

## TP N° 3 :

### Transformée de Fourier Discrète (TFD – FFT)

#### Théorie de l'échantillonnage en représentation fréquentielle

#### Etude comparée des informations dans les domaines temporel et fréquentiel

```
clear all
close all
clc

disp('Correction TP 3 : Représentation fréquentielle par "fft"');

% Question 1

n=0:7 ;
k=0:7 ;
x1=zeros(8,1) ;
x1(1)=1 ;
disp('Question 1 :')
disp('i=n+1')
% décalage d'indice : matlab ne prend que des indices strictement positifs
% D'un point de vue général, la notion d'abscisse et d'indice doivent être
% dissociés.
X1=fft(x1) ;
subplot(311)
stem(n,x1);
title('Question 1 : représentation temporelle')
subplot(312)
stem(k,abs(X1));
title('représentation fréquentielle')
legend('module')
subplot(313)
stem(k,unwrap(angle(X1))*180/pi);
title('représentation fréquentielle')
legend('phase en °')
% calcul faisable à la main ou par programmation de la TFD - propriété du
%Dirac

pause

% Question 2
x2=zeros(8,1) ;
x2(4)=1 ;
disp('Question 2 :')
X2=fft(x2) ;
subplot(311)
stem(n,x2);
title('Question 2 : représentation temporelle')
subplot(312)
stem(k,abs(X2));
title('représentation fréquentielle')
legend('module')
subplot(313)
stem(k,unwrap(angle(X2))*180/pi);
title('représentation fréquentielle')
legend('phase en °')
disp(' remarque : retard temporel = phase linéaire ')
pause
```

```

% Question 3
x3=ones(8,1) ;
X3=fft(x3) ;
subplot(311)
stem(n,x3);
title('Question 3 : représentation temporelle')
subplot(312)
stem(k,abs(X3));
title('représentation fréquentielle')
legend('module')
subplot(313)
stem(k,unwrap(angle(X3))*180/pi);
title('représentation fréquentielle')
legend('phase en °')
% TFD d'une fonction constante discrète rappel des fonctions classiques

pause
% Question 4

x0=3 ; % composante statique
x1=5 ; % amplitude du signal sinusoïdal
f0=7 ; % fréquence du signal sinusoïdal
T=1/f0 ; % durée d'acquisition
N=21 ;
Fe=N/T ; % fréquence d'échantillonnage
phi=30*pi/180 ; % phase

dt=1/Fe ; % pas d'échantillonnage

t4=0:dt:T-dt; % vecteur temps

k=0:N-1;
x4=x0+x1*cos(2*pi*f0*t4+phi); % signal
X4=fft(x4) ;
subplot(311)
stem(t4,x4);
title('Question 4 : représentation temporelle')
xlabel('temps (s)');
subplot(312)
stem(k,abs(X4));
title('représentation fréquentielle')
legend('module')
subplot(313)
stem(k,angle(X4)*180/pi);
title('représentation fréquentielle')
legend('phase en °')
hold on
stem([1 N-1],[phi*180/pi -phi*180/pi],'r')
hold off
% équivalence avec une décomposition en série de fourrier
% Phase ininterprétable en dehors des raies fréquentielles d'amplitude non
nulle
pause
%Question 5
Np=3 ; % nombre de période
T=Np/f0 ; % durée d'acquisition
Fe=N/T ; % fréquence d'échantillonnage
dt=1/Fe ; % pas d'échantillonnage

t5=0:dt:T-dt; % vecteur temps

```

```

x5=x0+x1*cos(2*pi*f0*t5+phi); % signal
X5=fft(x5);
subplot(311)
stem(t5,x5);
title('Question 5 : représentation temporelle')
xlabel('temps (s)');
subplot(312)
stem(k,abs(X5));
title('représentation fréquentielle')
legend('module')
subplot(313)
stem(k,angle(X5)*180/pi);
title('représentation fréquentielle')
legend('phase en °')
hold on
stem([Np N-Np],[phi*180/pi -phi*180/pi],'r')
hold off
% équivalence avec une décomposition en série de Fourier
pause
%Question 6
Np=3.3 ; % nombre de période
T=Np/f0; % durée d'acquisition
Fe=N/T; % fréquence d'échantillonnage

dt=1/Fe;% pas d'échantillonnage

t6=0:dt:T-dt; % vecteur temps

x6=x0+x1*cos(2*pi*f0*t6+phi); % signal
X6=fft(x6);
subplot(311)
stem(t6,x6);
title('Question 6 : représentation temporelle')
xlabel('temps (s)');
subplot(312)
stem(k,abs(X6));
title('représentation fréquentielle')
legend('module')
subplot(313)
stem(k,angle(X6)*180/pi);
title('représentation fréquentielle')
legend('phase en °')

% Remarque : biais de résolution, effet palissade, fuite spectrale,
%dispersion énergétique
% due à une FFT sur un nombre non entier de périodes
pause
%Question 7
Np=16 ; % nombre de période
Npp=64; % nombre de pts ar période
N=Np*Npp; % nombre de point total
T=Np/f0; % durée d'acquisition
Fe=N/T; % fréquence d'échantillonnage

dt=1/Fe;% pas d'échantillonnage

t7=0:dt:T-dt; % vecteur temps
k=0:N-1;

x7=x0+x1*cos(2*pi*f0*t7+phi); % signal

```

```

X7=fft(x7) ;
subplot(311)
plot(t7,x7);
title('Question 7 : représentation temporelle')
xlabel('temps (s)');
subplot(312)
stem(k,abs(X7));
title('représentation fréquentielle')
legend('module')
subplot(313)
plot(k,angle(X7)*180/pi);
title('représentation fréquentielle')
legend('phase en °')
hold on
stem([Np N-Np],[phi*180/pi -phi*180/pi],'r')
hold off

% Question 8
% TFD vue comme la généralisation des séries de Fourier sur des supports
% temporels quelconques et non limités à une période
% problème de biais de résolution et fuite spectrale lorsque le signal %n'est
pas numérisé sur un nombre entier de période
% interprétation de la phase à partir de l'axe réel (= cos)
% interprétation de la phase uniquement pour les fréquences dont les
% modules sont non nuls.
% lorsque les signaux DISCRETS sont représentés avec un grand nombre de
points, la représentation graphique peut être continue pour des raisons de
% lisibilité des graphes mais il s'agit bien de représenter une
% distribution et non une fonction. Il n'y a pas d'existence entre 2 points
% ... même si ils sont reliés pour des raisons de simplicité.
pause

% question 9

df=1/T ; % résolution spectrale

f=0:df:Fe-df; % création de l'abscisse fréquentiel

% passage du résultat brut FFT au spectre unilatéral (cf Transformée de
% Hilbert)
G7=X7/N*2 ;
G7(1)=G7(1)/ 2 ;
G7(N/2+1:N)=0;
% Remarque : La transformée de Fourier de Matlab produit un résultat qui
% dépend du nombre de point de numérisation : le résultat est à pondérer
% par N pour établir la correspondance avec les amplitudes temporelles
% Ensuite la représentation unilatérale du spectre (Gx au lieu de Sx :
% voir cours) reviens à réaliser une transformation de Hilbert du signal
% d'origine puis à en faire la FFT ...). Cette méthode conserve l'énergie.
% Les amplitudes dynamiques sont multipliées par deux, pas la composante
% statique (cf cours sur TF de sin, cos et exp)
% quelques commentaires sur les unités :
% temporel=V
% TF fréquentiel=V.dt=V/Fe=V/(N.df)=V.T/N ==> en V/Hz ou V.s
% TFD fréquentiel=V (cf définition TFD)=x[n]=xa
% xe(t)=V/s (intégrale dirac = 1)
% TF {xe(t)}=V.s/s=V

subplot(311)
plot(t7,x7);
title('Question 9 : représentation temporelle')

```

```

xlabel('temps (s)');
subplot(312)
stem(f,abs(G7));
title('représentation fréquentielle')
legend('module')
xlabel('fréquence (Hz)')
ylabel('amplitude (V)')
subplot(313)
plot(f,angle(G7)*180/pi);
title('représentation fréquentielle')
legend('phase')
xlabel('fréquence (Hz)')
ylabel('phase (°)')
hold on
stem(f(Np+1),phi*180/pi,'r')
hold off
pause

```

```

%question 10
f0=441 ;
x10=x0+x1*cos(2*pi*f0*t7+phi); % signal
X10=fft(x10);

```

```

G10=X10/N*2 ;
G10(1)=G10(1)/2 ;
G10(N/2+1:N)=0;

```

```

subplot(311)
plot(t7,x10);
title('Question 10 : représentation temporelle')
xlabel('temps (s)');
subplot(312)
stem(f,abs(G10));
title('représentation fréquentielle')
legend('module')
xlabel('fréquence (Hz)')
ylabel('amplitude (V)')
subplot(313)
plot(f,angle(G10)*180/pi);
title('représentation fréquentielle')
legend('phase')
xlabel('fréquence (Hz)')
ylabel('phase (°)')
hold on
stem(f(Np+1),phi*180/pi,'r')
hold off

```

```

% cas de repliement spectrale : Shannon n'est pas respecté :  $f_0 > F_e/2$ .
% Le résultat obtenu est identique à celui de la question précédente alors
% que la fréquence du signal est passée de 7 Hz à 441 Hz : il y a apparition
% d'une raie fantôme à  $F_e - f_0 = 448 - 441 = 7$  Hz dans le domaine
% d'interprétation =  $\{0 - F_e/2\}$ 
% Remarque : il est strictement impossible de s'affranchir de tous
% repliement spectrale après numérisation : le filtre anti-repliement est
% ANALOGIQUE et ne peut être qu'ANALOGIQUE
% Remarque : les systèmes d'acquisition contemporains pratiquent des
% techniques de filtrage anti repliement composées d'un filtre analogique à
% fréquence de coupure fixe (unique) (adapté à la fréquence d'échantillonnage
% max du système)

```

[illegible]