

17. Задачи на скорость движения

МАТЕРИАЛ ДЛЯ ПОВТОРЕНИЯ

РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Формула равномерного движения:

$$S = v \cdot t,$$

где S - путь, t - время, v - скорость.

Путь равен произведению скорости на время движения.

Если известны расстояние и время, то скорость находится по формуле: $v = S : t$.

Если известны расстояние и скорость, то время находится по формуле: $t = S : v$.

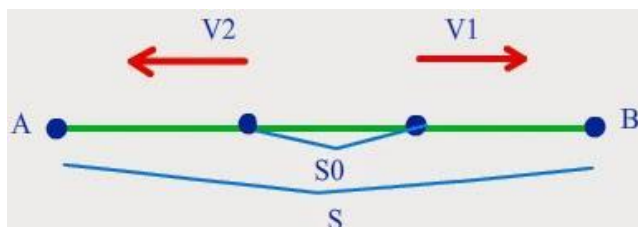
1. Движение навстречу друг другу



Если два тела движутся навстречу друг другу, то скорость «сближения» равна сумме скоростей данных тел.

Если первоначальное расстояние между двумя телами, движущимися навстречу друг другу со скоростями v_1 и v_2 , равно S , то время, через которое они встретятся, равно: $t = S : (v_1 + v_2)$.

2. Движение в противоположные стороны



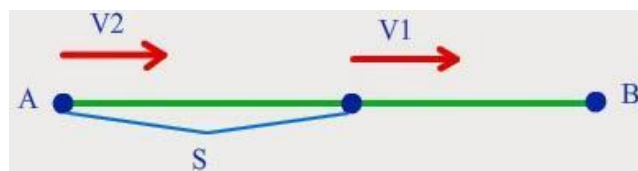
Если два тела движутся в противоположные стороны, то скорость «удаления друг от друга» равна сумме скоростей данных тел.

Расстояние между двумя телами, движущимися в противоположные стороны со скоростями v_1 и v_2 , через время t равно $S = S_0 + (v_1 + v_2) \cdot t$, где S_0 - первоначальное расстояние между ними. $S_0 = 0$, если движение тел начинается из одной точки.

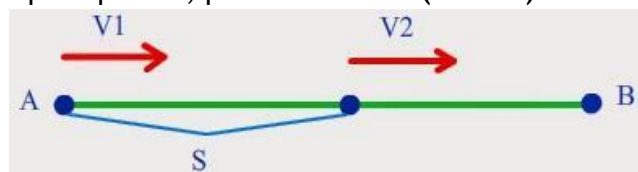
3. Движение в одном направлении

Если два тела, находящиеся перед началом движения на расстоянии S , движутся в одном направлении со скоростями v_1 и v_2 , где $v_2 > v_1$, то возможны два случая:

1. Тело с большей скоростью догоняет тело с меньшей скоростью. В этом случае «скорость сближения» равна разности скоростей $(v_2 - v_1)$, а время, через которое второе тело догонит первое, равно: $t = S : (v_2 - v_1)$.



2. Тело с большей скоростью «убегает» от тела с меньшей скоростью. В этом случае «скорость удаления» также равна разности скоростей ($v_2 - v_1$), а расстояние, которое будет между телами через время t , равно: $S_1 = S + (v_2 - v_1) \cdot t$.



ДВИЖЕНИЕ ПО ТЕЧЕНИЮ И ПРОТИВ ТЕЧЕНИЯ

Скорость тела, движущегося по течению реки, равна сумме собственной скорости тела (скорость в стоячей воде) и скорости течения реки.

Скорость тела, движущегося против течения реки, равна разности собственной скорости тела и скорости течения реки.

Если в условии задачи речь идет о движении плотов, то этим хотят сказать, что тело движется со скоростью течения реки (собственная скорость плота равна нулю).

УПРАЖНЕНИЯ

1. Пройденный путь s , его скорость v и время движения t связаны соотношением $s = vt$. Найдите скорость движения, если:

а) за 5 ч путь составил 45 км;

б) за 3 ч путь составил 21 км.

Решение:

а) $v = s : t$; $v = 45 : 3 = 15$ (км/ч)

Ответ: 15 км/ч

2. а) Туристы за 1 ч преодолевают 3 км. Сколько километров прошли туристы за половину часа? Выберите правильный ответ:

1) 1 км; 2) 1,5 км; 3) 3 км.

б) Туристы за треть часа проплывают на байдарках 2 км. Сколько километров туристы преодолевают за 1 ч? Выберите правильный ответ:

1) 12 км; 2) 3 км; 3) 6 км.

Решение:

а) Скорость движения $v = s : t$, $v = 3 : 1 = 3$ км/ч

Время в пути 0,5 ч

Тогда туристы прошли $S = v \cdot t = 3 \cdot 0,5 = 1,5$ км

Ответ: 2) 1,5 км

3. а) Катер шел 3 ч со скоростью 16,2 км/ч и 7 ч — со скоростью 17,5 км/ч.

Определите его среднюю скорость.

б) Велосипедист ехал 2 ч со скоростью 11,8 км/ч и 3 ч — со скоростью 11,3 км/ч.

Определите его среднюю скорость.

Решение:

а) 1) $3 \cdot 16,2 + 7 \cdot 17,5 = 171,1$ (км) - весь путь катера

2) $3 + 7 = 10$ (ч) - время, затраченное катером на весь путь

3) $171,1 : 10 = 17,11$ (км/ч) - средняя скорость катера

Ответ: 17,11 км/ч

4. а) Велосипедист думал добраться с дачи в город за 3 ч. Однако он увеличил скорость на 1,5 км/ч и поэтому прибыл в город через 2 ч. Чему равно расстояние от дачи до города?

б) Расстояние между городами автомобиль преодолел за 2 ч, а автобус — за 3 ч, так как скорость автомобиля была на 25 км/ч больше скорости автобуса. Найдите расстояние между городами.

Решение:

а) Пусть x - первоначальная скорость велосипедиста, тогда расстояние от города до дачи равно $3x$, при первоначальной скорости u , расстояние равно $(x+1,5) \cdot 2$ при новой скорости. Так как он проехал одно и то же расстояние, то $3x = (x+1,5) \cdot 2$.

Решим уравнение:

$$3x = (x+1,5) \cdot 2;$$

$$3x = 2x + 3;$$

$x = 3$ (км/ч) - первоначальная скорость.

$S = 3 \cdot 3 = 9$ (км) - расстояние от города до дачи

Ответ: 9 км

5. а) Катер прошел 150 км против течения реки за 5 ч. Сколько времени он затратит на обратный путь, если скорость течения реки 3 км/ч?

б) Яхта прошла 280 км по течению реки за 7 ч. Сколько времени она затратит на обратный путь, если скорость течения реки 4 км/ч?

Решение:

а) 1) $150 : 5 = 30$ (км/ч) - скорость катера против течения реки

2) $30 + 3 = 33$ (км/ч) - собственная скорость катера

3) $33 + 3 = 36$ (км/ч) - скорость катера по течению

4) $150 : 36 = 4 \frac{1}{6}$ (ч) - время на обратный путь

Ответ: $4 \frac{1}{6}$ ч

6. а) Две группы туристов одновременно выходят на шоссе и движутся в противоположных направлениях. Скорость первой группы 3 км/ч, а скорость второй группы 1,75 м/с. Определите расстояние между ними через 20 мин, если в момент выхода групп на шоссе расстояние между ними было 900 м.

б) Велосипедист и мотоциклист одновременно выезжают на шоссе и движутся в противоположных направлениях. Скорость велосипедиста 8 км/ч, а скорость мотоциклиста 15 м/с. Определите расстояние между ними через 10 мин, если в момент выезда на шоссе расстояние между ними было 700 м.

Решение:

а) 1) $1,75 \text{ м/с} = 1,75 \cdot 3600 : 1000 = 6,3 \text{ км/ч}$

- 2) 20 мин = $1/3$ ч
 3) 900 м = 0,9 км
 4) $(3+6,3) \cdot 1/3 = 3,1$ (км) - прошли вместе за 20 минут
 5) $3,1+0,9=4$ (км) - расстояние между ними за 20 минут
 Ответ: 4 км

7. а) Два автомобиля одновременно выезжают навстречу друг другу. Скорость первого автомобиля равна 18 м/с, а второго — 90 км/ч. Определите расстояние между ними через 20 мин, если в момент выезда на шоссе расстояние между автомобилями было 110 км.

б) Велосипедист и мотоциклист одновременно выезжают на шоссе навстречу друг другу. Скорость велосипедиста 6 м/с, а скорость мотоциклиста 40,5 км/ч. Определите расстояние между ними через 10 мин, если в момент выезда на шоссе расстояние между ними было 15 000 м.

Решение:

- а) 1) $18 \text{ м/с} = 18 \cdot 3600 : 100 = 64,8 \text{ км/ч}$
 2) 20 мин = $1/3$ ч
 3) $(64,8+90) \cdot 1/3 = 51,6$ (км) - проехали вместе за 20 мин
 4) $110-51,6=58,4$ (км) - расстояние между ними через 20 мин
 Ответ: 58,4 км

8. а) Расстояние, равное 124 км, теплоход прошел по течению за 5 ч, а против течения — за 8 ч. Найдите собственную скорость теплохода и скорость течения реки.

б) Расстояние, равное 120 км, яхта прошла против течения за 5 ч, а по течению — за 3 ч. Найдите собственную скорость яхты и скорость течения реки.

Решение:

а) Пусть x - собственная скорость теплохода, a - скорость течения.

Скорость по течению $(x+a)$, скорость против течения $(x-a)$.

Составим уравнения и решим систему:

$$\begin{cases} (x+a) \cdot 5 = 124, \\ (x-a) \cdot 8 = 124; \end{cases} \begin{cases} (x+a) = 24,8, \\ (x-a) = 15,5; \end{cases} \begin{cases} 2x = 24,5 + 15,5, \\ x - a = 15,5; \end{cases} \begin{cases} x = 20,15, \\ a = 4,65. \end{cases}$$

Ответ: 20,15 км/ч; 4,65 км/ч

9. а) Велосипедист проехал 15 км от города до дачи. Возвращаясь обратно, он снизил скорость на 3 км/ч. На весь путь туда и обратно велосипедист затратил 2 ч 30 мин. Найдите скорость, с которой велосипедист ехал из города до дачи.

б) Пешеход должен был пройти 5 км за определенное время, но он задержался с выходом на 15 минут. Поэтому, чтобы прийти вовремя, он шел со скоростью, превышающей намеченную скорость на 1 км/ч. С какой скоростью шел пешеход?

Решение:

а) Пусть x - первоначальная скорость. Время, затраченное на проезд от города до дачи равно $15:x$ ч. Время, затраченное на проезд от дачи в город равно $15:(x-3)$ ч. На весь путь затрачено 2,5 часа. Составим уравнение:

$$\frac{15}{x} + \frac{15}{x-3} = 2,5,$$

$$\frac{15(x-3) + 15x - 2,5x(x-3)}{x(x-3)} = 0,$$

$$\frac{15x - 45 + 15x - 2,5x^2 + 7,5x}{x(x-3)} = 0,$$

$$-2,5x^2 + 37,5x - 45 = 0,$$

$$x^2 - 15x + 18 = 0,$$

$$D = 225 - 4 \cdot 18 = 153,$$

$$x_1 = \frac{15 + \sqrt{153}}{2} \approx 13,7 \quad x_2 = \frac{15 - \sqrt{153}}{2} \approx 1,3 \text{ — не подходит по смыслу задачи}$$

Ответ: 13,7 км/ч

10. а) Расстояние АВ пассажирский поезд проходит за 3 ч, а электропоезд — за 4 ч. Из пункта А в пункт В отправился пассажирский поезд и одновременно из пункта В в пункт А — электропоезд. Через какое время после встречи поезд прибудет в пункт А?

б) Расстояние АВ пассажирский поезд проходит за 5 ч, а электропоезд — за 7 ч. Из пункта А в пункт В отправился пассажирский поезд и одновременно из пункта В в пункт А электропоезд. Через какое время после встречи электропоезд прибудет в пункт А?

а) Решение:

Пусть V_1 - скорость пассажирского поезда, V_2 - скорость электропоезда.

S - расстояние АВ. $V_1 = S:3$, $V_2 = S:4$.

Так как поезда двигались навстречу друг другу, то вместе до встречи они прошли путь $S = (V_1 + V_2) \cdot t$, где t - время до встречи.

1) $t = S:(V_1 + V_2)$; $t = S:(S:3 + S:4) = 12/7$ (ч) - время до встречи.

2) $4 - 12/7 = 2 \frac{2}{7}$ (ч) - время, через которое после встречи электропоезд прибудет в пункт А.

Ответ: $2 \frac{2}{7}$ часа

11. а) Мышь двигалась вниз по движущемуся вниз транспортеру и пробежала 35 секций. Затем она побежала вверх по тому же транспортеру с той же скоростью относительно его и пробежала 210 секций. Сколько секций пробежит мышь, спускаясь по неподвижному транспортеру?

б) Мышь двигалась вверх по движущемуся вниз транспортеру и пробежала 120 секций. Затем она двигалась вниз по тому же транспортеру с той же скоростью относительно его и насчитала 40 секций. Сколько секций пробежит мышь, спускаясь по неподвижному транспортеру?

а) Решение:

Пусть x - количество секций, V - скорость мыши, V_1 - скорость транспортера. Если мышь движется вниз, то скорость равна $V + V_1$ и время равно $t_1 = x:(V + V_1)$.

Если мышь движется вверх, то скорость равна $V - V_1$ и время равно $t_2 = x:(V - V_1)$.

Путь, пройденный при движении вниз: $S = t_1 \cdot V = x:(V + V_1) \cdot V = 35$.

Путь, пройденный при движении вверх: $S = t_2 \cdot V = x:(V - V_1) \cdot V = 210$.

$$\begin{cases} \frac{x \cdot V}{V + V_1} = 35, | \cdot 6 \\ \frac{x \cdot V}{V - V_1} = 210; \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{6x \cdot V}{V + V_1} = 210, \\ \frac{x \cdot V}{V - V_1} = 210; \end{cases}$$

Т.к. правые части уравнений системы равны, то приравняем их левые части.

$$\frac{6x \cdot V}{V + V1} = \frac{x \cdot V}{V - V1},$$

$$\frac{6}{V + V1} = \frac{1}{V - V1},$$

$$\frac{6(V - V1)}{(V + V1)(V - V1)} - \frac{1(V + V1)}{(V - V1)(V + V1)} = 0,$$

$$6V - 6V1 - V - V1 = 0$$

$$5V - 7V1 = 0$$

$$V = 1,4V1 \quad (V \neq V1 \text{ и } V \neq -V1).$$

Подставим V в первое уравнение системы:

$$\frac{x \cdot 1,4V1}{1,4V1 + V1} = 35; \quad \frac{x \cdot 1,4}{2,4} = 35; \quad x = 60$$

Ответ: 60 секунд.

12. а) Две мухи движутся по окружности. Если они движутся в разных направлениях, то встречаются через каждые 8 с. При движении в одном направлении одна муха догоняет другую через каждые 24 с. Найдите, за сколько секунд каждая муха проходит окружность.

б) Две бабочки движутся по окружности. Если они движутся в разных направлениях, то встречаются через каждые 16 с. При движении в одном направлении одна бабочка догоняет другую через каждые 64 с. Найдите, за сколько секунд каждая бабочка проходит окружность.

Решение:

а) Пусть по окружности движутся две мухи А и В. x - время прохождения окружности мухой А; y - время прохождения окружности мухой В.

Пусть путь, который проходит муха равен 1, тогда $1:x$ - скорость мухи А и $1:y$ - скорость мухи В.

$1:x+1:y$ - скорость, когда мухи движутся в разных направлениях.

$1:x-1:y$ - скорость, когда мухи движутся в одном направлении.

Выразим время:

$$\frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} = 8, \quad \frac{1}{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}} = 24$$

Упростим оба уравнения и домножим обе части первого уравнения на 3.

$$\frac{3xy}{x + y} = 24, \quad \frac{xy}{y - x} = 24.$$

Т.к. правые части уравнений равны, то приравняем их левые части.

$$\frac{3}{x + y} = \frac{1}{x - y},$$

Приведем к общему знаменателю и выразим y : $y = 2x$ ($x \neq y$ и $x \neq -y$).

Подставим в уравнение y вместо x :

$$\frac{xy}{y - x} = 24, \quad \frac{x \cdot 2x}{2x - x} = 24, \quad x = 12, \quad y = 2 \cdot 12 = 24$$

ответ: 12 с, 24 с.

ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Собственная скорость движения теплохода 45,5 км/ч. Найдите скорость течения реки, если при движении против течения скорость теплохода равна 40,2 км/ч. Выберите правильное выражение для решения задачи:

- 1) $((45,5 + 40,2) : 2)$ км/ч;
- 2) $(45,5 - 40,2)$ км/ч;
- 3) $((45,5 - 40,2) : 2)$ км/ч.

2. Моторная лодка шла 5 ч со скоростью 15,2 км/ч и 3 ч — со скоростью 14,2 км/ч. Определите ее среднюю скорость.

3. Лыжники в течение 6 ч шли со скоростью 9 км/ч и в течение 4 ч — со скоростью 8 км/ч. Найдите среднюю скорость движения лыжников.

4. Катер шел по течению реки 4 ч и 6 ч — против течения. Найдите скорость течения реки, если скорость катера в стоячей воде 32 км/ч и за все путешествие катер прошел 310 км.

5. Расстояние между пристанями, равное 50 км, катер проходит туда и обратно за 7 ч, причем на остановки в пути он тратит 2 ч. Найдите скорость течения реки, если собственная скорость катера равна 22 км/ч.

6. Скорый поезд за час проходит 65 км, а пассажирский — 45 км. Определите расстояние между двумя городами, если известно, что скорый поезд проходит это расстояние на 3 ч 25 мин быстрее пассажирского.

7. Из пункта А в пункт В отправился пассажирский поезд, в то же время из пункта В в пункт А отправился грузовой поезд. Скорость каждого из них на всем участке движения постоянна. Через 3 ч после того, как поезда встретились, расстояние между ними составило 200 км. Пассажирский поезд прибыл в пункт В через 3 ч, а грузовой — в пункт А через 10 ч. Найдите скорость грузового поезда.

8. По течению реки от пристани отошел плот. Через 8 ч от этой пристани в том же направлении отошла лодка, которая догнала плот на расстоянии 30 км от пристани. Найдите скорость течения реки, если собственная скорость лодки составляет 15 км/ч.

9. Мальчик пробежал по движущемуся вниз эскалатору за 35 с. Если бы он стоял на ступеньке движущегося эскалатора, то спуск занял бы 50 с. За сколько секунд пробежал бы мальчик по неподвижному эскалатору?

10. Окружность переднего колеса экипажа в 2,5 раза меньше окружности заднего. Если окружность переднего колеса увеличить на 2 дм, а заднего — на 1 дм, то на расстоянии 150 м переднее колесо сделает на 50 оборотов больше заднего. Каковы длины окружностей колес?