ثانوية بوسام محمد الشريف **القسم: 3 رياضي**

برج الغدير **المدة: ســـــاعتان**

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول:(06نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(1;0;0)$ و $B(0;0;1)$ و $C(1;-1;1)$.

1) أ- بين أن النقط A و B و C تحدد مستوي (P) .وأن $x+y+z-1=0$ معادلة ديكارتية له. ……(1□)

ب ـ ما طبيعة المثلث ABC ؟ ……(1□)

2) لتكن S مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث: $x^2+y^2+z^2-2x-2z+1=0$.

1- بين أن S سطح كرة، يطلب تعيين مركزها I ونصف قطرها r . ……(1□)

2- بين أن S ∩ (P) دائرة محيطة بالمثلث ABC . ……(1□)

3) أ- أحسب حجم رباعي الوجوه $IABC$. ……(1□)

ب- ليكن α عدد حقيقي و M نقطة من الفضاء إحداثياتها $(\alpha;0;2-\alpha)$.

بين أنه عندما يمسح α المجال ℝ ، فإن حجم رباعي الوجوه $MABC$ يبقى ثابتًا. ……(1□)

التمرين الثاني:(08نقاط)

في المستوى المركب المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقطتين A و B اللتين لاحقتاهما على الترتيب $z_A=i \;;\; z_B=2$.

:

I.

1) حدد لاحقة النقطة B_1 صورة النقطة B بالتحاكي h الذي مركزه A و نسبته $\sqrt{2}$. ……(1□)

2) حدد لاحقة النقطة B' صورة النقطة B_1 بالدوران r الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{4}$. ……(1□)

3) مثل النقط A و B و B' . ……(0,5□)

II.

نعتبر التحويل S الذي يرفق كل نقطة M لاحقتها z بالنقطة M' ذات اللاحقة z' بحيث: $z'=(1+i)z+1$.

1) حدد A' و B' صورتي النقطتين A و B بالتحويل S على الترتيب. ……(1□)

2) أ ـ بين أنه $\frac{z'-z}{i-z}=-i$ لكل z يختلف عن العدد i . ……(0,5□)

ب ـ بين أن : $\begin{cases} MM' = MA \\ \left(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MM'}\right) \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$ لكل نقطة M تختلف عن النقطة A . ……(1)

ج ـ استنتج طريقة لإنشاء النقطة M' انطلاقا من النقطة M حيث $M \neq A$. ……(0,5)

3) حدد (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث : $|z-2| = \sqrt{2}$. ……(1)

4) أ ـ بين أن : $z' - 3 - 2i = (1+i)(z-2)$ لكل عدد مركب z . ……(0,5)

ب ـ استنتج أنه إذا كانت النقطة M تنتمي إلى (Γ) فإن النقطة M' تنتمي إلى دائرة يطلب تحديد مركزها و نصف قطرها. ……(1)

التمرين الثالث:(06نقاط)

n عدد طبيعي أكبر تماما من 2 ، نعتبر الأعداد الطبيعية: $a = 2n+1$ ، $b = 4n+3$ ، $c = 2n+3$.

1) أثبت أن العددين a و b أوليان فيما بينهما، واستنتج أن الأعداد a ، b ، c أولية فيما بينها.

……(1+1)

2) عين تبعًا لقيم n قيمة القاسم المشترك الأكبر للعددين b و c . ……(1)

3) عين قيمة n بحيث يكون: $p\gcd(b,c) = 3$ و $ppcm(b,c) = 1305$. ……(1)

4) أكتب b^2 في نظام أساسه a . ……(1)

5) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة: $87x - 45y = 3$ إذا علمت أن $(-1;-2)$ حلاً لها. ……(1)