

**CÁC DẠNG TOÁN 9 BÀI : LUYỆN TẬP CĂN THỨC BẬC HAI VÀ HẸNG ĐẲNG THỨC****Dạng 1. So sánh các căn bậc hai số học****Bài 1.** So sánh

a. 5 và  $\sqrt{17} + 1$ .

b. 3 và  $\sqrt{15} - 1$ .

**Bài 2.** Tìm giá trị của  $x$  biết

a.  $\sqrt{-x+1} \geq 6$ .

b.  $\sqrt{2x} \leq \sqrt{x^2}$ .

**Dạng 2. Tính giá trị của biểu thức chứa căn bậc hai****Bài 3.** Thực hiện các phép tính sau:

a.  $\sqrt{5+2\sqrt{6}} - \sqrt{5-2\sqrt{6}}$ .

b.  $\sqrt{49-12\sqrt{5}} + \sqrt{49+12\sqrt{5}}$ .

c.  $\sqrt{31-12\sqrt{3}} - \sqrt{31+12\sqrt{3}}$ .

d.  $\sqrt{21+12\sqrt{3}} + \sqrt{21-12\sqrt{3}}$ .

**Dạng 3. Rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai****Bài 4.** Rút gọn các biểu thức sau:

a.  $4x - \sqrt{x^2 - 4x + 4}$  với  $x \geq 2$ .

b.  $3x + \sqrt{9 + 6x + x^2}$  với  $x \leq -3$ .

c.  $4\sqrt{x} - \frac{(x + 6\sqrt{x} + 9)(\sqrt{x} - 3)}{x - 9} \sqrt{x^2 - 4x + 4}$  với  $0 \leq x \neq 9$ .

**Dạng 4. Tìm điều kiện để biểu thức chứa căn bậc hai có nghĩa****Bài 5.** Với giá trị nào của  $x$  thì các căn thức sau có nghĩa

a.  $\sqrt{(3-5x)(x-6)}$ .

b.  $\sqrt{\frac{2x-4}{5-x}}$ .

c.  $\sqrt{x^2 - 8x - 9}$ .

d.  $\sqrt{16 - x^2}$ .

**Dạng 5. Giải phương trình chứa căn bậc hai****Bài 6.** Giải các phương trình sau

$$a. \sqrt{x^2 - 2x + 4} = x - 1.$$

$$b. \sqrt{x^2 - x - 4} = \sqrt{x - 1}.$$

$$c. \sqrt{x + 2\sqrt{x - 1}} = 2.$$

$$d. \sqrt{2x - 2 + 2\sqrt{2x - 3}} + \sqrt{2x + 13 + 8\sqrt{2x - 3}} = 5.$$

**Bài 7\*.** Tìm các số thực  $x, y, z$  thỏa mãn  $x + y + z + 8 = 2\sqrt{x - 1} + 4\sqrt{y - 2} + 6\sqrt{z - 3}$ .

## LỜI GIẢI

### Dạng 1. So sánh các căn bậc hai số học

#### Bài 1.

$$a. \text{Ta có } \sqrt{16} + 1 < \sqrt{17} + 1$$

$$b. \text{Ta có } \sqrt{16} - 1 > \sqrt{15} - 1$$

$$\Leftrightarrow 5 < \sqrt{17} + 1.$$

$$\Leftrightarrow 3 > \sqrt{15} - 1.$$

#### Bài 2.

a. Điều kiện  $-x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 1$ . Ta có  $-x + 1 \geq 36 \Leftrightarrow x \leq -35$  (thỏa mãn điều kiện).

$$b. \text{Điều kiện } x \geq 0. \text{ Ta có } 2x \leq x^2 \Leftrightarrow x(x - 2) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \leq 0 \end{cases}$$

Kết hợp điều kiện ta có  $x = 0$  hoặc  $x \geq 2$ .

### Dạng 2. Tính giá trị của biểu thức chứa căn bậc hai

#### Bài 3.

$$a. \sqrt{5 + 2\sqrt{6}} - \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$$

$$b. \sqrt{49 - 12\sqrt{5}} + \sqrt{49 + 12\sqrt{5}}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2} - \sqrt{(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2}$$

$$= \sqrt{(3\sqrt{5} - 2)^2} + \sqrt{(3\sqrt{5} + 2)^2}$$

$$= |\sqrt{3} + \sqrt{2}| - |\sqrt{3} - \sqrt{2}|$$

$$= |3\sqrt{5} - 2| + |3\sqrt{5} + 2|$$

$$= \sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{3} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}.$$

$$= 6\sqrt{5}.$$

$$c. \sqrt{31 - 12\sqrt{3}} - \sqrt{31 + 12\sqrt{3}}$$

$$d. \sqrt{21 + 12\sqrt{3}} + \sqrt{21 - 12\sqrt{3}}$$

$$= \sqrt{(3\sqrt{3} - 2)^2} - \sqrt{(3\sqrt{3} + 2)^2}$$

$$= \sqrt{(2\sqrt{3} + 3)^2} + \sqrt{(2\sqrt{3} - 3)^2}$$

$$= -4.$$

$$= 4\sqrt{3}.$$

### Dạng 3. Rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai

#### Bài 4.

$$a. 4x - \sqrt{x^2 - 4x + 4}$$

$$b. 3x + \sqrt{9 + 6x + x^2}$$

$$= 4x - \sqrt{(x - 2)^2}$$

$$= 3x + \sqrt{(3 + x)^2}$$

$$= 4x - |x - 2|$$

$$= 4x - (x - 2) \text{ (do } x \geq 2)$$

$$= 3x + 2$$

$$= 3x + |3 + x|$$

$$= 3x - 3 - x \text{ (do } x \leq -3)$$

$$= 2x - 3$$

$$c. \quad 4\sqrt{x} - \frac{(x + 6\sqrt{x} + 9)(\sqrt{x} - 3)}{x - 9}$$

$$= 4\sqrt{x} - \frac{(\sqrt{x} + 3)^2(\sqrt{x} - 3)}{(\sqrt{x} + 3)(\sqrt{x} - 3)} = 4\sqrt{x} - (\sqrt{x} + 3) = 3\sqrt{x} - 3.$$

#### Dạng 4. Tìm điều kiện để biểu thức chứa căn bậc hai có nghĩa

##### Bài 5.

a. Điều kiện:  $(3 - 5x)(x - 6) \geq 0$

$$TH1: \begin{cases} 3 - 5x \geq 0 \\ x - 6 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq \frac{3}{5} \\ x \geq 6 \end{cases} \text{ không thỏa mãn.}$$

$$TH2: \begin{cases} 3 - 5x \leq 0 \\ x - 6 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{5} \\ x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{3}{5} \leq x \leq 6$$

$$\text{Vậy } \frac{3}{5} \leq x \leq 6.$$

b. Điều kiện:  $\frac{2x - 4}{5 - x} \geq 0$

$$TH1: \begin{cases} 2x - 4 \geq 0 \\ 5 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x < 5 \end{cases} \Leftrightarrow 2 \leq x < 5$$

$$TH2: \begin{cases} 2x - 4 \leq 0 \\ 5 - x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x > 5 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } 2 \leq x < 5.$$

c. Điều kiện:  $x^2 - 8x - 9 \geq 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x - 9) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 9 \end{cases}.$

d. Điều kiện:  $16 - x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -4 \leq x \leq 4.$

**Dạng 5. Giải phương trình chứa căn bậc hai.****Bài 6.**

a.  $\sqrt{x^2 - 2x + 4} = x - 1$

Phương trình tương đương với  $\begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - 2x + 4 = x^2 - 2x + 1 \end{cases}$

Suy ra phương trình vô nghiệm.

b.  $\sqrt{x^2 - x - 4} = \sqrt{x - 1}$

Phương trình tương đương với  $\begin{cases} x \geq 1 \\ x^2 - x - 4 = x - 1 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3; x = -1$

Đối chiếu với điều kiện ta suy ra phương trình có nghiệm  $x = 3$ .

c.  $\sqrt{x + 2\sqrt{x - 1}} = 2$

Điều kiện  $x \geq 1$ .

Phương trình trở thành  $\sqrt{x - 1 + 2\sqrt{x - 1} + 1} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(\sqrt{x - 1} + 1)^2} = 2$

$\Leftrightarrow |\sqrt{x - 1} + 1| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x - 1} + 1 = 2 \Leftrightarrow \sqrt{x - 1} = 1 \Leftrightarrow x = 2$  (Thỏa mãn).

d.  $\sqrt{2x - 2 + 2\sqrt{2x - 3}} + \sqrt{2x + 13 + 8\sqrt{2x - 3}} = 5$

Điều kiện  $x \geq \frac{3}{2}$

Phương trình trở thành  $\sqrt{(\sqrt{2x - 3} + 1)^2} + \sqrt{(\sqrt{2x - 3} + 4)^2} = 5$

$\Leftrightarrow |\sqrt{2x - 3} + 1| + |\sqrt{2x - 3} + 4| = 5$

$\Leftrightarrow \sqrt{2x - 3} + 1 + \sqrt{2x - 3} + 4 = 5 \Leftrightarrow 2\sqrt{2x - 3} = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$  (Thỏa mãn).

**Bài 7.** Biến đổi đẳng thức về dạng  $(\sqrt{x - 1} - 1)^2 + (\sqrt{y - 2} - 2)^2 + (\sqrt{z - 3} - 3)^2 = 0$

Từ đó tìm được  $x = 2, y = 6, z = 12$ .

