

21. Soal UTBK SBMPTN 2019 | *Soal Lengkap

Diketahui fungsi $f(x)$ adalah fungsi genap, jika nilai $\int_{-5}^5 (f(x) + 3x^2) dx = 260$ dan $\int_2^4 f(x) dx = 2$

maka nilai $\int_0^2 f(x) dx + \int_4^5 f(x) dx = \dots$

- (A) -7
- (B) -3
- (C) 0
- (D) 3
- (E) 7

Alternatif Pembahasan:

Hide

Catatan calon guru yang mungkin bermanfaat tentang sifat integral tentu;

- Berlaku $f(-x) = f(x)$
- Bentuk grafik fungsi, simetris dengan pusat sumbu y
- Jika dipakai pada integral, ciri fungsi genap ini adalah $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$

Pada soal disampaikan bahwa $f(x)$ adalah fungsi genap dan $3x^2$ adalah fungsi genap karena $f(-x) = f(x)$ sehingga berlaku:

$$\begin{aligned}\int_{-5}^5 (f(x) + 3x^2) dx &= 260 \\ 2 \cdot \int_0^5 (f(x) + 3x^2) dx &= 260 \\ \int_0^5 (f(x) + 3x^2) dx &= 130 \\ \int_0^5 f(x) dx + \int_0^5 3x^2 dx &= 130 \\ \int_0^5 f(x) dx + [x^3]_0^5 &= 130 \\ \int_0^5 f(x) dx + 125 &= 130 \\ \int_0^5 f(x) dx &= 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \int_0^5 f(x) \, dx &= \int_0^2 f(x) \, dx + \int_2^4 f(x) \, dx + \int_4^5 f(x) \, dx \\
 5 &= \int_0^2 f(x) \, dx + 2 + \int_4^5 f(x) \, dx \\
 5 - 2 &= \int_0^2 f(x) \, dx + \int_4^5 f(x) \, dx \\
 3 &= \int_0^2 f(x) \, dx + \int_4^5 f(x) \, dx
 \end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (D) 3

22. Soal UTBK SBMPTN 2019 | *Soal Lengkap

Diketahui $f(-x) = f(x) - 3$ dan $x > 0$. Jika $\int_1^5 f(x) \, dx = 2$ dan $\int_3^5 f(x) \, dx = -3$ maka

$$\int_{-3}^{-1} f(x) \, dx = \dots$$

- (A) -7
- (B) -1
- (C) 0
- (D) 1
- (E) 7

Alternatif Pembahasan:

Hide

Catatan calon guru yang mungkin bermanfaat tentang **integral tentu**;

- $\int_a^b f(x) \, dx = - \int_b^a f(x) \, dx$
- $\int_a^b f(-x) \, dx = - \int_{-a}^{-b} f(x) \, dx$
- $\int_a^b f(x) \, dx + \int_b^c f(x) \, dx = \int_a^c f(x) \, dx$

Diketahui $f(-x) = f(x) - 3$ maka $f(x) = f(-x) + 3$, sehingga berlaku:

$$\int_1^5 f(x) dx = \int_1^5 (f(-x) + 3) dx$$

$$2 = \int_1^5 f(-x) dx + \int_1^5 3 dx$$

$$2 - \int_1^5 3 dx = \int_1^5 f(-x) dx$$

$$2 - |3x|_1^5 = - \int_{-1}^{-5} f(x) dx$$

$$2 - (15 - 3) = - \int_{-1}^{-5} f(x) dx$$

$$-10 = \int_{-5}^{-1} f(x) dx$$

$$\int_3^5 f(x) dx = \int_3^5 (f(-x) + 3) dx$$

$$-3 = \int_3^5 f(-x) dx + \int_3^5 3 dx$$

$$-3 - \int_3^5 3 dx = \int_3^5 f(-x) dx$$

$$-3 - |3x|_3^5 = - \int_{-3}^{-5} f(x) dx$$

$$-3 - (15 - 9) = - \int_{-3}^{-5} f(x) dx$$

$$-9 = - \int_{-3}^{-5} f(x) dx$$

$$9 = \int_{-3}^{-5} f(x) dx$$

Dari persamaan yang kita peroleh di atas dan [sifat integral tentu](#), dapat kita simpulkan:

$$\begin{aligned} \int_{-3}^{-1} f(x) dx &= \int_{-3}^{-5} f(x) dx + \int_{-5}^{-1} f(x) dx \\ &= 9 - 10 \\ &= -1 \end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah $(B) \text{ } -1$

23. Soal UTBK SBMPTN 2019 | *Soal Lengkap

Diberikan fungsi f dengan $f(x+3) = f(x)$ untuk tiap x . Jika $\int_{-3}^6 f(x) dx = -6$, maka

$$\int_3^9 f(x) dx = \dots$$

- (A) -4
- (B) -6
- (C) -8
- (D) -10
- (E) -12

Alternatif Pembahasan:

Hide

Catatan calon guru yang mungkin bermanfaat tentang sifat integral tentu;

- $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx = \int_a^c f(x) dx$
- Jika f periodik dengan periode p , maka $\int_{a+p}^{b+p} f(x) dx = \int_a^b f(x) dx$

'Suatu fungsi f adalah periodik jika terdapat suatu bilangan p sedemikian sehingga $f(x+p) = f(x)$ '

Karena $f(x+3) = f(x)$ maka $f(x)$ periodik dengan periode 3, sehingga berlaku:

$$\begin{aligned} \int_3^9 f(x) dx &= \int_0^6 f(x) dx \\ -6 &= \int_{-3}^6 f(x) dx \\ -6 &= \int_{-3}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx + \int_3^6 f(x) dx \\ -6 &= \int_{-3}^0 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx + \int_{3-3}^{6-3} f(x+3) dx \\ -6 &= \int_0^3 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx + \int_0^3 f(x) dx \\ -6 &= 3 \int_0^3 f(x) dx \\ -2 &= \int_0^3 f(x) dx \\ \int_3^9 f(x) dx &= \int_0^6 f(x) dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^3 f(x) + \int_3^6 f(x) \\
 &= \int_0^3 f(x) + \int_{3-3}^{6-3} f(x+3) \\
 &= \int_0^3 f(x) + \int_0^3 f(x) \\
 &= (-2) + (-2) \\
 &= -4
 \end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (A) -4

24. Soal SIMAK UI 2019 Kode 314/323 | *Soal Lengkap

Jika $\int_a^b f'(x) f(x) dx = 10$ dan $f(a) = 2 + f(b)$, nilai $f(b) = \dots$

- (A) -2
- (B) -4
- (C) -6
- (D) -8
- (E) -10

Alternatif Pembahasan:

Hide

Untuk menyelesaikan soal di atas, kita coba dengan memisalkan $u = f(x)$, sehingga beberapa persamaan yang kita peroleh, yaitu:

$$u = f(x)$$

$$\frac{du}{dx} = f'(x)$$

$$du = f'(x) dx$$

Dari pemisalan yang kita peroleh di atas;

$$\begin{aligned}
 \int_a^b f'(x) f(x) dx &= 10 \\
 \int_a^b f(x) f'(x) dx &= 10 \\
 \int_a^b u du &= 10 \\
 \left[\frac{1}{2} \cdot u^2 \right]_a^b &= 10 \\
 \left[\frac{1}{2} \cdot (f(x))^2 \right]_a^b &= 10 \\
 \left[\frac{1}{2} \cdot (f(b))^2 \right] - \left[\frac{1}{2} \cdot (f(a))^2 \right] &= 10 \\
 (f(b))^2 - (f(a))^2 &= 20 \\
 (f(b) - f(a))(f(b) + f(a)) &= 20 \\
 (f(b) - 2 - f(b))(f(b) + 2 + f(b)) &= 20 \\
 (-2)(2f(b) + 2) &= 20 \\
 2f(b) + 2 &= -10 \\
 2f(b) &= -12 \\
 f(b) &= -6
 \end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (C) -6

25. Soal SBMPTN 2018 Kode 403 | *Soal Lengkap

Jika $\int_1^2 f(x) dx = \sqrt{2}$, maka nilai $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} f(\sqrt{x}) dx$ adalah...

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$
- (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (C) $\sqrt{2}$
- (D) $2\sqrt{2}$
- (E) $4\sqrt{2}$

Alternatif Pembahasan:

Hide

$$\begin{aligned}
 \int_1^2 f(x) dx &= \sqrt{2} \\
 [F(x)]_1^2 &= \sqrt{2} \\
 F(2) - F(1) &= \sqrt{2}
 \end{aligned}$$

Selanjutnya, untuk menyelesaikan soal di atas, kita coba dengan memisalkan $u = \sqrt{x}$, sehingga beberapa persamaan kita peroleh, yaitu:

$$\begin{aligned} u &= \sqrt{x} \\ \frac{du}{dx} &= \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ du \cdot 2\sqrt{x} &= dx \\ du \cdot 2 &= \frac{dx}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

Dari pemisalan yang kita peroleh di atas;

$$\begin{aligned} \int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}} f(\sqrt{x}) dx &= \int_1^4 f(\sqrt{x}) \frac{dx}{\sqrt{x}} \\ \frac{x=4 \rightarrow u=\sqrt{x}=\sqrt{4}=2}{x=1 \rightarrow u=\sqrt{x}=\sqrt{1}=1} \\ &= \int_1^2 f(u) 2 du \\ &= 2 \int_1^2 f(u) du \\ &= 2 \cdot [F(u)]_1^2 \\ &= 2 \cdot (F(2) - F(1)) \\ &= 2 \cdot (\sqrt{2}) \\ &= 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (D) $2\sqrt{2}$

26. Soal SBMPTN 2018 Kode 408 | *Soal Lengkap

Jika $\int_2^3 f(x) dx = \sqrt{2}$, maka nilai $\int_1^2 \frac{1}{x^2} f\left(1 + \frac{2}{x}\right) dx$ adalah...

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$
- (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (C) $\sqrt{2}$
- (D) $2\sqrt{2}$
- (E) $4\sqrt{2}$

Alternatif Pembahasan:

Hide

$$\begin{aligned} \int_2^3 f(x) dx &= \sqrt{2} \\ [F(x)]_2^3 &= \sqrt{2} \\ F(3) - F(2) &= \sqrt{2} \end{aligned}$$

Selanjutnya, untuk menyelesaikan soal di atas, kita coba dengan memisalkan $u = 1 + \frac{2}{x}$, sehingga beberapa persamaan kita peroleh, yaitu:

$$\begin{aligned} u &= 1 + \frac{2}{x} \\ \frac{du}{dx} &= -\frac{2}{x^2} \\ -\frac{du}{2} &= \frac{2}{x^2} \end{aligned}$$

Dari pemisalan yang kita peroleh di atas;

$$\begin{aligned} \int_1^2 \frac{1}{x^2} f\left(1 + \frac{2}{x}\right) dx &= \int_1^2 f\left(1 + \frac{2}{x}\right) \frac{dx}{x^2} \\ \hline x = 2 &\rightarrow u = 1 + \frac{2}{x} = 1 + \frac{2}{2} = 2 \\ x = 1 &\rightarrow u = 1 + \frac{2}{x} = 1 + \frac{2}{1} = 3 \\ \hline &= \int_3^2 f(u) \cdot -\frac{du}{2} \\ &= -\frac{1}{2} \int_3^2 f(u) du \\ &= -\frac{1}{2} [F(u)]_3^2 \\ &= -\frac{1}{2} (F(2) - F(3)) \\ &= \frac{1}{2} (F(3) - F(2)) \\ &= \frac{1}{2} (\sqrt{2}) \end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

27. Soal SBMPTN 2018 Kode 418 | *Soal Lengkap

Jika $\int_0^4 f(x) dx = \sqrt{2}$, maka nilai $\int_0^2 xf(x^2) dx$ adalah...

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$
- (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (C) $\sqrt{2}$
- (D) $2\sqrt{2}$
- (E) $4\sqrt{2}$

Alternatif Pembahasan:

Hide

$$\int_0^4 f(x) dx = \sqrt{2}$$

$$[F(x)]_0^4 = \sqrt{2}$$

$$F(4) - F(0) = \sqrt{2}$$

Selanjutnya, untuk menyelesaikan soal di atas, kita coba dengan memisalkan $u = x^2$, sehingga beberapa persamaan kita peroleh, yaitu:

$$u = x^2$$

$$\frac{du}{dx} = 2x$$

$$\frac{du}{2} = x dx$$

Dari pemisalan yang kita peroleh di atas;

$$\begin{array}{l} \int_0^2 xf(x^2) dx = \int_0^2 f(x^2) x dx \\ \hline x = 2 \rightarrow u = x^2 = 2^2 = 4 \\ x = 0 \rightarrow u = x^2 = 0^2 = 0 \end{array}$$

$$= \int_0^4 f(u) \frac{du}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^4 f(u) du$$

$$= \frac{1}{2} [F(u)]_0^4$$

$$= \frac{1}{2} (F(4) - F(0))$$

$$= \frac{1}{2} (\sqrt{2})$$

$\therefore$ Pilihan yang sesuai adalah (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

28. Soal SBMPTN 2018 Kode 420 | *Soal Lengkap

Nilai $\int_0^2 (3x + 9) \sqrt{x^2 + 6x} \, dx$ adalah...

- (A) 4
- (B) 8
- (C) 16
- (D) 32
- (E) 64

Alternatif Pembahasan:

Hide

Untuk menyelesaikan soal di atas, kita coba dengan memisalkan $u = x^2 + 6x$, sehingga beberapa persamaan kita peroleh, yaitu:

$$u = x^2 + 6x$$

$$\frac{du}{dx} = 2x + 6$$

$$\frac{du}{dx} = 2(x + 3)$$

$$\frac{du}{2} = (x + 3)dx$$

Dari pemisalan yang kita peroleh di atas;

$$\begin{aligned} & \int_0^2 (3x + 9) \sqrt{x^2 + 6x} \, dx \\ &= \int_0^2 3(x + 3) \sqrt{x^2 + 6x} \, dx \\ &= \int_0^2 3\sqrt{x^2 + 6x} (x + 3) \, dx \\ &= \int_0^2 3\sqrt{u} \frac{du}{2} \\ &= \frac{3}{2} \int_0^2 \sqrt{u} \, du \\ &= \frac{3}{2} \left[\frac{2}{3} u\sqrt{u} \right]_0^2 \\ &= \frac{3}{2} \left[\frac{2}{3} (x^2 + 6x) \sqrt{x^2 + 6x} \right]_0^2 \\ &= \left[((2)^2 + 6(2)) \sqrt{(2)^2 + 6(2)} \right] - [0] \\ &= (16) \sqrt{16} \\ &= 64 \end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (E) 64

29. Soal SBMPTN 2018 Kode 421 | *Soal Lengkap

Nilai $\int_1^{36} \frac{3}{\sqrt{x}(3+\sqrt{x})^{\frac{3}{2}}} dx$ adalah...

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4
- (E) 5

Alternatif Pembahasan:

Hide

Untuk menyelesaikan soal di atas, kita coba dengan memisalkan $u = 3 + \sqrt{x}$, sehingga beberapa persamaan kita peroleh, yaitu:

$$\begin{aligned}u &= 3 + \sqrt{x} \\ \frac{du}{dx} &= \frac{1}{2\sqrt{x}} \\ 2 du &= \frac{dx}{\sqrt{x}}\end{aligned}$$

Dari pemisalan yang kita peroleh di atas;

$$\begin{aligned}\int_1^{36} \frac{3}{\sqrt{x}(3+\sqrt{x})^{\frac{3}{2}}} dx &= \int_1^{36} \frac{3}{(3+\sqrt{x})^{\frac{3}{2}}} \cdot \frac{dx}{\sqrt{x}} \\ &= \int_1^{36} \frac{3}{u^{\frac{3}{2}}} 2du \\ &= \int_1^{36} \frac{6}{u^{\frac{3}{2}}} du \\ &= 6 \left[\frac{-2}{u^{\frac{1}{2}}} \right]_1^{36} \\ &= -12 \left[\frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{x}}} \right]_1^{36} \\ &= -12 \left(\frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{36}}} - \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{1}}} \right) \\ &= -12 \left(\frac{1}{\sqrt{9}} - \frac{1}{\sqrt{4}} \right) \\ &= -12 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2} \right) \\ &= -12 \left(\frac{2-3}{6} \right) = 2\end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (B) 2

30. Soal SBMPTN 2018 Kode 457 | *Soal Lengkap

Nilai $\int_0^3 \frac{3x}{\sqrt{x+1}} dx$ adalah...

- (A) 3
- (B) 6
- (C) 8
- (D) 9
- (E) 12

Alternatif Pembahasan:

Hide

Untuk menyelesaikan soal di atas, kita coba dengan memisalkan $u = x + 1$, sehingga beberapa persamaan kita peroleh, yaitu:

$$u = x + 1 \rightarrow u - 1 = x$$

$$\frac{du}{dx} = 1$$

$$du = dx$$

Dari pemisalan yang kita peroleh di atas:

$$\begin{aligned}\int_0^3 \frac{3x}{\sqrt{x+1}} dx &= \int_0^3 \frac{3(u-1)}{\sqrt{u}} du \\&= 3 \int_0^3 \left(\frac{u}{\sqrt{u}} - \frac{1}{\sqrt{u}} \right) du \\&= 3 \int_0^3 \left(u^{\frac{1}{2}} - u^{-\frac{1}{2}} \right) du \\&= 3 \left[\frac{2}{3} \cdot u^{\frac{3}{2}} - 2 \cdot u^{\frac{1}{2}} \right]_0^3 \\&= 6 \left[\frac{1}{3} \cdot (x+1)^{\frac{3}{2}} - (x+1)^{\frac{1}{2}} \right]_0^3 \\&= 6 \left[\frac{1}{3} \cdot (3+1)^{\frac{3}{2}} - (3+1)^{\frac{1}{2}} \right] - 6 \left[\frac{1}{3} \cdot (0+1)^{\frac{3}{2}} - (0+1)^{\frac{1}{2}} \right] \\&= 6 \left[\frac{1}{3} \cdot 4^{\frac{3}{2}} - 4^{\frac{1}{2}} \right] - 6 \left[\frac{1}{3} \cdot 1 - 1 \right] \\&= 6 \left(\frac{8}{3} - 2 \right) - 6 \left(\frac{1}{3} - 1 \right) \\&= 6 \left(\frac{7}{3} - 1 \right) = 14 - 6 = 8\end{aligned}$$

∴ Pilihan yang sesuai adalah (C) 8