Урок 27 Рівновага тіл. Момент сили

Мета уроку:

Навчальна: Формувати уявлення про умови рівноваги тіл у разі відсутності обертання, знання про умови рівноваги тіл, які мають обертання та уявлення про умови стійкої рівноваги тіл під дією сили тяжіння.

Розвивальна. Розвивати пізнавальні навички учнів.

Виховна. Виховувати уважність, зібраність, спостережливість.

Тип уроку: комбінований.

Наочність і обладнання: навчальна презентація, комп'ютер, підручник.

Хід уроку

I. ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ ЕТАП

II. АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАНЬ ТА ВМІНЬ

Уявіть, що вам потрібно дотягтися до книжки на верхній полиці. Ви підставляєте стілець, стаєте навшпиньки, нахиляєтесь і... не втримуєте рівноваги.

Що таке рівновага з погляду фізики?

За яких умов реальне тіло (а не його модель – матеріальна точка) перебуває в рівновазі?

III. ВИВЧЕННЯ НОВОГО МАТЕРІАЛУ

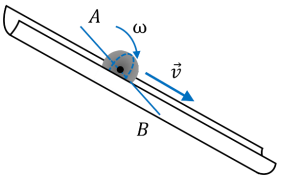
1. Рівновага тіла

Статика – це розділ механіки, у якому вивчаються умови рівноваги тіл або системи тіл.

Рівновага тіла – це збереження стану руху або стану спокою тіла з плином часу.

Проблемне питання

• Що означає збереження стану руху?



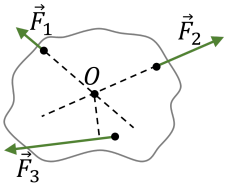
Поступальний рух – рух тіла, за якого всі точки тіла рухаються однаково.

Обертальний рух – рух тіла, за якого всі точки тіла рухаються по колах, центри яких розташовані на одній прямій лінії – на осі обертання.

Кулька зберігатиме стан руху – перебуватиме в рівновазі, якщо швидкості її поступального та обертального рухів залишатимуться незмінними.

2. Центр мас тіла

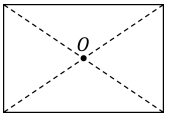
Центр мас тіла – це точка перетину прямих, уздовж яких напрямлені сили, кожна з яких спричиняє тільки поступальний рух тіла.



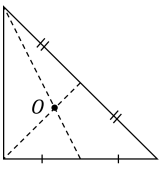
Сили $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ спричиняють тільки поступальний рух тіла, адже лінії дії цих сил проходять через центр мас тіла (точка O); сила $\vec{F}_3$ крім поступального спричиняє також обертальний рух тіла.

Якщо розміри тіла набагато менші від радіуса Землі, то *центр мас тіла збігається з центром тяжіння.*

Нагадаємо: *центр тяжіння симетричних фігур розташований у геометричному центрі; центр тяжіння трикутника – у точці перетину його медіан.*

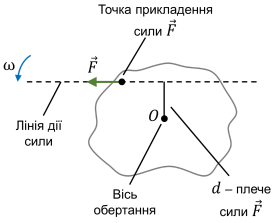


їх



3. Момент сили

Плече d сили $\vec{F}$ – це найменша відстань від осі обертання тіла до лінії, вздовж якої діє сила $\vec{F}$.



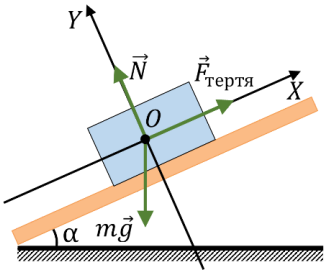
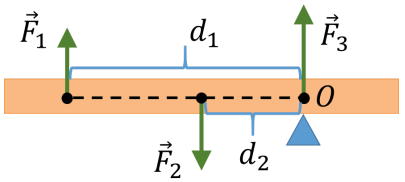
Момент сили M – це фізична величина, що дорівнює добутку модуля сили F, яка діє на тіло, на плече d цієї сили: $M = Fd$

Одиниця моменту сили в СІ – **ньютон-метр:** $[M] = 1$ Н·м

Якщо сила обертає (або намагається обертати) тіло *проти ходу годинникової стрілки* – момент такої сили прийнято вважати *додатним.*

Якщо сила обертає (або намагається обертати) тіло *за ходом годинникової стрілки*, то момент такої сили вважають *від'ємним.*

4. Умови рівноваги тіла

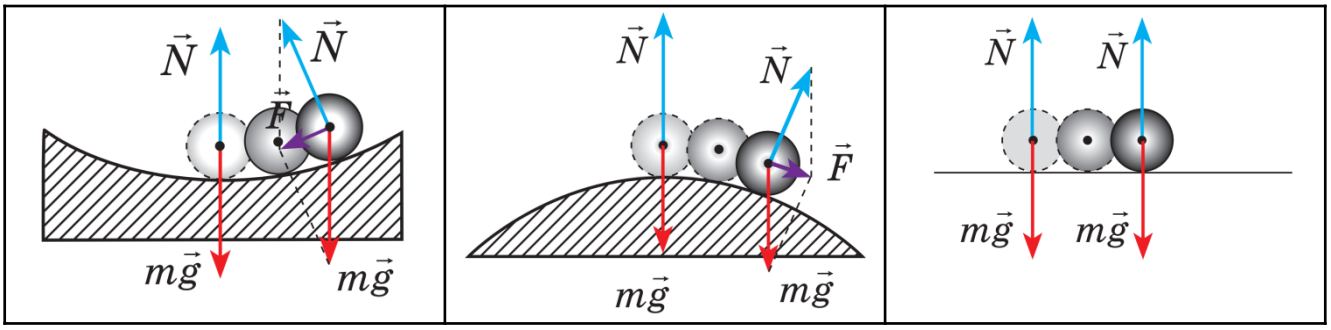
<table>
<tr>
<td>Якщо тіло може рухатися тільки поступально (не може обертатися), то відповідно до закону інерції таке тіло перебуває в рівновазі, якщо рівнодійна сил, прикладених до тіла, дорівнює нулю:
$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = 0$</td>
<td>Якщо тіло може тільки обертатися (має нерухому вісь обертання), то відповідно до правила моментів таке тіло перебуває в рівновазі, якщо алгебраїчна сума моментів сил, що діють на тіло, дорівнює нулю:
$M_1 + M_2 + \ldots + M_n = 0$</td>
</tr>
<tr>
<td>Приклад. Розташоване на похилій площині тіло перебуває у стані рівноваги, якщо сили, що діють на нього, скомпенсовані:
$\vec{F}_{\text{тертя}} + \vec{N} + m\vec{g} = 0$

</td>
<td>Приклад. Важіль перебуває в рівновазі, якщо сума моментів сил, що діють на нього, дорівнює нулю: $M_1 + M_2 + M_3 = 0$
$M_1 = -F_1 d_1$ сила $\vec{F}_1$ повертає важіль за ходом годинникової стрілки.
$M_2 = F_2 d_2$ сила $\vec{F}_2$ повертає важіль проти ходу годинникової стрілки);
$M_3 = 0$ (оскільки $d_3 = 0$).

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Якщо тіло може рухатися поступально, а також обертатися навколо деякої осі, то це тіло перебуватиме в рівновазі, якщо дотримано обох умов рівноваги:
$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = 0 \qquad M_1 + M_2 + \ldots + M_n = 0$</td>
</tr>
</table>

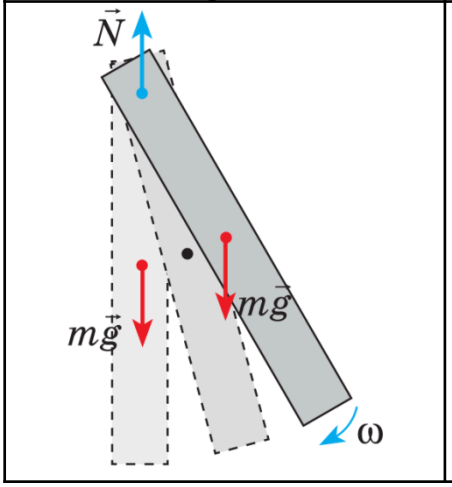
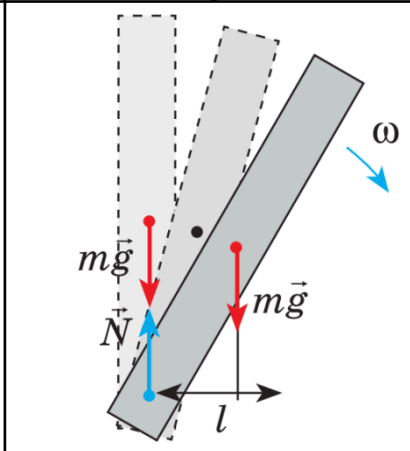
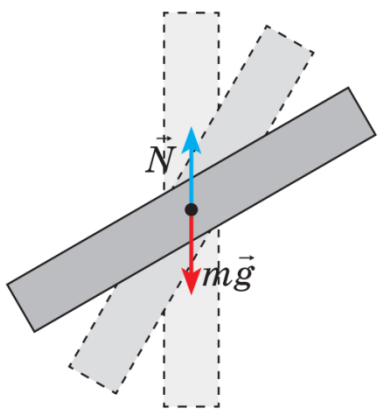
5. Види рівноваги

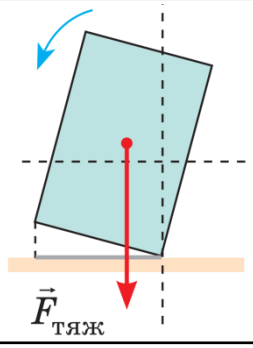
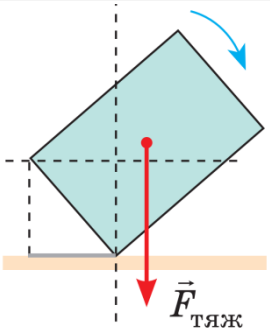
Розрізняють три види рівноваги тіл:

- *стійка рівновага* – у разі відхилення тіло повертається в початкове положення.
- *нестійка рівновага* – у разі відхилення тіло ще більше віддаляється від початкового положення;
- *байдужа рівновага* – у разі відхилення тіло залишається у своєму новому положенні.

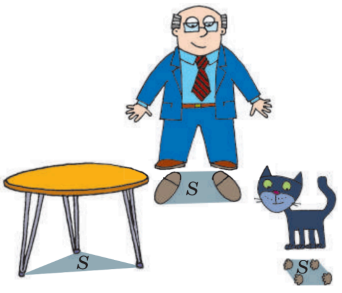
Тіло на гладенькій поверхні		
Стійка рівновага	**Нестійка рівновага**	**Байдужа рівновага**
Рівнодійна повертає тіло в положення рівноваги	Рівнодійна віддаляє тіло від положення рівноваги	Рівнодійна дорівнює нулю



Тіло, що має горизонтальну «вісь» обертання		
Стійка рівновага	**Нестійка рівновага**	**Байдужа рівновага**
Вісь обертання знаходиться вище від центра тяжіння	Вісь обертання знаходиться нижче за центр тяжіння	Вісь обертання проходить через центр тяжіння
		

Тіло на опорі	
Рівновага	**Тіло перекидається**
Вертикаль, яка проходить через центр тяжіння, не виходить за межі площі опори	Вертикаль, яка проходить через центр тяжіння, виходить за межі площі опори
	

Зверніть увагу: ***Площею опори вважають площу фігури, що охоплює всі точки, на які спирається тіло.***



IV. ЗАКРІПЛЕННЯ НОВИХ ЗНАНЬ І ВМІНЬ

1. Чому сильно закручені гайки легше відкручувати довгим ключем?

Чим більше плече сили, тим більший момент цієї сили.

2. Плечі важеля, який перебуває у стані рівноваги, мають довжини 0,4 м і 30 см. До коротшого плеча прикладено у вертикальному напрямку силу 120 Н. Яку силу прикладено у вертикальному напрямку до довшого плеча? Масою важеля можна знехтувати.

Дано:

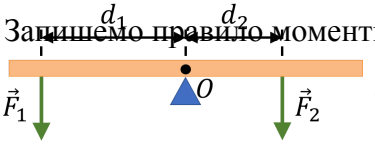
$d_1 = 0,4$ м

$d_2 = 30$ см $= 0,3$ м

$F_2 = 120$ Н

$F_1 - ?$

Розв'язання



Запишемо правило моментів: $M_1 + M_2 = 0$

$M_1 = F_1 d_1$ – тому що сила $\vec{F}_1$ повертає важіль проти ходу годинникової стрілки

$M_2 = -F_2 d_2$ – тому що сила $\vec{F}_2$ повертає важіль за ходом годинникової стрілки

$$F_1 d_1 - F_2 d_2 = 0 \qquad F_1 d_1 = F_2 d_2$$

$$F_1 = \frac{F_2 d_2}{d_1} \qquad [F_1] = \frac{\text{Н·м}}{\text{м}} = \text{Н} \qquad F_1 = \frac{120 \cdot 0,3}{0,4} = 90 \text{ (Н)}$$

Відповідь: $F_1 = 90$ Н.

3. До кінців легкого однорідного стрижня, довжина якого 2,5 м, підвішено вантажі, маси яких 18 кг і 54 кг. На якій відстані від середини стрижня має бути опора, щоб стрижень перебував у рівновазі?

Дано:

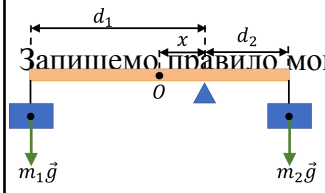
$l = 2,5$ м

$m_1 = 18$ кг

$m_2 = 54$ кг

$x - ?$

Розв'язання



Запишемо правило моментів: $M_1 + M_2 = 0$

$$m_1 g d_1 - m_2 g d_2 = 0$$

$$m_1\left(\frac{l}{2} + x\right) - m_2\left(\frac{l}{2} - x\right) = 0; \quad \frac{l}{2}\left(m_1 - m_2\right) + x\left(m_1 + m_2\right) = 0$$

$$x\left(m_1 + m_2\right) = \frac{l}{2}\left(m_2 - m_1\right)$$

$$x = \frac{l\left(m_2 - m_1\right)}{2\left(m_1 + m_2\right)} \qquad [x] = \frac{\text{м·(кг−кг)}}{\text{(кг+кг)}} = \text{м}$$

$$x = \frac{2,5 \cdot (54 - 18)}{2 \cdot (54 + 18)} = 0,625 \text{ (м)}$$

Відповідь: $x = 62,5$ см.

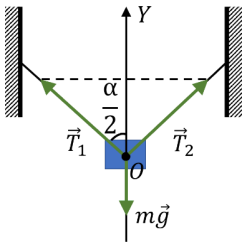
4. Ліхтар масою 20 кг підвішений на двох однакових тросах, які утворюють кут 120°. Знайдіть силу натягу тросів.

Дано:

$m = 20$ кг

$\alpha = 120°$

$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$



Розв'язання

Згідно з першою умовою рівноваги: $m\vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$

$$\left|\vec{T}_1\right| = \left|\vec{T}_2\right| = T$$

$$-mg + 2T \cos\cos\frac{\alpha}{2} = 0$$

$T_1 - ?$

$T_2 - ?$

$$2T\cos cos\frac{\alpha}{2} = mg$$

$$T = \frac{mg}{2\cos cos\frac{\alpha}{2}}$$

$$[T] = \text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н}$$

$$T = \frac{20\cdot 10}{2\cdot\cos cos\,60°} = 200\ (\text{Н})$$

Відповідь: $T_1 = T_2 = 200$ Н.

5. Драбина притулена до гладенької вертикальної стіни. Коефіцієнт тертя між ніжками драбини та підлогою дорівнює 0,4. Який найбільший кут може утворити драбина зі стіною? Центр ваги драбини розташований на половині її довжини.

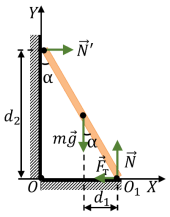
Дано:

$\mu = 0,4$

$l' = 0,5\,l$

$\alpha_{max} - ?$

Розв'язання



$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{тертя}} + \vec{N} + \vec{N}' = 0$$

$$\{OX:\ -F_{\text{тертя}} + N' = 0\ OY:\ -mg + N = 0$$

$$N = mg$$

$$N' = F_{\text{тертя}} = \mu N = \mu mg$$

Правило моментів

$$M_{mg} + M_{F_{\text{тертя}}} + M_N + M_{N'} = 0$$

Вісь обертання т. O_1:

$$M_{mg} = mgd_1 = mg\cdot\frac{1}{2}l\sin sin\,\alpha$$

$M_{F_{\text{тертя}}} = 0$ $\quad M_N = 0$ (Оскільки плечі сил = 0)

$$M_{N'} = -N'l\cos cos\,\alpha$$

$$mg\cdot\frac{1}{2}l\sin sin\,\alpha - N'l\cos cos\,\alpha = 0$$

$$\frac{1}{2}mg\sin sin\,\alpha = N'\cos cos\,\alpha$$

$$\frac{\sin sin\,\alpha}{\cos cos\,\alpha} = \frac{2N'}{mg}$$

$$\alpha = \frac{2N'}{mg} = \frac{2\mu mg}{mg} = 2\mu$$

$$\alpha_{max} = 0,8$$

$$\alpha_{max} = 0,8 \approx 38°$$

Відповідь: $\alpha_{max} \approx 38°$.

V. ПІДБИТТЯ ПІДСУМКІВ УРОКУ

Бесіда за питаннями

1. Що називають рівновагою тіла?

2. Дайте означення центра мас.

3. Охарактеризуйте момент сили як фізичну величину.

4. За яких умов тіло перебуває в рівновазі?

5. Яку рівновагу тіл називають стійкою? нестійкою? байдужою?

6. Коли тіло, що спирається на горизонтальну площину, перебуває у стані стійкої рівноваги?

VI. ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

Опрацювати § 14, Вправа № 14 (3, 4)

Додаткові задачі

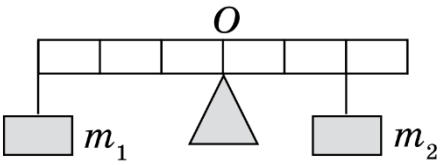
1. Для чого ковзанярі, розганяючись, розмахують руками?

Через різкі рухи ніг ковзаняра з'являються моменти сил, які намагаються повернути його корпус навколо вертикальної осі. Махи ковзаняра руками створюють моменти сил, які протидіють моментам сил, зумовленим рухами його ніг.

2. Чому не перекидаються люльки підвісної дороги?

Не перекидаються завдяки стійкій рівновазі, зумовленій тим, що центр тяжіння міститься значно нижче від точки підвісу.

3. Маса першого тягарця становить 15 кг. Визначте масу другого тягарця, якщо важіль врівноважений Масою важеля можна знехтувати.



Дано:

$m_1 = 15$ кг

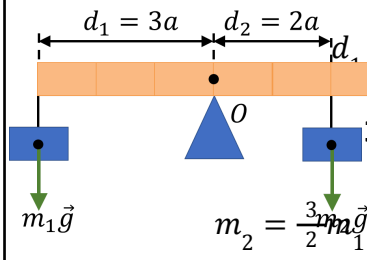
$m_2 - ?$

Розв'язання

Запишемо правило моментів:

$$M_1 + M_2 = 0$$

$$m_1 g d_1 - m_2 g d_2 = 0$$



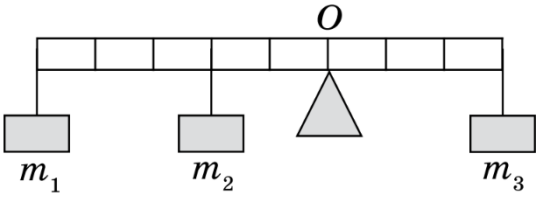
$d_1 = 3a \qquad d_2 = 2a$

$3m_1 ga = 2m_2 ga$

$m_2 = \frac{3}{2} m_1 \qquad m_2 = \frac{3}{2} \cdot 15 \text{ кг} = 22,5 \text{ кг}$

Відповідь: $m_2 = 22,5$ кг.

4. Яку масу має третій вантаж якщо маси перших двох становлять 7 кг і 3,5 кг? Важіль перебуває у стані рівноваги; його масою можна знехтувати.



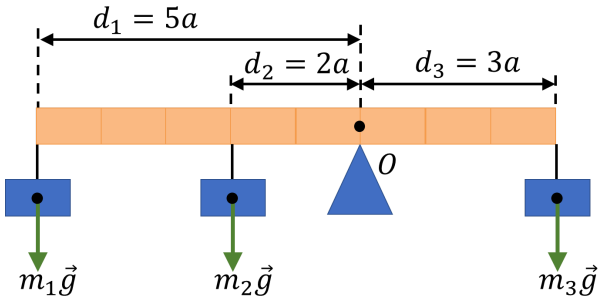
Дано:

$m_1 = 7$ к

$m_2 = 3,5$

$m_3 - ?$

Розв'язання



Запишемо правило моментів:

$$M_1 + M_2 + M_3 = 0$$

$$m_1 g d_1 + m_2 g d_2 - m_3 g d_3 = 0$$

$d_1 = 5a \qquad d_2 = 2a \qquad d_3 = 3a$

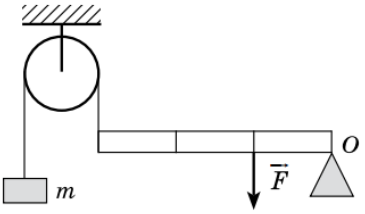
$5m_1ga + 2m_2ga - 3m_3ga = 0 \quad |: ga$

$5m_1 + 2m_2 = 3m_3$

$m_3 = \frac{5m_1+2m_2}{3}$ $\quad m_3 = \frac{5\cdot 7\text{ кг}+2\cdot 3{,}5\text{ кг}}{3} = 14$

Відповідь: $m_3 = 14$ кг.

5. Яка сила врівноважує вантаж, маса якого 8 кг? Масою важеля можна знехтувати.



Дано:
$m = 8$ кг

$g = 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$F - ?$

Розв'язання

Запишемо правило моментів:

$M_1 + M_2 = 0$

$-T_1d_1 + Fd_2 = 0$

$|\vec{T}_1| = |\vec{T}_2| = mg$

$d_1 = 3a \quad d_2 = a$

$-3mga + Fa = 0$

$F = 3mg$

$[F] = \text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н} \quad F =$

Відповідь: $F = 240$ Н.

6. Однорідна балка довжиною 4 м і масою 400 кг підперта на відстані 1,9 м від її правого кінця. На якій відстані від лівого кінця повинен стати на балку хлопчик масою 40 кг, щоб балка була у стані рівноваги?

Дано:
$l = 4$ м

$m_б = 400$ кг

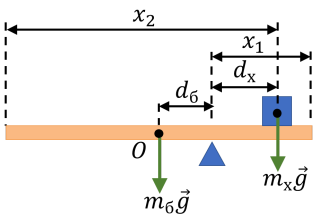
$x_1 = 1,9$ м

$m_х = 40$ кг

$x_2 - ?$

Розв'язання

Запишемо правило моментів:



$M_б + M_х = 0$

$m_бgd_б - m_хgd_х = 0$

$d_б = \frac{l}{2} - x_1$

$d_х = x_2 - \frac{l}{2} - d_б = x_1 + x_2 - l$

$m_б\left(\frac{l}{2} - x_1\right) = m_х\left(x_1 + x_2 - l\right)$

$$m_б\left(\frac{l}{2} - x_1\right) - m_x\left(x_1 - l\right) = m_x x_2$$

$$x_2 = \frac{m_б}{m_x}\left(\frac{l}{2} - x_1\right) + l - x_1$$

$$x_2 = \frac{400}{40} \cdot \left(\frac{4}{2} - 1,9\right) + 4 - 1,9 = 3,1\ (\text{м})$$

Відповідь: $x_2 = 3,1$ м.

7. Однорідну рейку завдовжки 10 м і масою 900 кг піднімають на двох паралельних тросах. Обчисліть сили натягу тросів, якщо один із них закріплений на кінці рейки, а другий – на відстані 1 м від іншого кінця рейки.

Дано:

$l = 10$ м

$m = 900$ кг

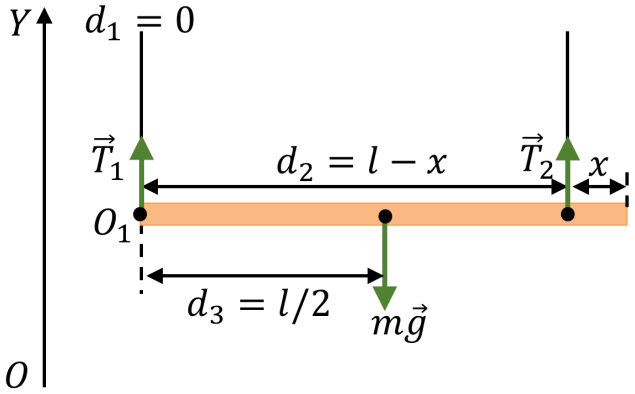
$x = 1$ м

$g = 10\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$T_1 - ?$

$T_2 - ?$

Розв'язання



За вісь обертання рейки оберемо вісь, яка проходить через точку O_1 і напрямлена перпендикулярно до площини рисунка (цю точку можна обирати довільно, керуючись міркуваннями зручності).

Запишемо дві умови рівноваги тіла:

$$\{\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + m\vec{g} = 0\ M_1 + M_2 + M_3 = 0$$

$$\{OY\colon T_1 + T_2 - mg = 0\ 0 + T_2(l - x) - mg\frac{l}{2} = 0$$

$$T_2(l - x) = mg\frac{l}{2} \quad => \quad T_2 = \frac{mgl}{2(l-x)}$$

$$\left[T_2\right] = \frac{\text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\cdot\text{м}}{\text{м}-\text{м}} = \text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н}$$

$$T_2 = \frac{900\cdot10\cdot10}{2\cdot(10-1)} = 5000\ (\text{Н})$$

$$T_1 = mg - T_2 \qquad \left[T_1\right] = \text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}^2} - \text{Н} = \text{Н} - \text{Н} = \text{Н}$$

$$T_1 = 900\cdot10 - 5000 = 4000\ (\text{Н})$$

Відповідь: $T_1 = 4$ кН; $T_2 = 5$ кН.

8. Невагомі стрижні шарнірно з'єднані між собою і стіною. Знайдіть сили, які діють на стрижні, якщо маса підвішеного тягаря 4 кг, α = 30°.

Дано:

$m = 4$ кг

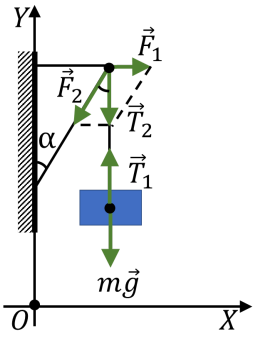
$\alpha = 30°$

$g = 10 \frac{м}{с^2}$

$F_1 - ?$

$F_2 - ?$

Розв'язання



$$m\vec{g} + \vec{T}_1 = 0$$

$$OY: \ -mg + T_1 = 0$$

$$T_1 = mg$$

$$\left|\vec{T}_1\right| = \left|\vec{T}_2\right| = mg$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{T}_2$$

$$\{OX: \ F_1 - F_2 \sin sin \alpha = 0 \ OY: \ -F_2 \cos cos \alpha = -mg$$

$$F_2 = \frac{mg}{\cos cos \alpha}$$

$$\left[F_2\right] = кг \cdot \frac{м}{с^2} = Н$$

$$F_2 = \frac{4 \cdot 10}{\cos cos 30°} = 46 \ (Н)$$

$$F_1 = F_2 \sin sin \alpha \qquad F_1 = 46 \ Н \cdot \sin sin 30° = 23 \ (Н)$$

Відповідь: $F_1 = 23$ Н; $F_2 = 46$ Н.

9. До кінців стрижня масою 10 кг і довжиною 40 см підвісили вантажі 40 і 10 кг. Де необхідно підперти стрижень, щоб він перебував у рівновазі?

Дано:

$m = 10$ кг

$l = 40$ см $= 0,4$ м

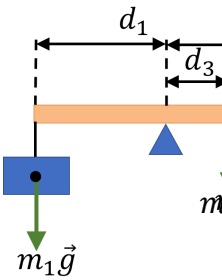
$m_1 = 40$ кг

$m_2 = 10$ кг

$d_1 - ?$

Розв'язання

Запишемо правило моментів:



$$d_2 M_1 + M_2 + M_3 = 0$$

$$gd_2 - mgd_3 = 0$$

$$m_1 g d_1 - m_2 (l - d_1) - m\left(\frac{l}{2} - d_1\right) = 0$$

$$m_1 d_1 - m_2 l + m_2 d_1 - m\frac{l}{2} + m d_1 = 0$$

$$d_1\left(m_1+m_2+m\right)=m_2l+m\frac{l}{2}$$

$$d_1=\frac{l(2m_2+m)}{2\left(m_1+m_2+m\right)}$$

$$[d_1]=\frac{\text{м}\cdot(\text{кг}+\text{кг})}{\text{кг}+\text{кг}+\text{кг}}=\text{м}$$

$$d_1=\frac{0{,}4\cdot(2\cdot10+10)}{2\cdot(40+10+10)}=0{,}1\ (\text{м})$$

Відповідь: $d_1=10$ см.

10. До гладкої вертикальної стіни на нитці довжиною 4 см підвішена однорідна куля масою 300 г і радіусом 2,5 см. Визначте силу натягу нитки і силу тиску кулі на стіну.

Дано:

$m=300\ \text{г}=0{,}3\ \text{кг}$

$l=4\ \text{см}=4\cdot10^{-2}\ \text{м}$

$r=2{,}5\ \text{см}==2{,}5\cdot10$

$g=10\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$F\ -\ ?$

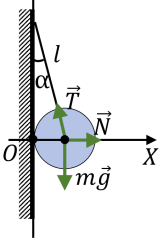
$T\ -\ ?$

Розв'язання

Згідно з першою умовою рівноваги:

$$m\vec{g}+\vec{T}+\vec{N}=0$$

$$Y\{OX:\ -T\sin sin\,\alpha+N=0\ OY:\ T\cos cos\,\alpha-mg=0$$



$$T=\frac{mg}{\text{cos}cos\,\alpha}$$

$$\text{cos}\,cos\,\alpha=\frac{\sqrt{(l+r)^2-r^2}}{l+r}=$$

$$=\frac{\sqrt{l(l+2r)}}{l+r}$$

$$T=\frac{mg}{\frac{\sqrt{l(l+2r)}}{l+r}}=\frac{mg(l+r)}{\sqrt{l(l+2r)}}$$

$$[T]=\frac{\text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\bullet(\text{м}+\text{м})}{\sqrt{\text{м}\cdot(\text{м}+\text{м})}}=\text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}^2}=\text{Н}$$

$$T=\frac{0{,}3\cdot10\cdot(4\cdot10^{-2}+2{,}5\cdot10^{-2})}{\sqrt{4\cdot10^{-2}\cdot(4\cdot10^{-2}+2\cdot2{,}5\cdot10^{-2})}}=3{,}25\ (\text{Н})$$

$$N=T\sin sin\,\alpha=\frac{mg}{\text{cos}cos\,\alpha}\text{sin}\,sin\,\alpha=mg\alpha$$

$$\alpha=\frac{r}{\sqrt{l(l+2r)}}$$

За ІІІ законом Ньютона:

$$F=N=mg\alpha=\frac{mgr}{\sqrt{l(l+2r)}}$$

$$F = \frac{\text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\cdot\text{м}}{\sqrt{\text{м}\cdot(\text{м}+\text{м})}} = \text{кг}\cdot\frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н}$$

$$F = \frac{0{,}3\cdot 10\cdot 2{,}5\cdot 10^{-2}}{\sqrt{4\cdot 10^{-2}\cdot(4\cdot 10^{-2}+2\cdot 2{,}5\cdot 10^{-2})}} = 1{,}25\ (\text{Н})$$

Відповідь: $T = 3{,}25$ Н; $F = 1{,}25$ Н.

11. Визначити положення центра тяжіння однорідної круглої пластини радіусом R, в якій вирізали квадратний отвір зі стороною a = R/3 так, як показано на рисунку.

Дано:

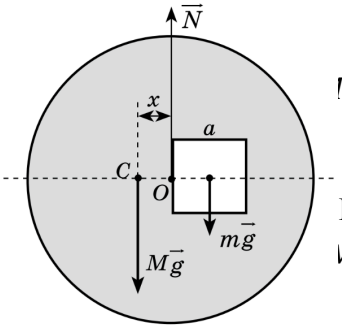
R

$a = \frac{R}{3}$

$x - ?$

Розв'язання

Вирізаний квадрат подумки помістимо на його колишнє місце, і відновлену пластину закріпимо в точці O на горизонтальній осі.



Правило моментів:

$$M_{Mg} + M_{mg} + M_N = 0$$

Вісь обертання т. O:

$$Mgx - m_{\text{кв.ч}}g\frac{a}{2} = 0$$

$$x = \frac{m_{\text{кв.ч}}ga}{2Mg} = \frac{m_{\text{кв.ч}}\cdot\frac{R}{3}}{2M} = \frac{m_{\text{кв.ч}}R}{6M}$$

$$m = \rho V \qquad V = Sh \qquad S = \pi R^2$$

$$m_{\text{ц}} = \rho\pi R^2 h$$

$$m_{\text{кв.ч}} = \rho a^2 h = \frac{\rho R^2 h}{9}$$

$$M = m_{\text{ц}} - m_{\text{кв.ч}}$$

$$M = \rho\pi R^2 h - \frac{\rho R^2 h}{9} = \frac{\rho R^2 h(9\pi-1)}{9}$$

$$x = \frac{\frac{\rho R^2 h}{9}\cdot R}{6\cdot\frac{\rho R^2 h(9\pi-1)}{9}} = \frac{R}{6(9\pi-1)}$$

Відповідь: $x = \frac{R}{6(9\pi-1)}$.

12. Знайдіть сили пружності в шарнірно закріплених невагомих стрижнях AC і BC, якщо $AB = 0{,}45$ м, $AC = 0{,}9$ м, $BC = 1{,}2$ м, а маса вантажу $m = 50$ кг. Який із стрижнів можна замінити міцною нерозтяжною ниткою (рис. 1)?

Дано:

$AB = 0,45$ м

$AC = 0,9$ м

$BC = 1,2$ м

$m = 50$ кг

$g = 10 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$

$F_{AC} - ?$

$F_{BC} - ?$

Розв'язання

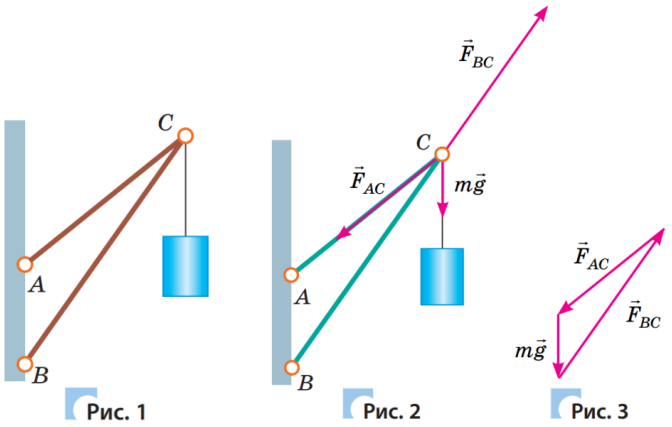


Рис. 1 Рис. 2 Рис. 3

У шарнірно закріплених невагомих стрижнях виникають тільки сили пружності, напрямлені вздовж осей стрижнів. Очевидно, що внаслідок підвішування вантажу стрижень AC розтягується (тому саме його можна замінити нерозтяжною ниткою), а стрижень BC стискається. Напрями сил пружності, які діють з боку цих стрижнів на шарнір C, показано на рис. 2. Вертикальна нитка діє на цей шарнір із силою $m\vec{g}$. Умова рівноваги шарніра:

$$m\vec{g} + \vec{F}_{BC} + \vec{F}_{AC} = 0$$

Щоб знайти з цієї умови сили пружності, найкраще зобразити трикутник сил (рис. 3) і врахувати, що він подібний до трикутника ABC. Отже, виконуються пропорції:

$$\frac{F_{AC}}{mg} = \frac{AC}{AB} \qquad \frac{F_{BC}}{mg} = \frac{BC}{AB}$$

$$F_{AC} = \frac{AC}{AB} mg \qquad F_{BC} = \frac{BC}{AB} mg$$

$$\left[F_{AC}\right] = \frac{\text{м}}{\text{м}} \cdot \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н} \qquad \left[F_{BC}\right] = \frac{\text{м}}{\text{м}} \cdot \text{кг} \cdot \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н}$$

$$F_{AC} = \frac{0,9}{0,45} \cdot 50 \cdot 10 = 1000 \text{ (Н)}$$

$$F_{BC} = \frac{1,2}{0,45} \cdot 50 \cdot 10 \approx 1333 \text{ (Н)}$$

Відповідь: $F_{AC} = 1$ кН; $F_{BC} \approx 1,3$; замінити ниткою можна стрижень AC.