.... 12.SINIF MATEMATİK DERS PLANI

BÖLÜM I

Dersin Adı	Matematik	**Tarih**	**15-26/09/2025**
Sınıf	12	**Süre**	**10 ders saati**
Alt Öğrenme Alanı	**SAYILAR VE CEBİR**		
Konu	Logaritma Fonksiyonu		

BÖLÜM II

Kazanım	12.1.2.1. Logaritma fonksiyonu ile üstel fonksiyonu ilişkilendirerek problemler çözer.
Kazanım Açıklaması	*a) $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere logaritma fonksiyonunun grafiği üstel fonksiyonun grafiğinden yararlanarak çizilir. $y = a^x$ ve $y = log_a x$ fonksiyonlarının grafiklerinin y=x doğrusuna göre simetrik olduğu belirtilir.* *b) $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere $f: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}, f(x) = log_a x$ logaritma fonksiyonunun $a > 1$ için artan fonksiyon, $0 < a < 1$ için azalan fonksiyon olduğu verilir. a nın aldığı değerlere göre logaritma fonksiyonunun grafiğinin değişimini incelemek için bilgi ve iletişim teknolojilerinden yararlanılır.* *c) Gelenbevi İsmail Efendi ve John Napier'in çalışmalarına yer verilir.*
Yöntem ve Teknikler	Düz anlatım, soru-cevap, problem çözme, örnek olay, beyin fırtınası, kavram haritası
Kullanılan Araç-Gereçler	Ders kitabı, yazı tahtası, etkileşimli tahta, z-kitap, internet, fotoğraf, pergel, cetvel

BÖLÜM III

Öğrenme-Öğretme Süreci

LOGARİTMA FONKSİYONU

$2^x = 8$ eşitliğinde x in 3 olduğu görülmektedir. Fakat $2^x = 10$ eşitliğini sağlayan herhangi bir x tam sayı değeri yoktur. Bu x gerçek sayı değerini bulabilmek için farklı bir fonksiyona ihtiyaç duyulmuştur. Bu fonksiyon; $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ $f(x) = a^x$ üstel fonksiyonunun tersi olan logaritma fonksiyonudur.

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$, $a > 0$ ve $a \neq 1$ olacak şekilde $f(x) = a^x$ üstel fonksiyonunun tersi olan $f^{-1}(x)$ fonksiyonuna, **a tabanına göre logaritma fonksiyonu** denir. Logaritma fonksiyonu, $f^{-1}: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, $\mathbf{f^{-1}(x) = log_a x}$ şeklinde gösterilir.

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ için $\mathbf{y = a^x \Leftrightarrow x = log_a y}$ olur.

Uyarı

$f: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, $y = f(x) = log_a x$ fonksiyonunda

- x sayısı pozitif gerçek sayıdır.
- a sayısı 1 den farklı pozitif gerçek sayıdır.
- y sayısı bir gerçek sayıdır.

ÖRNEK

Aşağıda verilen eşitliklerdeki x değerlerini logaritma kullanarak bulunuz.

a) $5^x = 9$ b) $2^x = 10$ c) $3^{x+1} = 5$ ç) $4^{x-1} = 7$ d) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 6$

ÇÖZÜM

a) $5^x = 9 \Rightarrow x = \log_5 9$

b) $2^x = 10 \Rightarrow x = \log_2 10$

c) $3^{x+1} = 5 \Rightarrow x + 1 = \log_3 5$

$\Rightarrow x = -1 + \log_3 5$

ç) $4^{x-1} = 7 \Rightarrow x - 1 = \log_4 7$

$\Rightarrow x = 1 + \log_4 7$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 6 \Rightarrow x = \log_{\frac{1}{2}} 6$ bulunur.

Uyarı

$f(x) = \log_{g(x)} h(x)$ fonksiyonunun tanımlı olabilmesi için aşağıdaki koşullar sağlanmalıdır.

- $h(x) > 0$
- $g(x) > 0$
- $g(x) \neq 1$

ÖRNEK

$f(x) = \log_3(x^2 - 5x + 6)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

Logaritma fonksiyonu pozitif gerçek sayılarda tanımlı olduğundan $x^2 - 5x + 6 > 0$ olmalıdır. $(x-3)\cdot(x-2) > 0$ eşitsizliğinde kökler $x = 3$ ve $x = 2$ bulunur. İşaret tablosu aşağıdaki gibidir.

x	$-\infty$		2		3		∞
$x^2 - 5x + 6$		$+$		$-$		$+$	

Bu durumda $f(x)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi $(-\infty, 2) \cup (3, \infty)$ bulunur.

ÖRNEK

$f(x) = \log_{(5-x)}(x - 3)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

Logaritma fonksiyonunun tanımı gereği

$$\left.\begin{array}{l} x-3>0 \\ 5-x>0 \\ 5-x\neq 1 \end{array}\right\} \text{olmalıdır.} \qquad \begin{array}{l} x-3>0 \Rightarrow x>3 \text{ olur.} \\ 5-x>0 \Rightarrow 5>x \text{ olur.} \\ 5-x\neq 1 \Rightarrow x\neq 4 \text{ olur.} \end{array}$$

Bu durumda $f(x)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi $(3, 5) - \{4\}$ bulunur.

ÖRNEK

$f(x) = \log_{(3-x)}(x^2 - x - 12)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesini bulunuz.

ÇÖZÜM

$$\left.\begin{aligned} x^2 - x - 12 &> 0 \\ 3 - x &> 0 \\ 3 - x &\neq 1 \end{aligned}\right\}$$ Eşitsizlik sisteminin sağlandığı aralığı bulmak için işaret tablosu oluşturulur.

$x^2 - x - 12 = 0$ ve $3 - x = 0$ denklemlerinin kökleri bulunmalıdır.

- $x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow (x-4)\cdot(x+3) = 0$
  $\Rightarrow x = 4$ veya $x = -3$
- $3 - x = 0 \Rightarrow x = 3$ olur.

x	$-\infty$	-3	3	4	∞
$x^2 - x - 12$	$+$	$-$	$-$	$+$	
$3 - x$	$+$	$+$	$-$	$-$	

İşaret tablosu incelendiğinde her iki fonksiyonun birlikte pozitif olduğu aralığın $(-\infty, -3)$ olduğu görülür. $3 - x \neq 1$ ise $x \neq 2$ olur. Buna göre $f(x) = \log_{(3-x)}(x^2 - x - 12)$ fonksiyonunun en geniş tanım kümesi $(-\infty, -3)$ bulunur.

ÖRNEK

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$, $f(x) = 2^{x+1}$ olduğuna göre $f^{-1}(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$f(x) = 2^{x+1}$ fonksiyonu bire bir ve örten olduğundan tersi vardır. Verilen fonksiyonda $f(x)$ yerine x ve x yerine de $f^{-1}(x)$ yazıldıktan sonra $f^{-1}(x)$ yalnız bırakılarak fonksiyonun tersi bulunur.

$x = 2^{f^{-1}(x)+1} \Rightarrow f^{-1}(x) + 1 = \log_2 x$

$\Rightarrow f^{-1}(x) = -1 + \log_2 x$ bulunur.

$\left(a \in R^+ - \{1\} \text{ için } y = a^x \Leftrightarrow x = \log_a y\right)$

ÖRNEK

$f(x) = \log_3(x-4) + 2$ olduğuna göre $f^{-1}(x)$ fonksiyonunu bulunuz.

ÇÖZÜM

$f(x) = \log_3(x-4) + 2 \Leftrightarrow x = \log_3(f^{-1}(x) - 4) + 2$ olur.

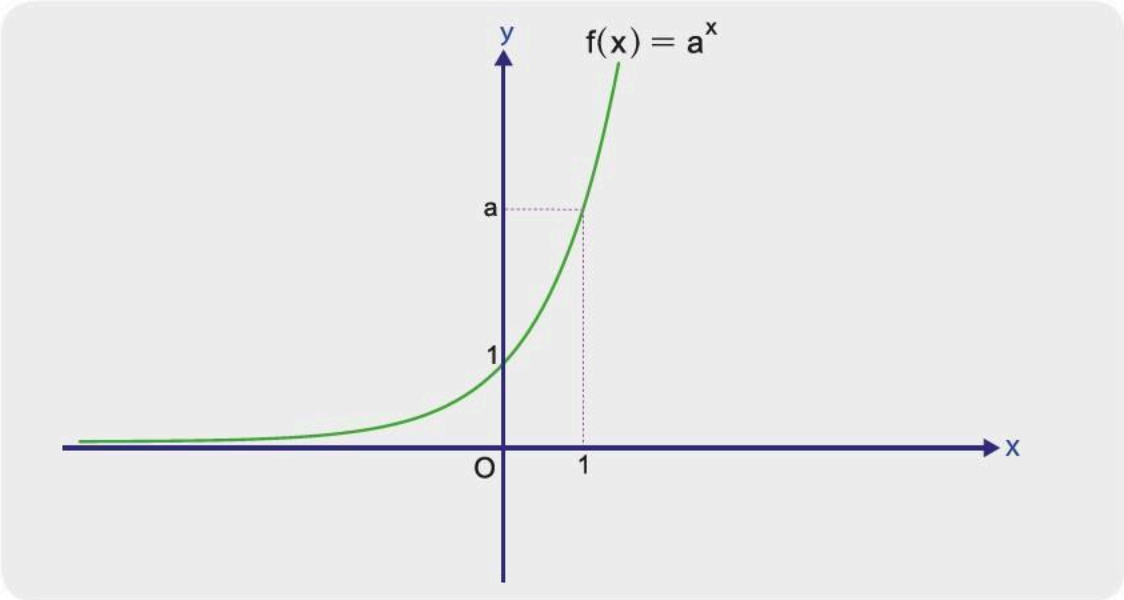
$x = \log_3(f^{-1}(x) - 4) + 2 \Rightarrow x - 2 = \log_3(f^{-1}(x) - 4)$

$\Rightarrow f^{-1}(x) - 4 = 3^{x-2}$

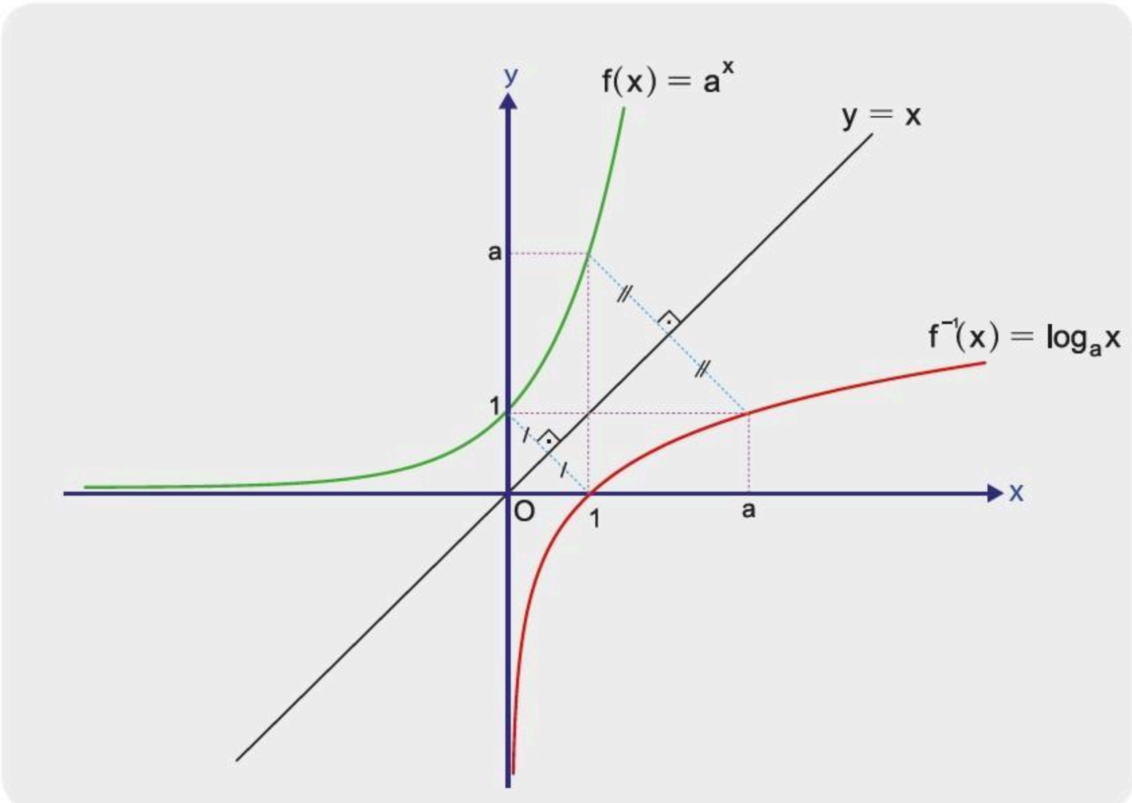
$\Rightarrow f^{-1}(x) = 3^{x-2} + 4$ bulunur.

Logaritma Fonksiyonunun Grafiği

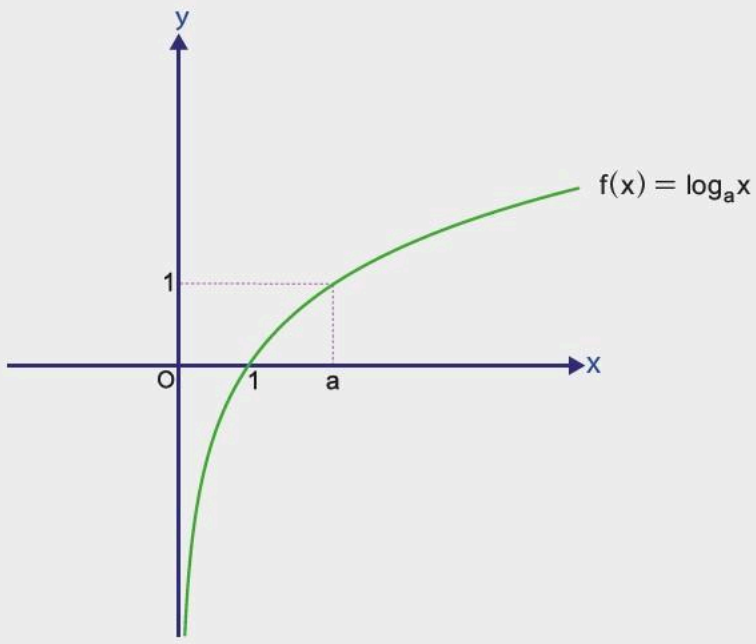
$f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}^{+}$, $a>1$ için $f(x)=a^{x}$ üstel fonksiyonunun grafiği aşağıdaki gibidir.



$f:\mathbb{R}\rightarrow\mathbb{R}^{+}$, $a>1$ için $f(x)=a^{x}$ fonksiyonunun tersi $f^{-1}:\mathbb{R}^{+}\rightarrow\mathbb{R}$, $f^{-1}(x)=\log_{a}x$ fonksiyonudur. Birbirinin tersi olan iki fonksiyonun grafiği $y=x$ doğrusuna göre simetrik olduğundan önce $y=x$ doğrusu çizilir. Daha sonra $f(x)=a^{x}$ fonksiyonunun grafiğinin $y=x$ doğrusuna göre simetriği alınarak $f^{-1}(x)=\log_{a}x$ fonksiyonunun grafiği oluşturulur.



$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere $f: \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, $f(x) = \log_a x$ logaritma fonksiyonu, $a > 1$ için artan olup grafiği aşağıdaki gibidir.

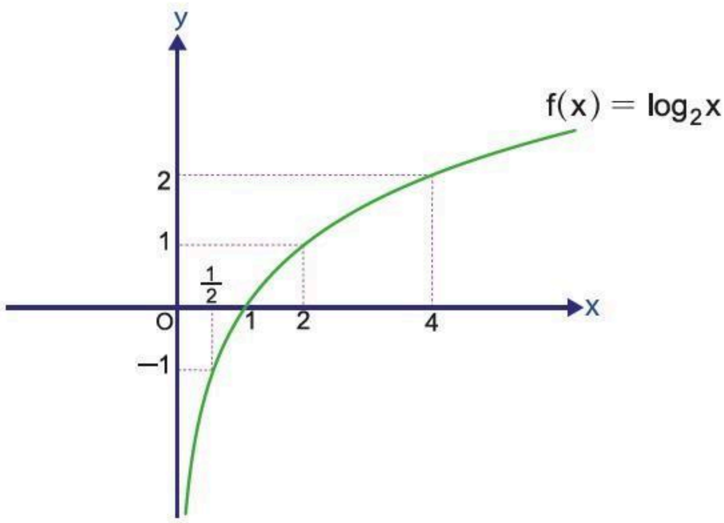


ÖRNEK

$f(x) = \log_2 x$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz. Artan veya azalan olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

x	...	$\frac{1}{2}$	1	2	4	...
$f(x) = \log_2 x$	...	-1	0	1	2	...



$f(x) = \log_2 x$ fonksiyonunun tabanı 1 den büyük olduğundan f fonksiyonu, artan bir fonksiyondur.

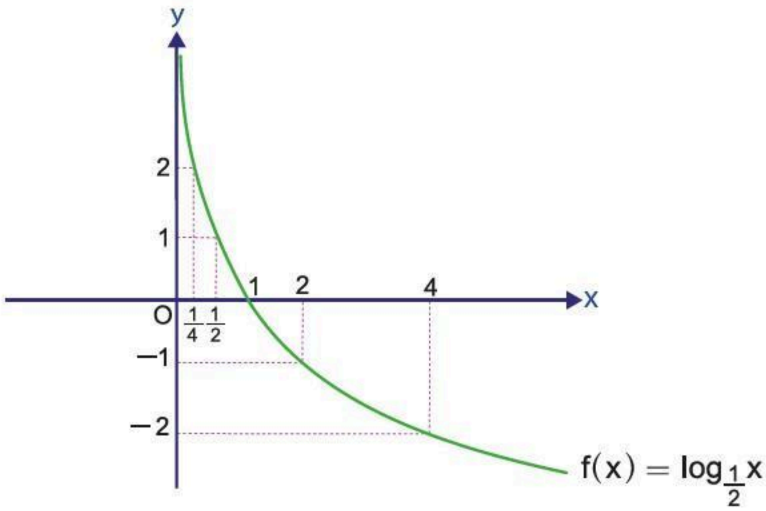
BÖLÜM IV

Ölçme ve Değerlendirme

$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ fonksiyonunun grafiğini çiziniz. Artan veya azalan olduğunu bulunuz.

ÇÖZÜM

x	...	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	...
$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$	...	2	1	0	−1	−2	...



$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ fonksiyonunun tabanı 0 ile 1 arasında olduğundan f fonksiyonu, azalan bir fonksiyondur.

Dersin Diğer Derslerle İlişkisi	---

BÖLÜM IV

Planın Uygulanmasına İlişkin Açıklamalar	Konu öngörülen ders saatinde işlenmiş olup gerekli değerlendirmeler yapılarak amacına ulaşmıştır.

....
....
Matematik Öğretmeni

.../..../2025
UYGUNDUR
Okul Müdürü
....