

Leçons oral 1 - algèbre et géométrie

39 leçons - session 2020 - 2021

Leçons oral 1 : Analyse + Algèbre
[Prep agreg interne Orléans](#)

Rapport 2018 Point de Torricelli

Conseils :

1. Présenter le décor
2. Plan avec liaisons
3. Importance Hypothèses
4. Ex et contre-ex
5. Ne pas commencer un paragraphe avec un th
6. Dév : pas d'exemple mais un point du cours

Sujets très fréquemment choisis	
107	Dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie. Rang d'une famille de vecteurs.
110	Polynômes d'endomorphismes en dimension finie. Applications.
113	Déterminants. Applications.
114	Opérations élémentaires sur les lignes ou les colonnes d'une matrice. Applications. Illustration algorithmique.
120	Endomorphismes symétriques d'un espace vectoriel euclidien. Applications.
143	Polynômes à une indéterminée à coefficients réels ou complexes.
156	Valeurs propres. Recherche et utilisation.
159	Algorithme d'Euclide dans $\mathbf{Z}$ et $\mathbf{K}[X]$ où $\mathbf{K}$ est un corps commutatif. Calcul de PGCD et de coefficients de Bézout. Applications.
163	Endomorphismes diagonalisables. Exemples et applications.
202	Séries à termes réels positifs. Applications.
203	Séries à termes réels ou complexes : convergence absolue, semi-convergence. (Les résultats relatifs aux séries à termes réels positifs sont supposés connus).
204	Espaces vectoriels normés de dimension finie, normes usuelles, équivalence des normes. Applications.
210	Séries entières de variable réelle ou complexe. Rayon de convergence. Propriétés de la somme. Exemples.
212	Série de Fourier d'une fonction périodique ; propriétés de la somme. Exemples.
217	Fonctions convexes d'une variable réelle. Applications.
218	Différentes formules de Taylor pour une fonction d'une variable réelle. Applications.
223	Intégrale d'une fonction dépendant d'un paramètre. Propriétés, exemples et applications.
244	Inégalités en analyse et en probabilités. Par exemple : Cauchy-Schwarz, Markov, Bessel, convexité ...

Sujets très peu choisis	
119	Utilisation des nombres complexes en géométrie.
123	Isométries du plan affine euclidien, formes réduites. Applications.
169	Structures quotients dans divers domaines de l'algèbre. Applications.
254	Algorithmes d'approximation du nombre π .
256	Vitesse de convergence. Méthodes d'accélération de convergence.
258	Couples de variables aléatoires possédant une densité. Covariance. Exemples d'utilisation.
262	Étude métrique des courbes planes.
265	Inversion locale, difféomorphismes. Applications.

Rapport 2019

Couplages 2021 : 125/104 - 125/166 - 101/172 -

		Titre	Autre site	Livre	Développement
1	101bis	Groupes monogènes, groupes cycliques. Exemples		Karmati Kieffer	$\mathbb{Z}/p^\alpha \mathbb{Z}$ est cyclique $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$ cyclique
2	102 à revoir	Permutations d'un ensemble fini, groupe symétrique. Applications	Brice agreg ext	Karmati Kieffer	groupe isométrique cube Simplicité gr. alterné
3	103 103 bis	Anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. Applications.		Karmati Kieffer	$\mathbb{Z}/p^\alpha \mathbb{Z}$ est cyclique $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$ cyclique Critère Eisenstein
4	104 bis	Nombres premiers. Propriétés et applications.		Karmati Kieffer	$\mathbb{Z}/p^\alpha \mathbb{Z}$ est cyclique $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^*$ cyclique Critère Eisenstein
5	106	PGCD dans $\mathbb{Z}$ et $K[X]$ où K est un corps commutatif, théorème de Bézout. Applications	Langella	Kieffer	Lemme Chinois + application
6	107 107. Dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie. Rang d'une famille de vecteurs 107 II	Dimension d'un espace vectoriel admettant une famille génératrice finie. Rang d'une famille de vecteurs	Langella	Karmati Kieffer	Lemme Steinitz - existence base

7	109	Formes linéaires, hyperplans, dualité. On se limitera à des espaces vectoriels de dimension finie. Exemples.		Karmati Kieffer	Tout hyperplan de $M_n(K)$ rencontre $GL_n(K)$
8	110	Polynômes d'endomorphismes en dimension finie. Applications		Karmati Kieffer	Décomposition Dunford Cayley-Hamilton image exponentielle
9	112	Changements de bases en algèbre linéaire et en algèbre bilinéaire. Applications			jeu matrice stochastique Codiagonalisation
10	113	Déterminants. Applications.		Karmati Kieffer	matrice de Gram ellipsoïde
11	114	Opérations élémentaires sur les lignes et les colonnes d'une matrice. Applications. Aspects algorithmiques		Kieffer	décomposition LU
12	117	Groupe orthogonal d'un espace vectoriel euclidien. Applications.		Kieffer	Décomposition canonique $O(3, \mathbb{R})$
13	119	Utilisation des nombres complexes en géométrie	Langella Hélène	;;+ Kieffer	
14	120	Endomorphismes symétriques d'un espace vectoriel euclidien. Applications			décomposition polaire classification quadrique matrice gram codiagonalisation
15	121	Réduction et classification des formes quadratiques sur un espace vectoriel réel de dimension finie. Cas d'un espace euclidien. Applications géométriques			Classification quadriques Théorèmes de Sylvester
16	123	Isométries du plan affine euclidien, décomposition canonique. Applications		Karmati	(Bro)

17	125 feuille	Isométries de l'espace affine euclidien de dimension 3, décomposition canonique. Applications	lien		Classification Groupe diédral cube
18	128	Barycentres. Applications <	Langella + agreg ext		condition de cocyclicité Steiner condition de co
19	131	Applications affines en dimension finie. Propriétés et exemples			Groupe diédral cube
20	137	Droites et cercles dans le plan affine euclidien	Arnaud		condition de cocyclicité
21	142	Utilisation de groupes en géométrie			collier de perles Groupe diédral cube
22	143 sur feuille	Polynômes à une indéterminée à coefficients réels ou complexes		/;	th Alembert-Gauss
23	144	Notion de rang en algèbre linéaire et bilinéaire. Applications			Lois inertie Sylvester classification quadriques
24	146	Coniques	agreg ext		conique passant par 5 points
25	150	Diverses factorisations de matrices. Applications			décomposition polaire décomposition LU
26	151 à revoir	Réduction d'un endomorphisme d'un espace vectoriel de dimension finie. Applications (on supposera connues les notions de valeurs propres, vecteurs propres et sous-espaces propres)			dunford jeu matrice stochastique

27	155	Systèmes d'équations linéaires. Applications		https://docs.google.com/document/d/1oB16BNkGQlz_5GPEpezW_kz81Uo-ru_Cc6jvx0ZAYMo/edit?usp=sharing	décomposition LU un th de Burnside
28	156 à revoir	Valeurs propres. Recherche et utilisation	Olivier		Décomposition canonique $O(3, \mathbb{R})$
29	158	Groupe opérant sur un ensemble. Exemples et applications.	Brice		Isométries du cube collier de perles
30	159	Algorithme d'Euclide. Calcul de PGCD et de coefficients de Bézout. Applications algo Python	skandalis		
31	163 163 II	Endomorphismes diagonalisables. Exemples et applications			Diago même https://docs.google.com/document/d/1gygHOW0qsLkNArGfQn4TdFIAeX_9PYNoX_VGRorrYhc/edit?usp=sharingbase
32	165 165bis	Idéaux d'un anneau commutatif. Exemples.	ENS		Lemme chinois

33	166	Corps des fractions rationnelles à une indéterminée sur un corps commutatif. Applications			Th décomp éléments simples
34	167 167bis	Groupe des nombres complexes de module 1. Sous-groupe des racines de l'unité. Applications			Polynôme cyclotomique irréductible
35	168	Racines d'un polynôme à une indéterminée. Relations coefficients-racines			D'Alembert-Gauss
36	169	Structures quotient dans divers domaines de l'algèbre. Applications			critère Eisenstein
37	170	Méthodes de chiffrement ou de codage. Illustrations.			RSA
38	171	Groupe linéaire $GL(E)$ d'un espace vectoriel de dimension finie E . Sous-groupes. Applications			Décomposition canonique $O(3, \mathbb{R})$
39	172 à revoir	Endomorphismes trigonalisables et nilpotents. Applications			Dunford

Développements :

1. [\(\$\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}\$ \) \$\times\$ cyclique](#) : Ketrane-Francinou ALG1
2. [Critère d'Eisenstein](#) : Ketrane, Mercier (corps finis)
3. [Groupe isométries du cube](#) : Karmati
4. [Décomposition canonique \$O\(3, \mathbb{R}\)\$](#) : Combes, Audin
5. [Décomposition Dunford](#) : Gourdon
6. [Codiagonalisation dans la même base](#) : Gourdon - Rombaldi
7. Décomposition polaire : Ketrane
8. [Classification quadriques](#) : Grifone

9. [Théorèmes de Sylvester](#) : Grifone - Gourdon

10. [D'Alembert-Gauss](#) : Rombaldi

11. Point Torricelli : Bro

12. Complexes :

13. $(\mathbb{Z}/p^\alpha \mathbb{Z}) \times$ [cyclique](#) dev difficile

14. [Matrices Gram](#)