# Formules de Koelsch pour le calcul des ombres — Version généralisée

Ce document présente une théorie complète sur le calcul de l’ombre projetée par un objet, selon trois situations physiques distinctes de propagation des rayons lumineux : parallèles, convergents, et divergents. L’objectif est de fournir un modèle mathématique rigoureux et universel, fondé sur les *Formules de Koelsch*, permettant de calculer avec précision la surface de l’ombre projetée, même pour des objets courbes.

## I. 🔷 Théorie de la distance de l’ombre

### 1. Objet droit avec rayons parallèles

Formule : $L = H / \tan(\alpha)$
Où :
- L est la longueur de l’ombre projetée
- H est la hauteur de l’objet
- $\alpha$ est l’angle d’incidence des rayons

### 2. Objet oblique avec rayons parallèles

Formule : $L = (H * (\tan(\alpha) + \tan(\beta))) / (\tan(\alpha) * \tan(\beta))$
Où :
- $\beta$ est l’angle d’inclinaison de l’objet

### 3. Objet avec rayons convergents

Formule : $L = \varepsilon / (2 * \tan(\delta))$
Avec : $\delta = \arctan(\varepsilon / (4 * \varphi))$
Où :
- $\varepsilon$ est la largeur de l'objet
- $\varphi$ est la profondeur de l’objet

## II. 🟦 Formules d'aire — Trois cas physiques

### 1. Cas des rayons parallèles

Formule locale : $A(x) = \varepsilon(x) * H(x) / \tan(\alpha(x))$
Formule symétrisée :
$A_{sym}^{Koelsch\_parallèles} = (1/n) * \Sigma_{k=1}^{n} (1/2) * [\varepsilon(x_k) * H(x_k) / \tan(\alpha(x_k)) + \varepsilon(\varepsilon - x_k) * H(\varepsilon - x_k) / \tan(\alpha(\varepsilon - x_k))]$

### 2. Cas des rayons convergents

Formule locale : $A(x) = \varepsilon(x)^2 / (4 * \tan(\delta(x)))$
Avec : $\delta(x) = \arctan(\varepsilon(x) / (4 * \varphi(x)))$
Formule symétrisée :
$A_{sym}^{Koelsch\_convergents} = (1/n) * \Sigma_{k=1}^{n} (1/2) * [\varepsilon(x_k)^2 / (4 * \tan(\delta(x_k))) + \varepsilon(\varepsilon - x_k)^2 / (4 * \tan(\delta(\varepsilon - x_k)))]$

### 3. Cas des rayons divergents

Formule locale :
$A(x) = D(x)^2 * \tan(\mu(x)) - (\varepsilon(x) * C(x)) / 2$
Où :
- $D(x) = C(x) + \varphi(x) + L(x)$
- $C(x)$ est la distance entre l'objet et la source ponctuelle

Formule symétrisée :
$A_{sym}^{Koelsch\_divergents} = (1/n) * \Sigma_{k=1}^{n} (1/2) * [A(x_k) + A(\varepsilon - x_k)]$

## III. 🔄 Méthode de progression de Koelsch (rétrécissement)

Cette méthode permet d'estimer avec précision l'aire projetée d'un objet courbe en raffinant progressivement les extrémités vers le centre. C'est une méthode numérique originale fondée sur l'**exclusion progressive des bords** :

Étapes :
1. Partir de l'intervalle complet $[0, \varepsilon]$, et calculer l'aire globale.
2. À chaque étape, on retire une fine tranche e aux extrémités et on calcule l'aire sur l'intervalle réduit $[e, \varepsilon - e]$.
3. On augmente e progressivement, par exemple par pas réguliers.
4. À chaque fois, on calcule l'aire correspondante (en utilisant les formules locales ci-dessus).
5. Enfin, on effectue la **moyenne des aires obtenues**.

Cette technique permet d'obtenir une aire moyenne plus représentative que celle obtenue uniquement sur les extrémités ou sur une division linéaire de l'objet.

## IV. ✅ Exemple d'application avec rétrécissement (rayons convergents)

Soit un objet d'épaisseur $\varepsilon = 2$ cm et de profondeur $\varphi = 5$ cm.

Étapes de la méthode :
On choisit ici 3 valeurs du pas e :
- $e_1 = 0$ (plein intervalle)
- $e_2 = 0.25$
- $e_3 = 0.5$

On calcule pour chaque sous-intervalle $[e_i, \varepsilon - e_i]$ :

1. Intervalle [0, 2] :
$\delta = \arctan(2 / (4 * 5)) = \arctan(0.1)$
$A_1 = (2^2) / (4 * 0.1) = 10\ cm^2$

2. Intervalle [0.25, 1.75] :
$\varepsilon = 1.5$, $\delta = \arctan(1.5 / (4 * 5)) = \arctan(0.075)$
$A_2 = (1.5^2) / (4 * 0.075) \approx 7.5\ cm^2$

3. Intervalle [0.5, 1.5] :
$\varepsilon = 1.0$, $\delta = \arctan(1 / (4 * 5)) = \arctan(0.05)$
$A_3 = (1^2) / (4 * 0.05) = 5\ cm^2$

Moyenne finale :
$A_{prog} = (A_1 + A_2 + A_3) / 3 = (10 + 7.5 + 5) / 3 = 7.5\ cm^2$

Remarque : toutes les formules et concepts de ce document sont originaux et ont été entièrement développés par Enzo Koelsch, dans le cadre d'une réflexion personnelle sur la physique géométrique de la lumière.