إستعد للبكالوريا •
2015/2016

المحور السادس : المتتاليات (3)

إقتراح أ :نبيل شعبوب

مطبوعة رقم : 40

تمرين05 :

1/ g هي الدالة المعرفة على R : $g(x)=2(1-e^{-x})-x$

أ) ادرس تغيرات الدالة g ،ثم شكل جدول تغيراتها.

ب) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين في R احدهما معدوم وآخر α يحقق $1.5<\alpha<1.6$

ج*)عين حسب قيم x ،إشارة $g(x)$.

2/ (u_n) هي المتتالية العددية المعرفة على N كما يلي:

$u_0=1$

و من اجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=2(1-e^{-u_n})$

أ*)برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n ، $1\le u_n<\alpha$.

ب*)اثبت أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

ج*) بين أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها.

تمرين06 :

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على N بـ : $u_0=9$

ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n-3$.

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة *من أجل كل عدد طبيعي* n حيث : $v_n=u_n+6$

1) أ/ بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب أساسها وحدها الأول .

ب/أكتب v_n بدلالة n ، ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n .

ج/نعتبر المجموعين S_n و S'_n حيث :

$S_n=v_0+v_1+\ldots+v_n$ و $S'_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$.

أحسب S_n بدلالة n ، ثم إستنتج S'_n بدلالة n .

2) نعرف المتتالية (w_n) بـ: من أجل كل عدد طبيعي n لدينا :

$w_n=\ln(v_n)$ (حيث : $\ln$ *اللوغاريتم النيبيري*)

.

أ/بيّن أنّ (w_n) متتالية حسابية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول .

ب/ أحسب بدلالة n المجموع :

$S''_n=w_0+w_1+\ldots+w_n$ ،

إستنتج النهاية $\lim\limits_{n\to+\infty}S''_n$

تمرين07 :

(u_n) متتالية معرّفة من أجل كل عدد طبيعي n بما يلي :

2/بيّن أنّ المتتالية (u_n) متناقصة تماما ، واستنتج أنّها متقاربة ، حدّد نهايتها .

3/نعتبر المتتالية (v_n) المعرّفة على N : $v_n=\ln(u_n+2)$

أ/بيّن أنّ المتتالية (v_n) هندسية يطلب أساسها وحدّها الأوّل .

ب/ أكتب v_n بدلالة n ، ثمّ استنتج u_n بدلالة n .

ج/ أحسب بدلالة n المجموع : $S_n=v_0+v_1+v_2+\ldots\ldots\ldots\ldots+v_n$.

تمرين08 :

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على N كما يلي: $u_0=e$

ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\sqrt{u_n}$

ولتكن المتتالية (v_n) المعرفة *من أجل كل عدد طبيعي* n حيث :

$v_n=\ln u_n$

1/ أ/ بيّن أنّ (v_n) متتالية هندسية يُطلب تحديد أساسها وحدها الأول .

ب/أكتب v_n بدلالة n ، ثم إستنتج عبارة u_n بدلالة n .

2) *من أجل كل عدد طبيعي* n ، نضع

$S_n=v_0+v_1+\ldots+v_n$ و $P_n=u_0\times u_1\times\ldots\times u_n$

أ/ أثبت أنّ : *من أجل كل عدد طبيعي* n : $P_n=e^{S_n}$

ب/ أكتب عبارة S_n بدلالة n

ثم إستنتج عبارة P_n بدلالة n .

ج/ عيّن نهاية المتتالية (S_n)

و إستنتج نهاية المتتالية (P_n) .

تمرين09 :

لتكن المتتالية العددية (u_n) حيث $u_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n

$$u_{n+1}=1+\frac{1}{3-u_n}$$

1) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n<2$.

2) أ) بين أنه كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n=\frac{(u_n-2)^2}{3-u_n}$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة ثم استنتج أنها متقاربة.

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على N بـ: $v_n=\frac{1}{u_n-2}$.

1) بين أن (v_n) حسابية يطلب تحديد أساسها و حدها الأول.

$$\begin{cases} u_0 = \dfrac{-5}{4} \\ u_{n+1} = (2+u_n)^2 - 2 \end{cases}$$

1/بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-2 < u_n < -1$.

2) أكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n .

جـ) أحسب نهاية المتتالية (u_n) .