BÀI 4. VI PHÂN

A. KIẾN THỨC SÁCH GIÁO KHOA CẦN NẮM

1. Định nghĩa

Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $(a;b)$ và có đạo hàm tại $x\in(a;b).$ Giả sử Δx là số gia của x.

Ta gọi tích $f'(x)\Delta x$ là vi phân của hàm số $y=f(x)$ tại x ứng với số gia $\Delta x,$ kí hiệu là $df(x)$ hoặc $dy,$ tức là : $\boxed{dy=df(x)=f'(x)\Delta x.}$

Chú ý:

Áp dụng định nghĩa trên vào hàm số $y=x$ ta có

$$dx=d(x)=x'\Delta x=1.\Delta x=\Delta x.$$

Do đó, với hàm số $y=f(x)$ ta có

$$dy=df(x)=f'(x)dx.$$

2. Ứng dụng phép tính gần đúng

$$\boxed{f(x_0+\Delta x)\approx f(x_0)+f'(x_0)\Delta x}$$

B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN TRẮC NGHIỆM

Dạng 1: Tìm vi phân của hàm số y=f(x)

1. Phương pháp

✔ Tính đạo hàm y=f(x)

✔ Vi phân của hàm số y=f(x) tại x là $df(x)=f'(x)dx$

✔ Vi phân của hàm số y=f(x) tại x_0 là $df(x_0)=f'(x_0)dx$

2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng

Ví dụ 1: Vi phân của hàm số $f(x)=3x^2-x$ tại điểm $x=2$, ứng với $\Delta x=0,1$ là:

A. $-0,07.$ **B.** $10.$

C. $1,1.$ **D.** $-0,4.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN C

Ta có: $f'(x)=6x-1\Rightarrow f'(2)=11$

$df(2)=f'(2)\Delta x=11.0,1=1,1$

Ví dụ 2: Vi phân của hàm số $y=2x^5-\frac{2}{x}+5$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $dy=\left(10x^4+\frac{2}{x^2}+5\right)dx.$ **B.** $dy=\left(10x^4-\frac{2}{x^2}\right)dx.$

C. $dy=\left(10x^4+\frac{2}{x^2}\right)dx.$ **D.** $dy=\left(10x+\frac{2}{x^2}\right)dx.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN C

$y=2x^5-\frac{2}{x}+5$ thì $y'=10x^4+\frac{2}{x^2}$. Vậy $dy=\left(10x^4+\frac{2}{x^2}\right)dx.$

Vi dụ 3: Vi phân của hàm số $y=\sqrt{x^2-5x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $dy=\frac{1}{2\sqrt{x^2-5x}}dx.$ **B.** $dy=\frac{2x-5}{\sqrt{x^2-5x}}dx.$

C. $dy=-\frac{2x-5}{2\sqrt{x^2-5x}}dx.$ **D.** $dy=\frac{2x-5}{2\sqrt{x^2-5x}}dx.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN D

$y=\sqrt{x^2-5x}$ thì $y'=\frac{2x-5}{2\sqrt{x^2-5x}}.$ Vậy $dy=\frac{2x-5}{2\sqrt{x^2-5x}}dx.$

Ví dụ 4: Vi phân của hàm số $y=\frac{2x+3}{2x-1}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $dy = -\dfrac{7}{(2x-1)^2}dx.$ **B.** $dy = -\dfrac{8}{(2x-1)^2}dx.$

C. $dy = -\dfrac{4}{(2x-1)^2}dx.$ **D.** $dy = \dfrac{4}{(2x-1)^2}dx.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN B

$y = \dfrac{2x+3}{2x-1}$ thì $y' = -\dfrac{8}{(2x-1)^2}$. Vậy $dy = -\dfrac{8}{(2x-1)^2}dx$.

Ví dụ 5: Vi phân của hàm số $y = \tan 5x$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $dy = \dfrac{5}{\cos^2 5x}dx.$ **B.** $dy = \dfrac{5x}{\cos^2 5x}dx.$

C. $dy = -\dfrac{5}{\cos^2 5x}dx.$ **D.** $dy = -\dfrac{5}{\sin^2 5x}dx.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN A

$y = \tan 5x$ thì $y' = \dfrac{5}{\cos^2 5x}$. Vậy $dy = \dfrac{5}{\cos^2 5x}dx.$

Ví dụ 6: Vi phân của hàm số $y = \sqrt{\cos x}$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $dy = \dfrac{\cos x}{2\sqrt{\cos x}}dx.$ **B.** $dy = \dfrac{\sin x}{2\sqrt{\cos x}}dx.$

C. $dy = \dfrac{-\sin x}{\sqrt{\cos x}}dx.$ **D.** $dy = \dfrac{-\sin x}{2\sqrt{\cos x}}dx.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN D

$y = \sqrt{\cos x}$ thì $y' = \dfrac{-\sin x}{2\sqrt{\cos x}}$. Vậy $dy = \dfrac{-\sin x}{2\sqrt{\cos x}}dx.$

Ví dụ 7: Vi phân của hàm số $y=\sin\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $dy=\cos\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)dx.$ **B.** $dy=-2\cos\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)dx.$

C. $dy=-\cos\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)dx.$ **D.** $dy=2\cos\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)dx.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN B

$y=\sin\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)$ thì $y'=-2\cos\left(\frac{\pi}{3}-2x\right).$ Vậy $dy=-2\cos\left(\frac{\pi}{3}-2x\right)dx.$

Ví dụ 8: Cho hàm số $y=5\sin 2x.$ Vi phân của hàm số tại $x=\frac{\pi}{3}$ là:

A. $dy=5dx.$ **B.** $dy=10\cos 2xdx.$

C. $dy=-10\cos 2xdx.$ **D.** $dy=-5dx.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN D

$y=5\sin 2x\Rightarrow y'=10\cos 2x.$

$dy=y'dx\Rightarrow dx=10\cos 2xdx.$

Vi phân của hàm tại $x=\frac{\pi}{3}: dy=10\cos\left(2.\frac{\pi}{3}\right)dx.$

$dy=-5dx.$

Ví dụ 9: Cho hàm số $y=\frac{x+3}{1-2x}.$ Vi phân của hàm số tại $x=-3$ là:

A. $dy=\frac{1}{7}dx.$ **B.** $dy=7dx.$ **C.** $dy=-\frac{1}{7}dx.$ **D.** $dy=-7dx.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN A

$$y=\frac{x+3}{1-2x}\Rightarrow y'=\frac{7}{(1-2x)^2}\Rightarrow y'(-3)=\frac{7}{49}=\frac{1}{7}.$$

$\Rightarrow$ Vi phân của hàm số tại $x=-3$ là: $dy=\frac{1}{7}dx$.

Ví dụ 10: Cho hàm số $y=\sin(\sin x).$ Vi phân của hàm số tại x là:

A. $dy=\cos(\sin x)dx.$ **B.** $dy=\sin x(\cos x)dx.$

C. $dy=\cos(\sin x)\cos x dx.$ **D.** $dy=\cos(\sin x)\sin x dx.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN C

Ví dụ 11: Cho hàm số $y=\tan\sqrt{x}.$ Vi phân của hàm số tại x là:

A. $dy=\frac{1}{2\sqrt{x}\cos\sqrt{x}}dx.$ **B.** $dy=\frac{1}{2\sqrt{x}\cos^2 x}dx.$

C. $dy=\frac{1}{2\sqrt{x}\cos^2\sqrt{x}}dx.$ **D.** $dy=\frac{1}{2\sqrt{x}\cos^2\sqrt{x}dx}.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN C

$$y=\tan\sqrt{x}\Rightarrow y'=\frac{1}{2\sqrt{x}\cos^2\sqrt{x}}.$$

$$dy=\frac{1}{2\sqrt{x}\cos^2\sqrt{x}}dx.$$

Ví dụ 12: Cho hàm số $y=\cos^2 2x.$ Vi phân của hàm số tại x là:

A. $dy=4\cos 2x\sin 2x dx.$ **B.** $dy=2\cos 2x\sin 2x dx.$

C. $dy=-4\cos 2x\sin 2dx.$ **D.** $dy=-2\cos 2x\sin 2x dx.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN C

$y = \cos^2 2x \Rightarrow y' = -2\cos 2x.2\sin 2x = -4\cos 2x\sin 2x.$

$dy = -4\cos 2x\sin 2dx.$

Ví dụ 13: Vi phân của hàm số $y = \sqrt{x^2 + 3x - 1}$ là:

A. $dy = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + 3x - 1}}dx.$ **B.** $dy = \dfrac{2x + 3}{\sqrt{x^2 + 3x - 1}}dx.$

C. $dy = \dfrac{1}{2\sqrt{x^2 + 3x - 1}}dx.$ **D.** $dy = \dfrac{2x + 3}{2\sqrt{x^2 + 3x - 1}}dx.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN D

Ta có:

$$y = \sqrt{x^2 + 3x - 1} \Rightarrow dy = \left(\sqrt{x^2 + 3x - 1}\right)' dx = \frac{\left(x^2 + 3x - 1\right)'}{2\sqrt{x^2 + 3x - 1}}dx = \frac{2x + 3}{2\sqrt{x^2 + 3x - 1}}dx$$

Ví dụ 14: Vi phân của hàm số $y = \sqrt{3x + 1} + \sqrt{x + 1}$ là:

A. $dy = \left(\dfrac{3}{2\sqrt{3x + 1}} + \dfrac{1}{2\sqrt{x + 1}}\right)dx.$ **B.** $dy = \left(\dfrac{3}{\sqrt{3x + 1}} + \dfrac{1}{\sqrt{x + 1}}\right)dx.$

C. $dy = \left(\dfrac{1}{2\sqrt{3x + 1}} + \dfrac{1}{2\sqrt{x + 1}}\right)dx.$ **D.** $dy = \left(\dfrac{1}{\sqrt{3x + 1}} + \dfrac{1}{\sqrt{x + 1}}\right)dx.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN A.

Ta có:

$$y = \sqrt{3x + 1} + \sqrt{x + 1} \Rightarrow dy = \left(\sqrt{3x + 1} + \sqrt{x + 1}\right)' dx = \left(\frac{\left(3x + 1\right)'}{2\sqrt{3x + 1}} + \frac{\left(x + 1\right)'}{2\sqrt{x + 1}}\right)dx$$

$$= \left(\frac{3}{2\sqrt{3x + 1}} + \frac{1}{2\sqrt{x + 1}}\right)dx$$

Ví dụ 15: Vi phân của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-2x+3}}{2x+1}$ là:

A. $dy=\dfrac{x-7}{(2x+1)^2\sqrt{x^2-2x+3}}dx.$ **B.** $dy=\dfrac{3x-7}{(2x+1)^2\sqrt{x^2-2x+3}}dx.$

C. $dy=\dfrac{3x-7}{(2x+1)^2}dx.$ **D.** $dy=\dfrac{(3x-7)\sqrt{x^2-2x+3}}{(2x+1)^2}dx.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN B

Ta có: $y=\dfrac{\sqrt{x^2-2x+3}}{2x+1}\Rightarrow dy=y'dx=\dfrac{3x-7}{(2x+1)^2\sqrt{x^2-2x+3}}dx$.

Ví dụ 16: Vi phân của hàm số $y=\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)^{10}$ là:

A. $dy=\dfrac{5\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)^5}{\sqrt{x^2+1}}dx.$ **B.** $dy=\dfrac{5\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)^{10}}{\sqrt{x^2+1}}dx.$

C. $dy=\dfrac{10\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)^9}{\sqrt{x^2+1}}dx.$ **D.** $dy=\dfrac{10\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)^{10}}{\sqrt{x^2+1}}dx.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN D

Ta có: $y=\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)^{10}$

$$\Rightarrow dy=y'dx=10\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)^9.\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}+1\right)dx=\frac{10\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)^{10}}{\sqrt{x^2+1}}dx.$$

3. Bài tập rèn luyện tốc độ

Câu 1: Cho hàm số $y=\dfrac{1-x^2}{1+x^2}.$ Vi phân của hàm số tại x là:

A. $dy=\dfrac{-4}{\left(1+x^2\right)^2}dx.$ **B.** $dy=\dfrac{-4x}{\left(1+x^2\right)^2}dx.$

C. $dy=\dfrac{-dx}{\left(1+x^2\right)^2}.$ **D.** $dy=\dfrac{-4}{1+x^2}dx.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN B

Câu 2: Vi phân của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x^2+x-2}$ là:

A. $dy=\dfrac{-2x^2-2x-5}{\left(x^2+x-2\right)^2}dx.$ **B.** $dy=\dfrac{x^2-x-5}{\left(x^2+x-2\right)^2}dx.$

C. $dy=\dfrac{-2x^2+x-1}{\left(x^2+x-2\right)^2}dx.$ **D.** $dy=\dfrac{2x-5}{\left(x^2+x-2\right)}dx.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN A

Ta có: $dy=y'dx=\dfrac{\left(2x+1\right)'\left(x^2+x-2\right)-\left(2x+1\right)\left(x^2+x-2\right)'}{\left(x^2+x-2\right)^2}=\dfrac{-2x^2-2x-5}{\left(x^2+x-2\right)^2}dx$.

Câu 3: Vi phân của hàm số $y=\left(5x-3\right)\sqrt{9x^2+1}$ là:

A. $dy=\dfrac{-2x+3}{2\sqrt{9x^2+1}}dx$. **B.** $dy=\dfrac{90x^2-27x+5}{\sqrt{9x^2+1}}dx$.

C. $dy=-\dfrac{5}{\sqrt{9x^2+1}}dx$. **D.** $dy=\dfrac{x^2-2x+2}{\sqrt{9x^2+1}}dx$.

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN B

Ta có:

$$dy = y'dx = \left[\left(5x-3\right)' \sqrt{9x^2+1} + \left(5x-3\right)\left(\sqrt{9x^2+1}\right)' \right] dx$$

$$= 5\sqrt{9x^2+1} + \left(5x-3\right)\frac{\left(9x^2+1\right)'}{2\sqrt{9x^2+1}} = 5\sqrt{9x^2+1} + \left(5x-3\right).\frac{18x}{2\sqrt{9x^2+1}}$$

$$= 5\sqrt{9x^2+1} + \left(5x-3\right)\frac{9x}{\sqrt{9x^2+1}}$$

$$= \frac{5\left(9x^2+1\right)+\left(5x-3\right)9x}{\sqrt{9x^2+1}} = \frac{90x^2-27x+5}{\sqrt{9x^2+1}}$$

Câu 4: Vi phân của hàm số $y = \sin^2 x + \cos 2x - x$ là:

A. $dy = \left(1-\cos 2x\right)dx.$

B. $dy = \left(x+\sin 2x\right)dx.$

C. $dy = -\left(\sin 2x+1\right)dx.$

D. $dy = \left(\sin 2x+1\right)dx.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN C

Ta có: $dy = y'dx = \left[2\sin x\left(\sin x\right)' - \sin 2x.\left(2x\right)' - 1 \right] dx$

$$= \left[2\sin x\cos x - 2\sin 2x - 1 \right] dx = -\left(\sin 2x+1\right)dx$$

Câu 5: Vi phân của hàm số $y = \sqrt{1+2\tan x}$ là:

A. $dy = \frac{\tan x}{\sqrt{1+2\tan x}}dx.$

B. $dy = \frac{1+\tan^2 x}{2\sqrt{1+2\tan x}}dx.$

C. $dy = \frac{2\tan x}{\sqrt{1+2\tan x}}dx.$

D. $dy = \frac{1+\tan^2 x}{\sqrt{1+2\tan x}}dx.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN D

Ta có: $y = \sqrt{1+2\tan x} \Rightarrow dy = y'dx = \left(\sqrt{1+2\tan x}\right)' dx$

$$= \left(\frac{\left(1+2\tan x\right)'}{2\sqrt{1+2\tan x}} \right) dx = \frac{1+\tan^2 x}{\sqrt{1+2\tan x}} dx$$

.

Câu 6: Vi phân của hàm số $y = \frac{2-2x+x^2}{x^2-1}$ là:

A. $dy = \frac{-2x^2-6x+2}{\left(x^2-1\right)^2} dx.$

B. $dy = \frac{-6x+2}{\left(x^2-1\right)^2} dx.$

C. $dy = \frac{-2x-3}{\left(x^2-1\right)^2} dx.$

D. $dy = \frac{-2x^2-x+1}{\left(x^2-1\right)^2} dx.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN A

Ta có: $y = \frac{2-2x+x^2}{x^2-1} \Rightarrow dy = y'dx = \left(\frac{2-2x+x^2}{x^2-1} \right)' dx = \frac{-2x^2-6x+2}{\left(x^2-1\right)^2} dx.$

Câu 7: Cho hàm số $y = f\left(x\right) = \left(x-1\right)^2$. Biểu thức nào sau đây chỉ vi phân của hàm số f?

A. $dy = 2\left(x-1\right)dx.$

B. $dy = \left(x-1\right)^2 dx.$

C. $dy = 2\left(x-1\right)dx.$

D. $dy = \left(x-1\right)dx.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN A

Câu 8: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ được xác định bởi biểu thức $\sin y = \cos x$ và $0 < x, y < \frac{\pi}{2}$. Chọn kết quả đúng:

A. $y' = \tan x.$ **B.** $y' = -\tan x.$ **C.** $y' = 1.$ **D.** $y' = -1.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN D

$\cos y dy = -\sin x dx.$

$\Rightarrow y' = \dfrac{-\sin x}{\cos y} = \dfrac{-\sin x}{\sqrt{1-\sin^2 y}} = \dfrac{-\sin x}{\sqrt{1-\cos^2 x}} = \dfrac{-\sin x}{|\sin x|} = -1$

Câu 9: Xét hàm số $y = f(x) = \sqrt{1+\cos^2 2x}.$ Chọn câu đúng:

A. $df(x) = \dfrac{-\sin 4x}{2\sqrt{1+\cos^2 2x}} dx.$ **B.** $df(x) = \dfrac{-\sin 4x}{\sqrt{1+\cos^2 2x}} dx.$

C. $df(x) = \dfrac{\cos 2x}{\sqrt{1+\cos^2 2x}} dx.$ **D.** $df(x) = \dfrac{-\sin 2x}{\sqrt{1+\cos^2 2x}} dx.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN B

$df(x) = \dfrac{\left(1+\cos^2 2x\right)'}{2\sqrt{1+\cos^2 2x}} = \dfrac{-\sin 4x}{\sqrt{1+\cos^2 2x}} dx.$

Câu 10: Vi phân của hàm số $y = 2x^3 - \sqrt{x} + 1$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $dy = \left(6x^2 + \dfrac{1}{2\sqrt{x}} + 1\right) dx.$ **B.** $dy = \left(6x^2 + \dfrac{1}{2\sqrt{x}}\right) dx.$

C. $dy = \left(6x^2 - \dfrac{1}{2\sqrt{x}}\right) dx.$ **D.** $dy = \left(6x^2 - \dfrac{2}{\sqrt{x}}\right) dx.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN C

$y = 2x^3 - \sqrt{x} + 1 \Rightarrow y' = 6x^2 - \dfrac{1}{2\sqrt{x}}.$

Do đó: $dy = \left(6x^2 - \dfrac{1}{2\sqrt{x}}\right) dx.$

Câu 11: Cho hàm số $y = \dfrac{x+3}{1-2x}$. Vi phân của hàm số tại $x = -3$ là:

A. $dy = \frac{1}{7}dx.$ **B.** $dy = 7dx.$

C. $dy = -\frac{1}{7}dx.$ **D.** $dy = -7dx.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN A

Ta có $y' = \frac{7}{(1-2x)^2} \Rightarrow y'(-3) = \frac{1}{7}$. Do đó $dy = \frac{1}{7}dx.$

Câu 12: Vi phân của $y = \tan 5x$ là:

A. $dy = \frac{5x}{\cos^2 5x}dx.$ **B.** $dy = -\frac{5}{\sin^2 5x}dx.$

C. $dy = \frac{5}{\cos^2 5x}dx.$ **D.** $dy = -\frac{5}{\cos^2 5x}dx.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN C

$y = \tan 5x \Rightarrow y' = \frac{5}{\cos^2 5x}$. Do đó $dy = \frac{5}{\cos^2 5x}dx$

Câu 13: Cho hàm số $y = \cos^2 2x$. Vi phân của hàm số là:

A. $dy = 4\cos 2x \sin 2xdx.$ **B.** $dy = 2\cos 2x \sin 2xdx.$

C. $dy = -2\cos 2x \sin 2xdx.$ **D.** $dy = -2\sin 4xdx.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN D

Ta có: $dy = d\left(\cos^2 2x\right) = 2\cos 2x.(\cos 2x)'dx = -4\cos 2x.\sin 2xdx = -2\sin 4xdx.$

Câu 14: Cho hàm số $y = \tan\sqrt{x}$. Vi phân của hàm số là:

A. $dy=\dfrac{1}{2\sqrt{x}\cos^2 x}dx.$ **B.** $dy=\dfrac{1}{\sqrt{x}\cos^2\sqrt{x}}dx.$

C. $dy=\dfrac{1}{2\sqrt{x}\cos\sqrt{x}}dx.$ **D.** $dy=\dfrac{1}{2\sqrt{x}\cos^2\sqrt{x}}dx.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN D

Ta có : $dy=d\left(\tan\sqrt{x}\right)=\left(\dfrac{1}{\cos^2\sqrt{x}}\right).(\sqrt{x})'dx=\dfrac{1}{2\sqrt{x}.\cos^2\sqrt{x}}dx.$

Câu 15 : Cho hàm số $y=\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$. Vi phân của hàm số là:

A. $dy=\dfrac{-4x}{\left(1+x^2\right)^2}dx.$ **B.** $dy=\dfrac{-4}{\left(1+x^2\right)^2}dx.$

C. $dy=\dfrac{-4}{1+x^2}dx.$ **D.** $dy=\dfrac{-dx}{\left(1+x^2\right)^2}.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN D

Ta có : $dy=d\left(\dfrac{1-x^2}{1+x^2}\right)=\dfrac{-4x}{(1+x^2)^2}dx.$

Dạng 2: Tính gần đúng giá trị của một biểu thức

1. Phương pháp

Lập hàm số $y=f(x)$ và chọn $x_0,\ \Delta x$ một cách thích hợp

1. Tính đạo hàm $f'(x),f'(x_0)$ và $f(x_0)$
2. Giá trị gần đúng của biểu thức $P=f(x_0+\Delta x)\approx f(x_0)+f'(x_0)\Delta x.$

2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng

Ví dụ 1: Dùng vi phân tính gần đúng $\sqrt[3]{26,7}$ có giá trị là:

A. $2,999.$ **B.** $2,98.$ **C.** $2,97.$ **D.** $2,89.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN A

Xét $f(x)=\sqrt[3]{x}$ thì $f'(x)=\dfrac{1}{3.\sqrt[3]{x^2}}$. Cho $x_0=27,\ \Delta x=-0,3.$

Theo công thức gần đúng $f(x_0+\Delta x)\approx f'(x_0).\Delta x+f(x_0)$

$$\Rightarrow \sqrt[3]{27,3}\approx \sqrt[3]{27}+\frac{1}{27}(-0,3)\approx 2,999.$$

Ví dụ 2: Dùng vi phân tính gần đúng $\sin 29^\circ$ có giá trị là:

A. $0,4849.$ **B.** $0,5464.$ **C.** $0,4989.$ **D.** $0,4949.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN A

Xét $f(x)=\sin x$ với $29^\circ=\dfrac{\pi}{6}-\dfrac{\pi}{180}\ \ (\text{rad}).$

Có $f'(x)=\cos x.$

Chọn $x_0=\dfrac{\pi}{6}$,

$$\Delta x=-\frac{\pi}{180}\Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\pi}{180}\right)\approx \sin\frac{\pi}{6}+\cos\left(\frac{\pi}{6}\right).\left(-\frac{\pi}{180}\right)\approx 0,4849.$$

3. Bài tập rèn luyện tốc độ

Câu 1: Dùng vi phân tính gần đúng $\dfrac{1}{0,9995}$ có giá trị là:

A. $1,0005.$ **B.** $1,005.$ **C.** $1,0015.$ **D.** $1,05.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN A

Xét hàm số $f(x)=\frac{1}{x}\Rightarrow f'(x)=-\frac{1}{x^2}$

Ta có: $\frac{1}{0,9995}=f(1-0,0005)\approx f(1)-f'(1).0,0005=1+1.0,0005=1,0005.$

Câu 2: Dùng vi phân tính gần đúng $\cos 45^o30'$ có giá trị là:

A. $0,7.$ **B.** $0,7009.$ **C.** $0,7019.$ **D.** $0,8.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN B

Xét hàm số $f(x)=\cos x\Rightarrow f'(x)=-\sin x.$

Khi đó

$$\cos 45^o30'=f\left(45^o+30^o\right)\approx f\left(45^o\right)+f'\left(45^o\right).\frac{3,14}{6}=0,7009.$$

Câu 3: Dùng vi phân tính gần đúng $\frac{1}{\sqrt{20,3}}$ có giá trị là:

A. $0,7.$ **B.** $0,7009.$ **C.** $0,7019.$ **D.** $0,8.$

Hướng dẫn giải

ĐÁP ÁN B

Xét hàm số $f(x)=\frac{1}{\sqrt{x}}\Rightarrow f'(x)=\frac{1}{2x\sqrt{x}}$

Khi đó: $\frac{1}{\sqrt{20,3}}=f(20,25+0,05)\approx f(20,25)+f'(20,25).0,05=0,222.$