

ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ «ЛІНІЙНА АЛГЕБРА І АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ»

I. Загальна інформація

Заклад вищої освіти	Ніжинський державний університет імені Миколи Гоголя
Кафедра	Інформаційних технологій, фізико-математичних та економічних наук
Освітні програми	Середня освіта (Інформатика)
Рівень вищої освіти	перший (бакалаврський) рівень
Курс/семестр	1 курс; 1-2 семестри
Мова навчання	українська
Розробник/и	канд. фіз.-мат. наук, доц. Віра М.Б. канд. фіз.-мат. наук, доц. Тарасенко О.В.
Затверджено	засіданням кафедри протокол №2 від 30.08.2024 р.
Обсяг дисципліни	7 кредитів ЄКТС, що відповідає 210 академічним годинам I семестр: для денної форми здобуття вищої освіти: 90 годин, з яких 30 годин – аудиторне навчання (лекції – 12 год., практичні – 18 год.) і 60 годин – самостійна робота. для заочної форми здобуття вищої освіти: 10 годин – аудиторне навчання (лекції – 4 год., практичні – 6 год.) і 80 годин –самостійна робота. <i>Залік</i> II семестр: для денної форми здобуття вищої освіти: 120 годин, з яких 40 годин – аудиторне навчання (лекції – 16 год., практичні – 24 год.) і 80 годин – самостійна робота. для заочної форми здобуття вищої освіти: 12 годин – аудиторне навчання (лекції – 6 год., практичні – 6 год.) і 108 годин – самостійна робота. <i>Екзамен</i>
Статус дисципліни	обов'язкова

Метою вивчення дисципліни є розширення знань з аналітичної геометрії на площині та в просторі і лінійної алгебри, основи яких вивчають у закладах загальної середньої освіти, необхідних для розв'язання теоретичних та практичних задач; виробити навички математичного дослідження прикладних задач; прищепити студентам уміння самостійно вдосконалювати знання та вміння з математики.

Місце в структурно-логічній схемі освітньої програми

Пререквізити (алгебра та геометрія з шкільного курсу).

Постреквізити (математичний аналіз, дискретна математика, диференціальні рівняння)

II. Компетентності та результати навчання

2.1. Компетентності

Вивчення дисципліни у комплексі з іншими освітніми компонентами ОП сприяє набуттю здобувачами компетентностей:

ЗК5. Здатність до аналітичного та системного мислення, генерування нових ідей, виявлення та розв'язання проблем, ініціативності та підприємливості (підприємницька компетентність).

ФК18. Здатність використовувати програмні засоби загального та спеціального призначення для розв'язування прикладних задач з інформатики; застосовувати поняття і методи аналізу даних у різних галузях людської діяльності (ІТ-компетентність).

ФК21. Здатність розширювати загальнонауковий та математичний кругозір; усвідомлювати взаємозв'язок математики, фізики та інформатики як науки та життєвої практики і загального процесу дослідження та вивчення реального світу, інтегрувати новітні технології у навчання інформатики для розвитку міждисциплінарних навичок учнів та формування в них аналітичного і критичного мислення, творчого підходу до розв'язування задач (міждисциплінарна компетентність).

ФК22. Здатність виконувати комп'ютерний експеримент і завдання в галузі фізики, математики на основі досягнень сучасної науки і технологій, класичних і технічних теорій та методів, фізичних, математичних і комп'ютерних моделей (експериментальна компетентність).

2.2. Результати навчання

Вивчення навчальної дисципліни у комплексі з іншими освітніми компонентами ОП сприяє досягненню здобувачами таких програмних результатів навчання:

ПРН5. Уміння системно мислити та застосовувати творчі здібності до формування принципово нових ідей.

ПРН22. Здатність розробляти алгоритми розв'язування задач з інформатики, аналізувати складність та ефективність алгоритмів; реалізовувати алгоритми мовами програмування; обирати та застосовувати програмне забезпечення для розв'язування прикладних задач.

ПРН25. Знання та розуміння основних розділів математики та міжпредметних зв'язків з іншими науками, здатність використовувати математичні методи для досліджень процесів і явищ навколишньої дійсності, побудови і використання комп'ютерних моделей, уміння перетворювати словесний матеріал у математичні моделі, алгоритмізувати розв'язування прикладної задачі.

ПРН26. Уміння розробляти та реалізовувати проекти, що базуються на новітніх технологіях, інтегруючи знання з різних предметних галузей, створювати умови для командної роботи учнів, стимулюючи їх до активного експериментування та пошуку власних рішень.

III. Методи та засоби навчання

3.1. Методи навчання

Пояснювально-ілюстративні, репродуктивні, проблемний виклад, частково-пошукові, дослідницькі, дедуктивний та індуктивний методи, метод навчальної дискусії.

3.2. Інструменти, обладнання та програмне забезпечення, використання яких передбачає навчальна дисципліна

- підручники та посібники;
- доступ до мережі Інтернет;
- університетське віртуальне навчальне середовище – УНІКОМ.

IV. Зміст навчальної дисципліни

4.1. Анотація змісту за темами

СЕМЕСТР 1

РОЗДІЛ 1. МАТРИЦІ ТА СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ

Тема 1. Визначники. Матриці. Обернена матриця.

Визначники другого та третього порядків, їх властивості.

Ранг матриці. Елементарні перетворення. Обчислення оберненої матриці елементарними перетвореннями. Властивості оберненої матриці.

Мінори та алгебраїчні доповнення. Обчислення визначників n -го порядку.

Тема 2. Системи лінійних рівнянь

Системи лінійних рівнянь та їх елементарні перетворення. Сумісні, несумісні, визначені, невизначені, рівносильні системи лінійних рівнянь. Розв'язування системи

лінійних рівнянь методом послідовного виключення невідомих. Поняття загального розв'язку системи лінійних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків однорідної системи. Загальний розв'язок однорідної системи.

Матричний метод розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Дослідження і розв'язування лінійних систем двох і трьох рівнянь. Правило Крамера.

Тема 3. Комплексні числа та дії над ними

Алгебраїчна та тригонометрична форми комплексних чисел. Дії над комплексними числами. Піднесення комплексного числа до цілого степеня. Добування кореня з комплексного числа. Двочленні рівняння.

РОЗДІЛ 2. ЛІНІЙНІ ПРОСТОРИ Й ОПЕРАТОРИ

Тема 4. Лінійні векторні простори. Підпростори

Означення векторного простору. Приклади векторних просторів. Поняття про скінченновимірний і нескінченновимірний простори. Базис і розмірність векторного простору. Лінійна залежність векторів. Тривимірний векторний простір і його підпростори. Базис векторного простору. Координати вектора.

Координати вектора. Зв'язок між базисами. Перетворення координат вектора при переході до іншого базису.

Підпростори лінійного простору. Перетин, сума підпросторів. Лінійний многовид.

Тема 5. Евклідові простори

Евклідові простори. Приклади. Норма (довжина) вектора. Кут між векторами.

Процес ортогоналізації. Ортогональні та ортонормовані базиси евклідового простору.

Тема 6. Лінійні оператори. Операції над лінійними операторами

Означення і найпростіші властивості лінійних операторів. Приклади. Матриця лінійного оператора. Перетворення координат вектора під дією лінійного оператора.

Зв'язок між матрицями лінійного оператора в різних базисах.

Операції над лінійними операторами. Матриці лінійних операторів, які є сумою, добутком лінійних операторів, добутком лінійного оператора на число.

Область значень і ядро, ранг і дефект лінійного оператора.

Власні вектори, власні значення лінійного оператора. Лінійний оператор з простим спектром. Зведення матриці до діагонального вигляду.

СЕМЕСТР 2

РОЗДІЛ 3. ЛІНІЇ ПЕРШОГО І ДРУГОГО ПОРЯДКІВ НА ПЛОЩИНІ

Тема 7. Системи координат

Прямокутна система координат на площині і в просторі. Відстань між двома точками. Поділ відрізка в даному відношенні. Координати центра мас системи матеріальних точок.

Аналітичне задання фігури в прямокутній системі координат.

Полярна система координат. Зв'язок між полярною і прямокутною декартовою системами координат. Рівняння лінії в полярній системі координат.

Тема 8. Скалярний, векторний і мішаний добутки векторів

Скалярний добуток векторів, його властивості та застосування.

Векторний добуток векторів, його властивості. Геометричні та фізичні застосування.

Мішаний добуток векторів, його властивості.

Тема 9. Пряма лінія на площині

Різні способи задання прямої на площині. Загальне рівняння прямої. Розміщення прямої відносно системи координат. Взаємне розміщення двох прямих на площині. Геометричний зміст лінійної нерівності з двома змінними. Відстань від точки до прямої. Кут між двома прямими.

Тема 10. Лінії другого порядку

Еліпс. Канонічне рівняння еліпса, його властивості. Гіпербола. Канонічне рівняння гіперболи, її властивості. Парабола. Канонічне рівняння параболи, її властивості. Криві

другого порядку в полярній системі координат. Оптичні властивості кривих другого порядку. Загальне рівняння кривої другого порядку.

РОЗДІЛ 4. ПОВЕРХНІ ТА ЛІНІЇ У ПРОСТОРІ

Тема 11. Площина та пряма в просторі

Різні способи задання площини. Загальне рівняння площини. Розміщення площини відносно системи координат. Взаємне розміщення двох площин. Умови, які визначають півпростір. Відстань від точки до площини. Кут між двома площинами. Рівняння прямої у просторі. Взаємне розміщення двох прямих у просторі. Кут між двома прямими. Взаємне розміщення прямої і площини. Кут між прямою і площиною. Основні задачі на пряму і площину в просторі.

Тема 12. Поверхні другого порядку

Загальне рівняння поверхні другого порядку. Метод перерізів вивчення форми поверхні. Поверхні обертання. Циліндричні поверхні. Конічні поверхні. Еліпсоїд. Однопорожнинний гіперболоїд. Двопорожнинний гіперболоїд. Еліптичний параболоїд. Гіперболічний параболоїд. Прямолінійні твірні на поверхнях другого порядку.

4.2. Структура навчальної дисципліни

I семестр

№ з/п	Назви тем	Кількість годин									
		денна форма					заочна форма				
		усьог о	у тому числі				усьог о	у тому числі			
			л	п	ла б	с		л	п	ла б	с
Розділ 1. Матриці та системи лінійних рівнянь											
1	Визначники. Матриці. Обернена матриця	12	2	2		8	15	1	2		12
2	Системи лінійних рівнянь	16	2	4		10	14	1	1		12
3	Комплексні числа та дії над ними	14	2	4		8	13		1		12
Разом за розділом 1		42	6	10	0	26	42	2	4	0	36
Розділ 2. Лінійні простори й оператори											
4	Лінійні векторні простори. Підпростори	14	2	2		10	15	1			14
5	Евклідові простори	16	2	2		12	15	1			14
6	Лінійні оператори. Операції над лінійними операторами	18	2	4		12	18		2		16
Разом за розділом 2		48	6	8	0	34	48	2	2	0	44
Усього годин		90	12	18	0	60	90	4	6	0	80

II семестр

№ з/п	Назви тем	Кількість годин									
		денна форма					заочна форма				
		усього	у тому числі				усього	у тому числі			
			л	п	ла б	с		л	п	ла б	с

			л	п	ла б	с		л	п	ла б	с
Розділ 3. Лінії першого і другого порядків на площині											
1	Системи координат	16	2	2		1 2	18				18
2	Скалярний, векторний і мішаний добутки векторів	18	2	4		1 2	20	2			18
3	Пряма лінія на площині	22	4	4		1 4	22	2	2		18
4	Лінії другого порядку	24	4	6		1 4	20		2		18
Разом за розділом 3		80	1 2	1 6	0	5 2	80	4	4	0	72
Розділ 4. Поверхні та лінії у просторі											
5	Площина та пряма в просторі	20	2	4		1 4	20	2			18
6	Поверхні другого порядку	20	2	4		1 4	20		2		18
Разом за розділом 4		40	4	8	0	2 8	40	2	2	0	34
Усього годин		120	1 6	2 4	0	8 0	120	6	6	0	10 8

4.3. Тематика аудиторних занять та самостійної роботи
Теми лекцій

№ з/п	Назви тем	Кількість годин	
		денна	заочна
I семестр			
1	Визначники. Матриці. Обернена матриця	2	1
2	Системи лінійних рівнянь	2	1
3	Комплексні числа та дії над ними	2	
4	Лінійні векторні простори. Підпростори	2	1
5	Евклідові простори	2	1
6	Лінійні оператори. Операції над лінійними операторами	2	
Разом		12	4
II семестр			
7	Системи координат	2	
8	Скалярний, векторний і мішаний добутки векторів	4	
9	Пряма лінія на площині	4	2
10	Лінії другого порядку	6	2
11	Площина та пряма в просторі	4	
12	Поверхні другого порядку	4	2
Разом		16	6

Теми практичних занять

№ з/п	Назви тем	Кількість годин	
		денна	заочна
І семестр			
1	Визначники. Матриці. Обернена матриця	2	2

2	Системи лінійних рівнянь	4	1
3	Комплексні числа та дії над ними	4	1
4	Лінійні векторні простори. Підпростори	2	
5	Евклідові простори	2	
6	Лінійні оператори. Операції над лінійними операторами	4	2
Разом		18	6
II семестр			
7	Системи координат	2	
8	Скалярний, векторний і мішаний добутки векторів	4	
9	Пряма лінія на площині	4	2
10	Лінії другого порядку	6	2
11	Площина та пряма в просторі	4	
12	Поверхні другого порядку	4	2
Разом		24	6

Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		денна	заочна
1	Опрацювати за літературою доведення властивостей операцій над матрицями (підготувати конспект).	6	6
2	Опрацювати за літературою зв'язок між розв'язками системи лінійних неоднорідних рівнянь з розв'язками відповідної системи лінійних однорідних рівнянь.	4	6
3	Ознайомитись із розв'язуванням систем рівнянь матричним способом. Розв'язати системи рівнянь цим способом.	4	6
4	Ознайомитись з поняттями про скінченновимірний і нескінченновимірний простори.	4	6
5	Розібрати розклад лінійного простору в пряму суму лінійних підпросторів.	4	4
6	Вивчити ортогональне доповнення до підпростору.	4	4
7	Розглянути поняття подібних матриць і їх властивості.	4	4
8	Ознайомитись з поняттям оберненого лінійного оператора та з умовами його існування.	4	4
9	Ознайомитися з правилами обчислення визначників четвертого порядку	4	6
10	Повторити відомі з шкільного курсу геометрії основні відомості про вектори, систему координат на площині	4	6
11	Порівняти формулювання і доведення теореми про скалярний добуток векторів за шкільним підручником з геометрії	4	6
12	Ознайомитись з доведенням властивостей векторного і мішаного добутків векторів	4	6
13	Ознайомитися з нормальним рівнянням прямої на площині.	4	8
14	Вивести формулу для обчислення відстані між паралельними прямими	4	6
15	Вивчити властивості еліпса, гіперболи і параболи як конічних перерізів.	4	6
16	Розглянути різні способи побудови еліпса, гіперболи і параболи.	4	6
17	Ознайомитись з доведенням факту, що еліпсоїд, двопорожнинний гіперболоїд і еліптичний параболоїд не мають прямолінійних твірних.	4	6

18	Ознайомитися з побудовою зображень геометричних тіл, обмежених комбінаціями поверхонь другого порядку та площин.	4	6
19	Розглянути класифікацію поверхонь другого порядку	4	6
Разом		78	108

V. Система оцінювання

5.1. Форми проміжного та підсумкового контролю

Вид контролю / семестр	IV семестр			V семестр			
	P1	P2	Сума	P3	P4	Екзаме н	Сума
Проміжний контроль (контроль за розділами (тести))	0-40		0-100	0-20	0-20	0-30	0-100
Поточне оцінювання	0-10			0-10			
Контрольна робота	0-20			-			
Колоквіум	0-15			-			
ІРГР	0-15			0-20			

Проміжний контроль (контроль за розділами (тести / модульна контрольна робота)) – 1-2 завдання, які виконуються під час занять, оцінюються в 10 балів (по 5 балів кожне) і розраховані на 40 хвилин; включають в себе завдання з кількох тем розділу (або ж завдання у тестовій формі).

Завдання для самостійної роботи перевіряються під час колоквіуму, а виконання домашніх завдань – на перерві після заняття.

Колоквіум проводиться в позаурочний час в письмовій формі.

Індивідуальна розрахунково-графічна робота виконується протягом семестру студентами самостійно і здається для перевірки в кінці семестру (по закінченню вивчення дисципліни).

Поточне оцінювання обчислюється як подвоєне значення середнього арифметичного балів, одержаних на заняттях.

Екзамен обов'язковий. Студенти підвищують свій бал на екзамені, який оцінюється 30 балами.

Студент також може отримати додаткові заохочувальні бали (не більше 5) за виконання проблемних завдань, написання і захист реферату, участь у науковій роботі з дисципліни, математичних олімпіадах або конференціях, публікації статей, тощо.

5.2. Методи та засоби діагностики результатів навчання

Методи оцінювання: відповіді на практичних заняттях, розв'язування практичних задач, демонстрація практичних навичок, виконання індивідуальної розрахунково-графічної роботи, тестова перевірка, складання колоквіуму. Підсумкове оцінювання – залік/екзамен.

5.3. Критерії поточного (формульовального) оцінювання

Форми роботи	Критерії оцінювання	Розподіл формульованих балів
Практичне заняття	Здобувач у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, вільно, самостійно та аргументовано його викладає, глибоко та всебічно розкриває зміст теоретичних запитань та практичних завдань, використовуючи при цьому обов'язкову та додаткову літературу, вільно послуговується науковою термінологією, розв'язує задачі стандартним або оригінальним способом, наводить аргументи на підтвердження власних думок, здійснює аналіз та робить висновки.	5

	Здобувач достатньо повно володіє навчальним матеріалом, обґрунтовано його викладає, в основному розкриває зміст теоретичних запитань та практичних завдань, використовуючи при цьому обов'язкову літературу, розв'язує задачі стандартним способом, послуговується науковою термінологією. Але при висвітленні деяких питань не вистачає достатньої глибини та аргументації, допускаються при цьому окремі неістотні неточності та незначні помилки.	4
	Здобувач відтворює значну частину навчального матеріалу, висвітлює його основний зміст, виявляє елементарні знання окремих положень, записує основні формули, рівняння, закони. Не здатний до глибокого, всебічного аналізу, обґрунтування та аргументації, не користується необхідною літературою, допускає істотні неточності та помилки.	3
	Здобувач не володіє навчальним матеріалом у достатньому обсязі, проте фрагментарно, поверхово (без аргументації та обґрунтування) викладає окремі питання навчальної дисципліни, не розкриває зміст теоретичних питань і практичних завдань.	2
	Здобувач не в змозі викласти зміст більшості питань теми, володіє навчальним матеріалом на рівні розпізнавання явищ, допускає істотні помилки, відповідає на запитання, що потребують однослівної відповіді.	1
	Здобувач не володіє навчальним матеріалом та не в змозі його висвітлити, не розуміє змісту теоретичних питань та практичних завдань.	0

5.4. Критерії проміжного та підсумкового оцінювання

Бали	Критерії оцінювання
проміжний контроль у вигляді письмових робіт (у випадку, не тестових завдань) оцінювання кожного завдання	
5	Оцінюється завдання, що містить відповіді, в яких навчальний матеріал відтворюється в повному обсязі, відповідь правильна, обґрунтована, логічна, містить аналіз і систематизацію, зроблені аргументовані висновки. Практичне завдання виконане правильно, як з використанням типового алгоритму, так і за самостійно розробленим алгоритмом.
4	Оцінюється завдання, що містить відповіді, в яких відтворюється значна частина навчального матеріалу. Здобувач виявляє знання і розуміння основних положень з навчальної дисципліни, певною мірою може аналізувати матеріал, порівнювати та робити висновки. У відповідях допущені несуттєві помилки, має місце недостатня аргументованість при викладенні матеріалу або незначні помилки при розв'язуванні завдань.
3	Оцінюється завдання, що містить відповіді, в яких відтворюються основні положення навчального матеріалу на рівні запам'ятовування без достатнього розуміння; студент у цілому оволодів суттю питань з даної теми, виявляє знання лекційного матеріалу, навчальної літератури, намагається аналізувати факти й події, робити висновки. Припускається грубих помилок при висвітленні теоретичного матеріалу. У практичних завданнях припущені несуттєві помилки.
2	Оцінюється завдання, що містить відповіді на рівні елементарного відтворення окремих фактів, елементів, об'єктів, фрагментів навчального матеріалу. Здобувач

	висвітлив питання неправильно, безсистемно, з помилками, відсутні розуміння основної суті питань, висновки, узагальнення.
1	Оцінюється завдання, що не виконане, або містить відповіді на рівні елементарного відтворення окремих фактів, елементів, об'єктів, фрагментів навчального матеріалу. У відповідях та практичному завданні припущені суттєві помилки.
0	Оцінюється завдання, що не виконане.
проміжний контроль у вигляді тестових завдань	
1	Кількість балів за правильну відповідь на 1 питання
	Критеріями оцінювання є: повнота відповіді, здатність до критичного аналізу теоретичного матеріалу, вміння наводити аргументи та робити висновки.

VI. Рекомендовані джерела інформації

6.1. Основні

1. Ваврикович Л.В. Аналітична геометрія і лінійна алгебра: Навчальний посібник для студентів фізико-математичного факультету. Частина I. Ніжин: Вид-во НДУ ім. Миколи Гоголя, 2009. 171 с.
2. Ваврикович Л.В. Методичні рекомендації до розв'язування задач з розділу «Елементи векторної алгебри і метод координат»: посібник. Ніжин: Вид-во НДУ ім. М. Гоголя, 2010. 60 с.
3. Завало С.Т., Левіщенко С.С., В.В. Пилаєв, Рокицький І.А. Алгебра і теорія чисел. Практикум. Ч. 1, 2. К.: Вища школа, 1983.
4. Завало С.Т. Курс алгебри. К.: Вища школа, 1985.
5. Курниш А.В. Лінійна алгебра: навчальний посібник. Ч.1, 2. Ніжин, 2005.
6. Яковець В.П., Боровик В.Н., Ваврикович Л.В. Аналітична геометрія: Навчальний посібник. Суми: ВТД „Університетська книга”, 2004. 296 с.
7. Яковець В.П., Боровик В.Н., Мельник В.Л., Ваврикович Л.В. Аналітична геометрія на площині. Практикум. Ніжин: НДУ ім. М. Гоголя, 2005. 269 с.
8. Яковець В.П., Боровик В.Н., Мельник В.Л., Ваврикович Л.В. Аналітична геометрія в просторі. Практикум. Ніжин: НДУ ім. М. Гоголя, 2005. 269 с.

6.2. Додаткові

1. Яковець В.П., Ваврикович Л.В. Аналітична геометрія на площині: Навчальний посібник. Ніжин: НДПУ, 2001. 146 с Ваврикович Л.В..
2. Яковець В.П., Ваврикович Л.В., Боровик В.Н., Аналітична геометрія в просторі: Навчальний посібник. Ніжин: НДПУ, 2002. 146 с.
3. Яковець В.П., Циганок Л.В. Методичні рекомендації та завдання для самостійної роботи з аналітичної геометрії у просторі. Ніжин: НДПІ, 1989. 48 с.
4. Яковець В.П. Циганок Л.В., Ваврикович Л.В. Методичні рекомендації та завдання для самостійної роботи з аналітичної геометрії на площині. Ніжин: НДПІ, 1990. 55 с.
5. Johnston N. Introduction to Linear and Matrix Algebra. Springer International Publishing AG, 2021. ISBN 9783030528102.
6. Cohen M. X. Linear Algebra Theory, Intuition, Code : Theory, Intuition, Code. Sincxpress BV. P. 580. ISBN 9789083136608.