

**Умови завдань чвертьфіналу (заочного етапу) 34
Міжнародного чемпіонату з розв'язування логічних
математичних задач**

Учасники чвертьфіналу виконують завдання різного рівня складності відповідно до вікових категорій:

1 – 3 класи (5 задач: з №1 по №5)

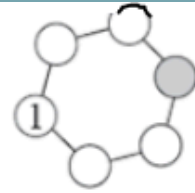
4 – 5 класи (8 задач: з №1 по №8)

6 – 7 класи (11 задач: з №1 по №11)




8 – 9 класи (14 задач: з №1 по №14)

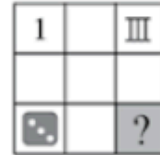
10 – 11 класи (16 задач: з №1 по №16)

1. Впишіть у кружечки даної фігури цифри від 1 до 6 (цифра 1 вже вписана) так, щоб сума будь-яких двох чисел, записаних у сусідніх кружечках дорівнювала 6 або 6, або 7, або 8. У відповідь запишіть число, розміщене у сірому кружечку.

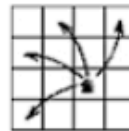
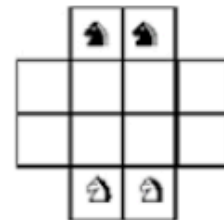


2. У 9 клітинках квадрата 3x3 (дивись малюнок) запишіть числа один, два, три за допомогою різних способів: з використанням індонарабських цифр 1,2,3; з використанням римських цифр I, II, III;

з використанням кубиків  ;  ;  (деякі клітинки вже заповнені). Потрібно, щоб у кожному рядочку та в кожному стовпчику було кожне з чисел один, два, три, причому, щоб в кожному рядочку та в кожному стовпчику були представлені всі три вищевказані способи. Яке число і яким способом записане в сірій клітинці?



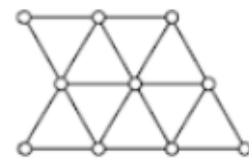
3. Шаховий кінь, згідно правил, робить хід лише по діагоналі прямокутника 2x3 (дивись схему). На малюнку зображено два білих і два чорних коня. За яку найменшу кількість ходів, у межах малюнку, обох білих коней можна поміняти місцями з обома чорними конями? (Коні різних кольорів ходять по черзі, причому якщо сховався білий, а потім чорний кінь, то це означає, що було зроблено два ходи.)



4. Матильда сфотографувала три різних розміщення свого гравального кубика (дивись малюнок). Скільки крапок на цьому кубіку зображено на грані, протилежній до тієї, на якій є шість крапок?



5. На малюнку зображено план міста Математиків (10 перехресть та 18 вулиць). Кружечками позначено перехрестя, а відрізки зображають вулиці, які з'єднують два перехрестя без проходження інших перехресть. На перехрестях встановлюють камери спостереження, які контролюють це перехрестя і всі перехрестя, пов'язані з ним вулицями, що виходять з нього. Яку найменшу кількість камер потрібно встановити так, щоб всі перехрестя були під контролем? Позначте їх місце на малюнку.



6. Число 2020 цікаве тим, що сума його цифр дорівнює чотири ($2+0+0+2=4$) і воно націло ділиться на 4 (справді, $2020:4=505$). Матильда дуже любить число 7 і вважає його щасливим. Який найближчий рік після 2020 має суму цифр 7 і націло ділиться на 7?

7. На малюнку, що розміщений справа, зображено граф, який має 10 вершин. Їх зображено кружечками. Усі вершини потрібно розфарбувати так, щоб жодні дві з них, що сполучені відрізком, не були однакового кольору. Скільки щонайменше кольорів потрібно для цього використати?



8. На електронному годиннику дата висвітлюється за допомогою восьми цифр. Перші дві від 01 до 31 вказують число, наступні дві від 01 до 12 вказують місяць, а останні чотири вказують рік. Наприклад, 2 лютого 2020 року на цьому годиннику буде висвітлюватися 02022020. Це число є паліндромом, тому що воно читається однаково як зліва направо, так і справа наліво. Перша дата - паліндром у третьому тисячолітті була 10 лютого 2001 року (10022001). Яка остання дата - паліндром буде у третьому тисячолітті? (Зуважимо, що третє тисячоліття триває з 2001 по 3000 роки включно.)

Увага!!! Щоб задачі з номерами від 9 до 18 були зараховані, потрібно вказати кількість розв'язків задачі та навести один або два розв'язки. Якщо задача має один розв'язок, то наводиться він, якщо ж задача має два та більше розв'язків, то вказується кількість розв'язків, а наводиться приклад двох.

9. Арчибальду у 2020 році святкуватиме свій День народження. Цікаво, що його вік буде дорівнювати числу, яке утворене двома останніми цифрами його року народження. В якому році він народився?

10. Код від сейфа є чотирицифрове число. Знайдіть його, якщо відомо наступне:

- серед чисел 3-4-7-6 лише три правильні і всі ці три числа - на правильних місцях;
- серед чисел 3-5-6-8 лише два числа правильні і лише одне з цих двох на правильному місці;
- серед чисел 3-5-7-8 лише два правильні і обидва вони на правильних місцях;
- серед чисел 9-6-4-3 лише три правильні і всі ці три числа на неправильних місцях.

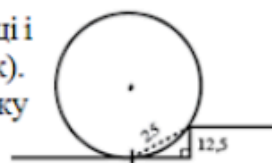
11. Розв'яжіть даний ребус за умови, що однакові букви позначають однакові цифри, а різні букви позначають різні цифри, причому жодне з чисел у ребусі не починається нулем.

$(OUI)^2 = 2xOOUI$, де OUI - трицифрове число, $OOUI$ - п'ятицифрове число, x - знак множення.

12. Дано шість попарно різних чисел, три з яких – натуральні, а три інші – дробові, чисельники кожного з яких 1. Всі ці шість чисел записали по колу так, що кожне число дорівнює добутку двох його найближчих сусідів справа і зліва. Знайдіть ці дані шість чисел за умови, що їх сума – натуральне число.

13. Дано шість фішок трьох кольорів: синього, зеленого і червоного. Кожного кольору є по дві фішки, одна з яких менша, а інша більша. Витягуючи фішки, підраховують набрані бали. Відомо, що кожна синя фішка – це 1 бал, кожна зелена – 2 бали, кожна червона – 3 бали. Скількома різними способами можна набрати 4 бали? Зауважимо, що способи вважаються різними і в тому випадку, якщо задіяні фішки різних розмірів, різна черговість витягування фішок різного розміру. (Наприклад, велика червона після маленької червоної та в іншому випадку маленька червона після великої червоної – різні способи.)

14. Коліщатко котилося по рівній горизонтальній стежинці і зупинилося, торкнувшись сходинок (дивись малюнок). Висота сходинок 12,5 см. Відстань між точками дотику колеса до поверхні землі та колеса до сходинок дорівнює 25 см. Знайдіть радіус цього коліщатка. Відповідь запишіть у см.



15. На малюнку зображено прямокутник, периметр якого дорівнює 65 см. Цей прямокутник за допомогою відрізків, що відповідно паралельні до його сторін, поділено на дев'ять менших прямокутників. Периметри деяких з них відомі (дивись малюнок). Сума площ чотирьох сірих прямокутників дорівнює 120 см^2 . Знайдіть площу центрального прямокутника. Відповідь запишіть у см^2 . Зауважимо, що пропорції на малюнку не збережено.

F	$p : 14\text{ cm}$	F
$p : 28\text{ cm}$	aire = ?	$p : 26\text{ cm}$
J	$p : 18\text{ cm}$	M

16. В руках тримаємо колоду, що містить 2020 карт, які пронумерували від 1 до 2020 у порядку зростання. Першу карту перекладаємо вниз колоди, а другу кладемо на стіл, третю – вниз колоди, а наступну на стіл і т.д. Карта з яким номером останньою залишиться в наших руках?

17. Августин хоче посадити яблуневий сад на земельній ділянці прямокутної форми. Він має 2020 саджанців. Всі їх потрібно посадити. Автономна система поливу саду вимагає, щоб дерева були посаджені лише у вершинах регулярної сітки, яка складається з рівносторонніх трикутників зі стороною 5м. Яка щонайменше може бути площа прямокутної земельної ділянки, за умови, що відстань від кожного дерева до краю фруктового саду не більша, ніж 10м. Відповідь округліть до m^2 . (Якщо потрібно, візьміть $\sqrt{3}=1,732$.)

18. Всі числа від 1 до 16 потрібно вписати в клітинки таблиці 4x4 (1 та 2 уже вписані) так, щоб чотири добутки всіх чисел кожного рядка були б попарно різними і йшли у порядку зростання в напрямку стрілки (дивись малюнок). Найбільший з цих чотирьох добутків відрізняється від найменшого у 1,04 рази. Чотири добутки всіх чисел по стовпчиках також повинні йти у порядку зростання вздовж напрямку відповідної стрілки. У відповідь запишіть результат добутку чотирьох чисел, записаних у сірих клітинках.

