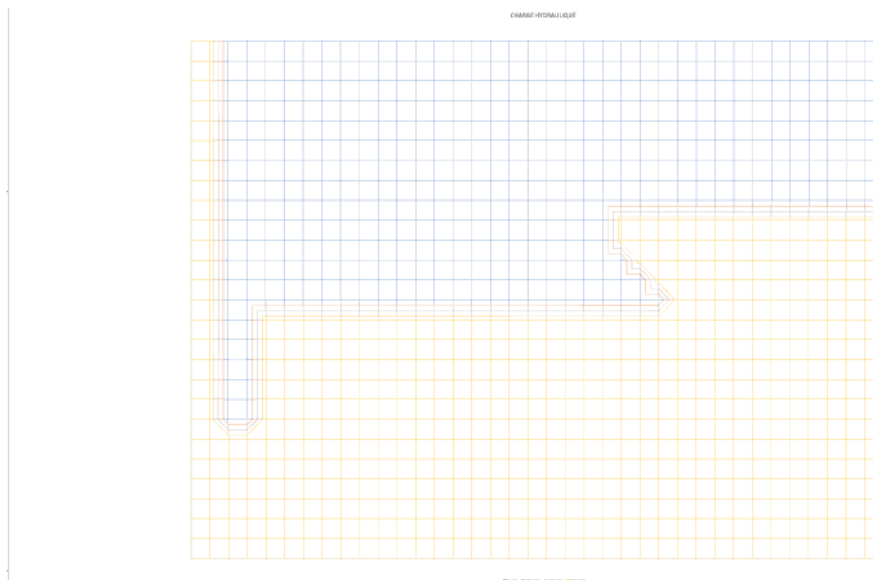
Valeurs de la charge hydraulique:

Vue le nombre important de mailles, la lecture des valeurs devient difficile sur une capture.



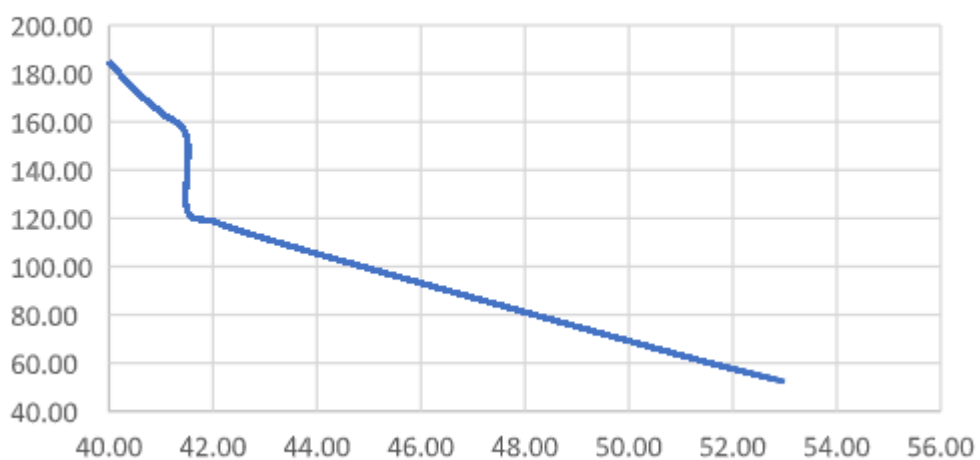


Tracé de la courbe des charges hydrauliques:



c- Posttraitement des résultats

Evolution de la pression interstitielle en sous face



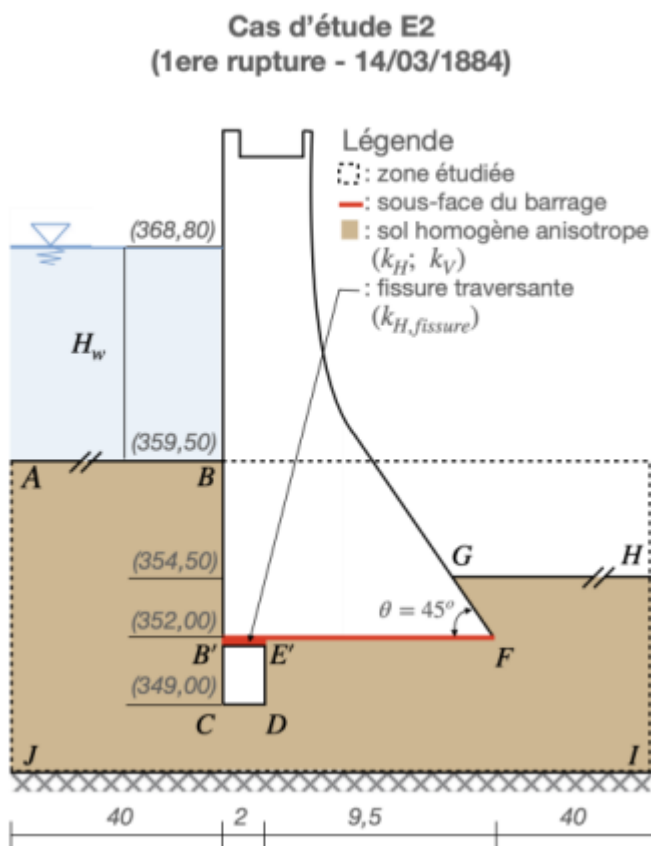
• Nœud $B'E = B'E$ $\lambda_{ij} = \frac{\sigma}{E}$
 $q_{H1} + q_{H2} = 0$
 $q_{H1} = k_H \frac{\lambda_{ij} - \lambda_{i-1,j}}{2}$
 $q_{H2} = k_H \frac{\lambda_{ij} - \lambda_{i+1,j}}{2}$
 $\lambda_{ij} \left(2 \frac{E}{\sigma} - k_H \right) = \frac{E}{\sigma} k_H (\lambda_{i-1,j} + \lambda_{i+1,j})$
 • $\lambda_{ij} = \frac{E}{2k_H} (\lambda_{i-1,j} + \lambda_{i+1,j})$
 • aux points B' on a :
 $k_H \frac{\lambda_{ij} - \lambda_{i-1,j}}{2} = k_H \frac{\lambda_{ij} - \lambda_{i+1,j}}{2}$
 $q_{H1} = k_H \frac{E}{\sigma} \frac{\lambda_{ij} - \lambda_{i-1,j}}{2}$; $q_{H2} = k_H \frac{E}{\sigma} \frac{\lambda_{ij} - \lambda_{i+1,j}}{2}$
 $\lambda_{ij} \left(k_H + \frac{E}{\sigma} k_H + k_H \right) = k_H \lambda_{i-1,j} + \frac{E}{\sigma} k_H (\lambda_{i-1,j} + \lambda_{i+1,j}) + k_H \lambda_{i+1,j} + \frac{E}{\sigma} k_H \lambda_{i+1,j}$
 $\frac{E}{\sigma} = 1$ et $k_H = \infty$ $\Rightarrow \frac{E}{\sigma} k_H = k_H$
 $\lambda_{ij} (2k_H + k_H) = k_H \lambda_{i-1,j} + k_H \lambda_{i+1,j} + \frac{E}{\sigma} k_H \lambda_{i-1,j} + \frac{E}{\sigma} k_H \lambda_{i+1,j}$

$$\lambda_{ij} = \frac{k_H}{(2k_H + k_H)} \lambda_{i-1,j} + \frac{k_H}{(2k_H + k_H)} \lambda_{i+1,j} + \frac{k_H}{(2k_H + k_H)} \lambda_{i-1,j} + \frac{k_H}{(2k_H + k_H)} \lambda_{i+1,j}$$

 aux Nœuds E' :
 $q_{H1} + q_{H2} + q_s = 0$ et $q_{H1} = k_H \frac{\lambda_{ij} - \lambda_{i-1,j}}{2}$
 $q_{H2} = k_H \frac{E}{\sigma} \frac{\lambda_{ij} - \lambda_{i+1,j}}{2}$; $q_s = k_H \frac{E}{\sigma} \frac{\lambda_{ij} - \lambda_{i-1,j}}{2}$
 $\lambda_{ij} \left(\frac{k_H}{2} + \frac{E}{\sigma} \frac{k_H}{2} + \frac{k_H}{2} \right) = \frac{E}{\sigma} k_H \lambda_{i-1,j} + \frac{k_H}{2} \lambda_{i-1,j} + \frac{k_H}{2} \lambda_{i+1,j}$
 • et $k_H = \infty$ $\Rightarrow \frac{E}{\sigma} k_H = k_H$

Comportement hydraulique dans le cas de la rupture Cas E2 :

On considère le barrage poids de Bouzey (88). Celui-ci est représenté sur la Figure 11 dans les trois cas d'étude considérés par la suite : (E1) mise en service en 1881 ; (E2) pré-effondrement suite à fissuration transversante du mur de garde le 14 mars 1884 ; (E3) barrage sans mur de garde. Le sol en grès bigarré est le siège d'un écoulement bidimensionnel et permanent dû à une différence de charge Δh entre l'amont et l'aval, générant des surpressions en sous-face du barrage.



Q2.1)

$$h_{i,j} \left(\frac{2}{\epsilon} h_H + \frac{h_V}{\epsilon} \right)$$

$$h_{i,j} = \frac{2 h_H}{(3h_H + h_V)}$$

• Nœud $\delta' E =$
 $q_{H1} + q_{H2} = 0$
 $q_{H1} = k_H \frac{h_{i,j} - h_{i-1,j}}{\delta}$
 $q_{H2} = k_H \frac{h_{i,j} - h_{i+1,j}}{\delta}$
 $h_{i,j} \left(2 - \frac{2}{\epsilon} k_H \right) = \frac{2}{\epsilon} k_H (h_{i-1,j} + h_{i+1,j})$

$$h_{i,j} = \frac{2}{\epsilon} (h_{i-1,j} + h_{i+1,j})$$

• sur point δ' on a :
 $k_H \frac{h_{i,j} - h_{i-1,j}}{\delta} = k_H \frac{h_{i,j} - h_{i+1,j}}{\delta}$
 $q_{H1} = k_H \frac{h_{i,j} - h_{i-1,j}}{\delta}$; $q_{H2} = k_H \frac{h_{i,j} - h_{i+1,j}}{\delta}$
 $h_{i,j} \left(k_H + \frac{\epsilon}{2} k_H + k_V \right) = k_H h_{i-1,j} + \frac{\epsilon}{2} k_H (h_{i-1,j} + h_{i+1,j}) + \frac{k_V}{2} h_{i,j}$
 $\frac{\epsilon}{2} = \frac{1}{100}$ et $k_H = 100 k_V \Rightarrow \frac{\epsilon}{2} k_H = k_V$
 $h_{i,j} (2 k_H + k_V) = k_H h_{i-1,j} + k_V h_{i+1,j} + \frac{k_V}{2} h_{i,j}$

$$h_{i,j} = \frac{k_H}{(2k_H + k_V)} h_{i-1,j} + \frac{k_H}{(2k_H + k_V)} h_{i+1,j} + \frac{k_V}{2(2k_H + k_V)} h_{i,j}$$

aux Nœuds $E' =$
 $q_{H1} + q_{H2} + q_V = 0$ et $q_{H1} = k_H \frac{h_{i,j} - h_{i-1,j}}{\delta}$
 $q_{H2} = k_H \frac{h_{i,j} - h_{i+1,j}}{\delta}$; $q_V = k_V \frac{h_{i,j} - h_{i,j-1}}{\delta}$
 $h_{i,j} \left(\frac{k_H}{\delta} + \frac{\epsilon}{2} k_H + \frac{k_V}{\delta} \right) = \frac{\epsilon}{2} k_H (h_{i-1,j} + h_{i+1,j}) + \frac{k_V}{2} h_{i,j} + \frac{k_V}{\delta} h_{i,j-1}$
 $\frac{\epsilon}{2} = \frac{1}{100}$ et $k_H = 100 k_V \Rightarrow \frac{\epsilon}{2} k_H = k_V$

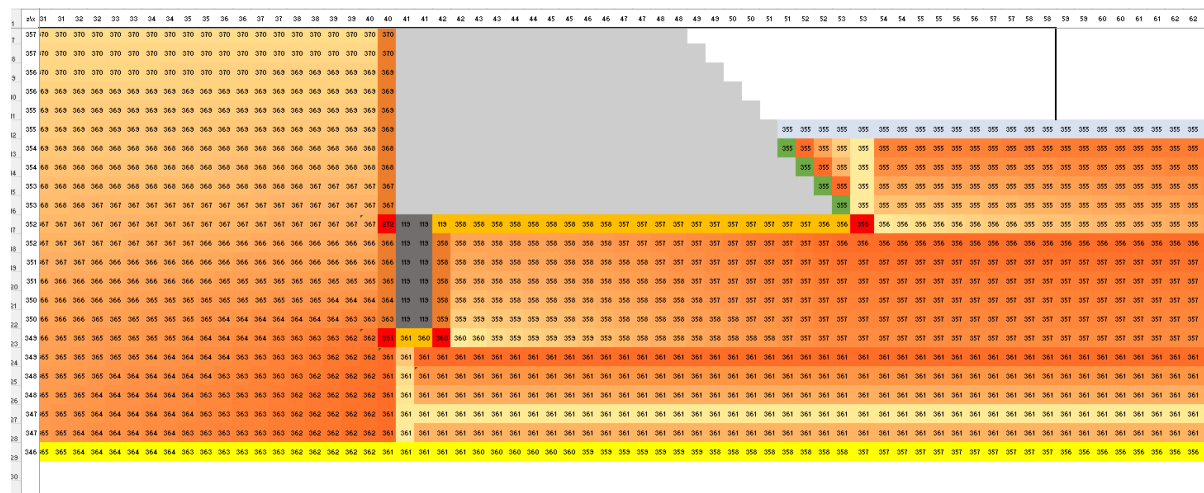
$$h_{i,j} \left(\frac{2}{\epsilon} k_H + \frac{k_V}{\epsilon} \right) = k_H h_{i-1,j} + \frac{k_H}{\epsilon} h_{i+1,j} + \frac{k_V}{\epsilon} h_{i,j-1}$$

$$h_{i,j} = \frac{2 k_H}{(3k_H + k_V)} h_{i-1,j} + \frac{k_H}{(3k_H + k_V)} h_{i+1,j} + \frac{k_V}{(3k_H + k_V)} h_{i,j-1}$$

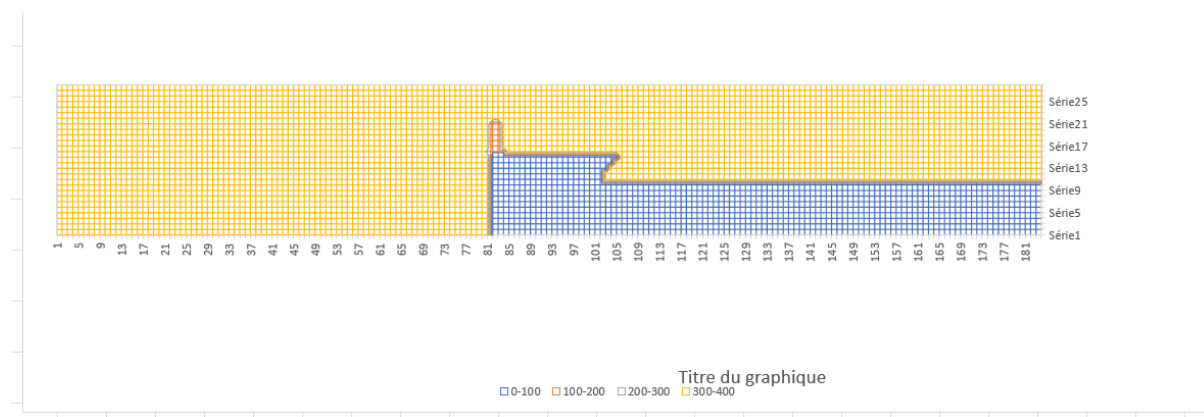
b) Résolution de l'équation de l'écoulement – travail sur Excel

Valeurs de la charge hydraulique:

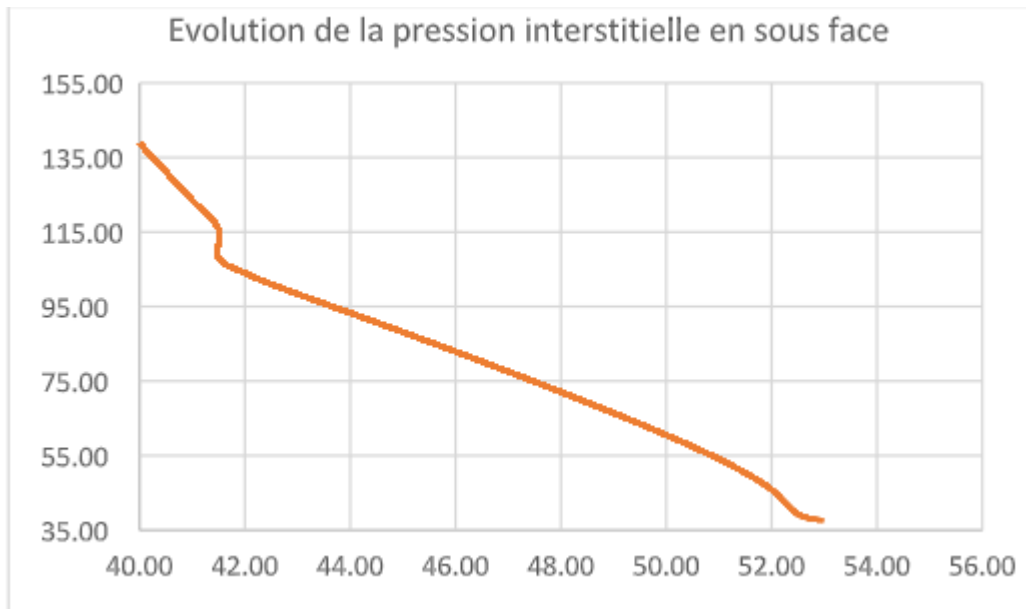
Vue le nombre important de mailles, la lecture des valeurs devient difficile sur une capture.



Tracé de la courbe des charges hydrauliques:



cas	Pi (MN/ml)	G barrage (MN/ml) =	3.00
E1	1.24		
E2	1.16		



III. Conclusion.

En conclusion ce projet nous a permis de comprendre tous les paramètres qui interviennent dans la stabilité des barrages. Ainsi, de calculer des charges hydrauliques par la méthode des différences finies;