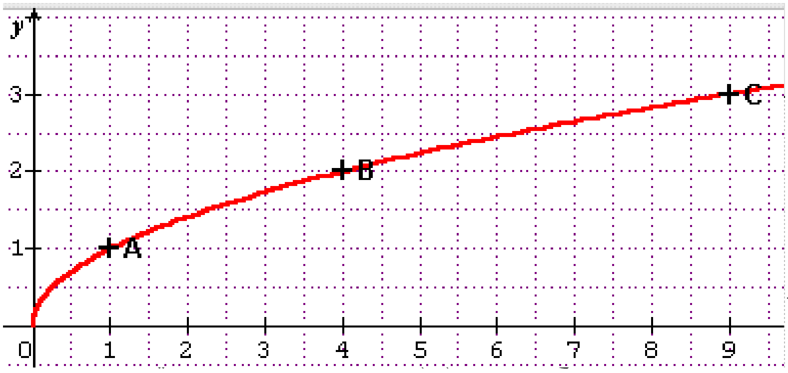
III الدالة الجذر التربيعي

نشاط :



الشكل المقابل هو تمثيل البياني لدالة f .

1) ما هي مجموعة تعريف الدالة f ؟

2) أعط إحداثيتي كل نقطة من النقط A ، B ، C (من الشكل)

3) أعط قيم مقربة لصور كل من الأعداد : 2 ، 3 ، 5 ، 6 ، 7

4) بالآلة الحاسبة أحسب القيم المقربة إلى 10^{-2}

5) هل يمكنك إعطاء صور الأعداد : 16 ، 25

حل النشاط :

1) مجموعة تعريف الدالة f : $D_f = [0\,;+\infty[$

2) إحداثيتي النقط (A(1 ; 1) ، B(4 ; 2) ، C(9 ; 3 .

3) القيم المقربة لصور كل من الأعداد : 2 ، 3 ، 5 ، 6 ، 7

$f(2) \approx 1,4...$ ، $f(3) \approx 1,7...$ ، $f(5) \approx 2,2...$ ، $f(6) \approx 2,5...$ ، $f(7) \approx 2,7...$.

4) بالآلة الحاسبة أحسب القيم المقربة إلى 10^{-2} ، لكل من $\sqrt{2}$ ، $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{5}$ ، $\sqrt{6}$ ، $\sqrt{7}$.

$\sqrt{2};\ 1,41$ ، $\sqrt{3};\ 1,73$ ، $\sqrt{5};\ 2,24$ ، $\sqrt{6};\ 2,45$ ، $\sqrt{7};\ 2,65$.

5) إعطاء صور الأعداد : 16 ، 25 ، 36 ، 49 . استنتج عبارة (f(x من أجل x عدد حقيقي موجب.

f(16)=4 ؛ f(25) = 5 ؛ f(36) = 6 ؛ f(49) = 7 . $f(x) = \sqrt{x}$

1) **التعريف :** الدالة الجذر التربيعي هي الدالة التي ترفق بكل عدد حقيقي موجب x جذر تربيعه $\sqrt{x}$.

ونكتب $f : x \mapsto \sqrt{x}$ أو $f(x) = \sqrt{x}$

ملاحظات :

- مجموعة تعريف الدالة الجذر التربيعي هي $D_f = [0\,;+\infty[$.
- من أجل عل عدد حقيقي موجب x لدينا : $\sqrt{x} \geq 0$.

2) **اتجاه تغير الدالة الجذر التربيعي:** $f : x \mapsto \sqrt{x}$

ليكن x_1 و x_2 عددين حقيقيين موجبين : $x_1 > x_2$ معناه $\sqrt{x_1} > \sqrt{x_2}$ ومعناه $f(x_1) > f(x_2)$.

مبرهنة : الدالة الجذر التربيعي متزايدة تماما على $[0\,;+\infty[$

3) **دراسة (f(x من أجل القيم الكبيرة للعدد x :**

x	10	10^2	10^3	10^4
f(x).	3,16	10	31,62	100

ملاحظة : عندما يؤول x إلى $+\infty$ ، فإن (f(x يؤول بدوره إلى $+\infty$.

4) **جدول تغيرات الدالة الجذر التربيعي:**

x	0 $+\infty$
f(x).	↗ $+\infty$

	0

تمرين 39 صفحة 109

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0\,;+\infty[$ بـِ : $f(x)=\sqrt{2x}$.

1) أدرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

2) مثل بيانيا الدالة f على المجال $[0\,;8]$ في معلم متعامد ومتجانس .

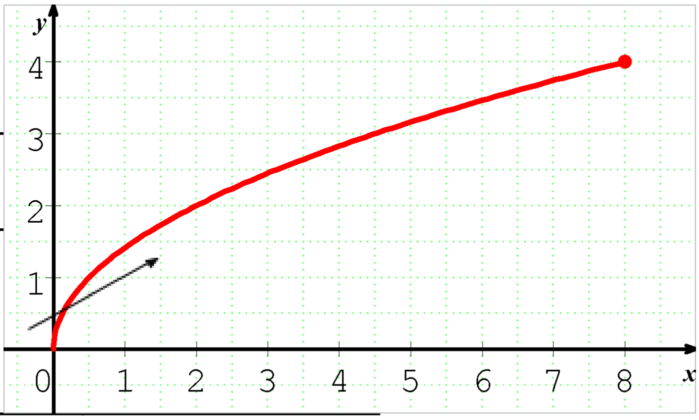
الحل :

1) دراسة تغيرات الدالة f وتشكيل جدول تغيراتها :

ليكن x_1 و x_2 عددين حقيقيين موجبين : $x_1 > x_2$ معناه $2x_1 > 2x_2$

ومعناه $\sqrt{2x_1} > \sqrt{2x_2}$ ومعناه $f(x_1) > f(x_2)$.

إذن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0\,;+\infty[$



2) تمثيل بيانيا الدالة f على المجال $[0\,;8]$

في معلم متعامد ومتجانس :

تمرين 40 صفحة 109

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty\,;0]$ بـِ : $f(x)=\sqrt{-2x}$.

1) أدرس تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

2) مثل بيانيا الدالة f على المجال $[-8\,;0]$ في معلم متعامد ومتجانس .

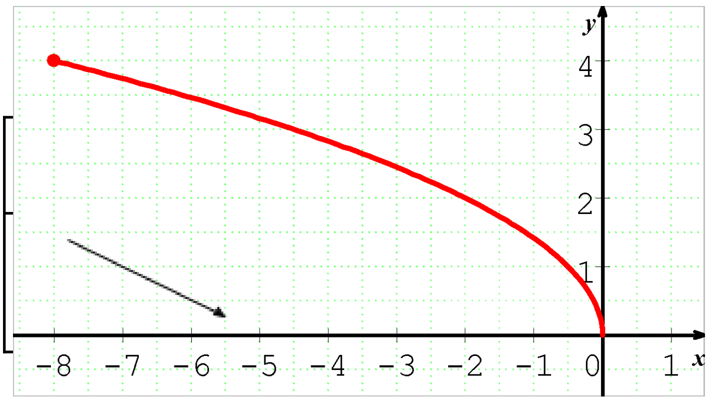
الحل :

1) دراسة تغيرات الدالة f وتشكيل جدول تغيراتها .

ليكن x_1 و x_2 عددين حقيقيين سالبين : $x_1 > x_2$ معناه $-2x_1 < -2x_2$

ومعناه $\sqrt{-2x_1} < \sqrt{-2x_2}$ أي $f(x_1) < f(x_2)$.

إذن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty\,;0]$



2) التمثيل البياني للدالة f على المجال $[-8\,;0]$

في معلم متعامد ومتجانس .

تمرين 41 صفحة 109

(C) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $[-2\,;+\infty[$ بـِ : $f(x)=1+\sqrt{x+2}$.

و (H) هو التمثيل البياني للدالة الجذر التربيعي .

1) أدرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

2) بين أنه يمكن استنتاج (C) انطلاقا من (H) بانسحاب يطلب تعيين شعاعه. أنشئ (C) .

الحل :

1) أدرس تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

ليكن x_1 و x_2 عددين حقيقيين من المجال $]-2\,;+\infty[$: $x_1 > x_2$ معناه $x_1 + 2 > x_2 + 2$

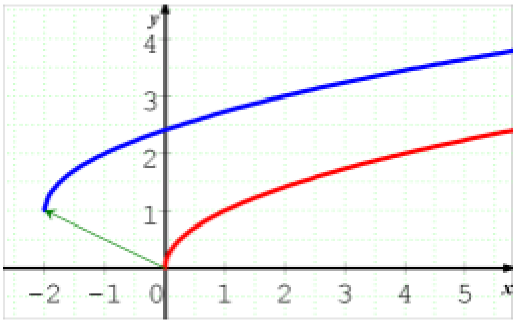
$\sqrt{x_1 + 2} > \sqrt{x_2 + 2}$ ومعناه $1 + \sqrt{x_1 + 2} > 1 + \sqrt{x_2 + 2}$ أي : $f(x_1) > f(x_2)$.

إذن الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-2\,;+\infty[$

x	-2 $\qquad$ $+\infty$
f(x)	$1 \nearrow +\infty$

2) بين أنه يمكن استنتاج (C) انطلاقا من (H) بانسحاب يطلب تعيين شعاعه. أنشئ (C) .

$M(x\,;y)$ نقطة من (H) ومنه $y = \sqrt{x}$ $\quad$ $M'(x'\,;y')$ نقطة من (C) ومنه $y' = 1 + \sqrt{x' + 2}$



بوضع $x = x' + 2$ و $y = y' - 1$

فتصبح : $x' - x = -2$ و $y' - y = 1$ ومنه : $\overrightarrow{MM'}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$

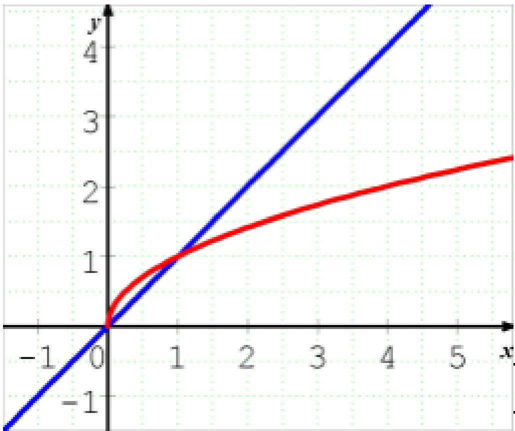
وبالتالي 'M هي صورة M بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$

تمرين 42 صفحة 109

1) مثل بيانيا على المجال $[0\,;+\infty[$ الدالتين : $x \mapsto x$ و $x \mapsto \sqrt{x}$.

2) خمن ترتيب x و $\sqrt{x}$ باستعمال السؤال الأول ثم برهن النتائج المحصل عليها .

الحل :



1) مثل بيانيا على المجال $[0\,;+\infty[$ الدالتين : $x \mapsto x$ و $x \mapsto \sqrt{x}$.

2) خمن ترتيب x و $\sqrt{x}$ باستعمال السؤال الأول

إذا كان x = 0 أو x = 1 فإن $\sqrt{x} = x$.

إذا كان $0 < x < 1$ فإن $\sqrt{x} > x$ إذا كان x > 1 فإن $\sqrt{x} < x$.

البرهان على النتائج : $\sqrt{x} > x$ معناه $x > x^2$ ومعناه $x^2 - x < 0$

x	0		1		$+\infty$
$x - 1$	-1	-	0	+	
$x^2 - x$	0	-	0	+	

إذن $\sqrt{x} > x$ معناه $0 < x < 1$ وبالمثل نجد $\sqrt{x} < x$ معناه x > 1 و $\sqrt{x} = x$ معناه x = 0 أو x = 1 .