

Câu 1. (2,0 điểm)

1. Tính giá trị biểu thức $F = \sqrt{49} + \sqrt{25}$.
2. Tìm điều kiện của x để biểu thức $H = \sqrt{x-1}$ có nghĩa.

Câu 2. (2,0 điểm)

1. Hàm số $y = 3x + 2$ là hàm số đồng biến hay nghịch biến trên R ? Vì sao?
2. Cho parabol $(P): y = 2x^2$. Điểm $M(2;8)$ có thuộc (P) hay không? Vì sao?

Câu 3. (2,0 điểm)

1. Giải hệ phương trình $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 3 \end{cases}$.

2. Nhà bạn Lan cách trường học 5km, nhà bạn Mai cách trường học 4km. Mai bắt đầu đi học sớm hơn Lan 5 phút và hai bạn gặp nhau tại cổng trường lúc 6 giờ 50 phút sáng. Biết rằng vận tốc xe của bạn Lan lớn hơn vận tốc xe của bạn Mai 8km/h. Hỏi Mai bắt đầu đi học lúc mấy giờ?

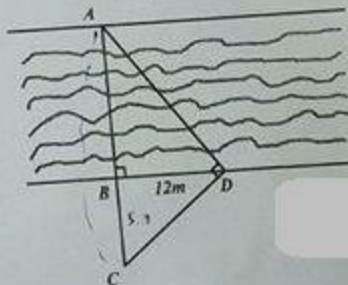
Câu 4. (1,0 điểm)

Hộp sữa Ông Thọ là một hình trụ có chiều cao 8cm và bán kính đường tròn đáy bằng 3,8cm. Tính thể tích hộp sữa (lấy $\pi \approx 3,14$; kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).



Câu 5. (1,0 điểm)

Tính chiều rộng AB của một dòng sông (hình vẽ). Biết rằng $BC = 9m$, $BD = 12m$.



Câu 6. (2,0 điểm)

Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm ngoài (O) . Vẽ các tiếp tuyến AM , AN với (O) (với M , N là các tiếp điểm).

1. Chứng minh tứ giác $AMON$ là tứ giác nội tiếp.

2. Biết rằng $OA = 10cm$ và $\widehat{MAN} = 60^\circ$. Tính phần diện tích của tứ giác $AMON$ nằm bên ngoài đường tròn (O) .

--- HẾT ---

Đáp án tham khảo:

Câu 1. (2,0 điểm)

Cách giải:

1. Tính giá trị biểu thức $F = \sqrt{49} + \sqrt{25}$.

Ta có:

$$F = \sqrt{49} + \sqrt{25}$$

$$F = \sqrt{7^2} + \sqrt{5^2}$$

$$F = 7 + 5$$

$$F = 12$$

Vậy $F = 12$.

2. Tìm điều kiện của x để biểu thức $H = \sqrt{x-1}$ có nghĩa.

Biểu thức $H = \sqrt{x-1}$ có nghĩa $\Leftrightarrow x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$.

Vậy biểu thức $H = \sqrt{x-1}$ có nghĩa khi và chỉ khi $x \geq 1$.

Câu 2. (2,0 điểm)

Cách giải:

1. Hàm số $y = 3x + 2$ là hàm số đồng biến hay nghịch biến trên $\mathbb{R}$? Vì sao?

Hàm số $y = 3x + 2$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ vì đây là hàm số bậc nhất có hệ số $a = 3 > 0$.

2. Cho parabol $(P): y = 2x^2$. Điểm $M(2;8)$ có thuộc (P) hay không? Vì sao?

Thay tọa độ điểm $M(2;8)$ vào hàm số $y = 2x^2$ ta có: $8 = 2.2^2 \Leftrightarrow 8 = 8$ (luôn đúng).

Vậy $M(2;8) \in (P)$.

Câu 3. (2,0 điểm)

Cách giải:

1. Giải hệ phương trình
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 3 \end{cases}$$
.

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 6 \\ y = 3 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất $(x; y) = (2; 1)$.

2. Nhà bạn Lan cách trường học 5km, nhà bạn Mai cách trường học 4km. Mai bắt đầu đi học sớm hơn Lan 5 phút và hai bạn gặp nhau tại cổng trường lúc 6 giờ 50 phút sáng. Biết rằng vận tốc đi xe của bạn Lan lớn hơn vận tốc đi xe của bạn Mai 8km/h. Hỏi Mai bắt đầu đi học lúc mấy giờ.

Gọi thời gian bạn Mai đi từ nhà đến trường là x (h) (ĐK: $x > \frac{1}{12}$).

Vì Mai bắt đầu đi học sớm hơn Lan 5 phút và hai bạn gặp nhau cùng lúc nên thời gian Mai đi nhà đến trường nhiều hơn thời gian Lan đi từ nhà đến trường là 5 phút $= \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$ (h) nên thời gian Lan đi từ nhà đến trường là: $x - \frac{1}{12}$ (h).

$\Rightarrow$ Vận tốc xe của bạn Mai là: $\frac{4}{x}$ (km/h).

Vận tốc xe của bạn Lan là: $\frac{5}{x - \frac{1}{12}} = \frac{60}{12x - 1}$ (km/h).

Vì vận tốc đi xe của bạn Lan lớn hơn vận tốc đi xe của bạn Mai 8km/h nên ta có phương trình

$$\begin{aligned}\frac{60}{12x - 1} - \frac{4}{x} &= 8 \\ \Leftrightarrow \frac{15}{12x - 1} - \frac{1}{x} &= 2 \\ \Leftrightarrow 15x - (12x - 1) &= 2x(12x - 1) \\ \Leftrightarrow 15x - 12x + 1 &= 24x^2 - 2x \\ \Leftrightarrow 24x^2 - 5x - 1 &= 0\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow 24x^2 - 8x + 3x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow 8x(3x - 1) + (3x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (3x - 1)(8x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 1 = 0 \\ 8x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{3} \text{ (tm)} \\ x = -\frac{1}{8} \text{ (ktm)} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Thời gian bạn Mai đi từ nhà đến trường là $\frac{1}{3}h = 20$ phút.

Vậy Mai bắt đầu đi học lúc 6 giờ 50 phút – 20 phút = 6 giờ 30 phút.

Câu 4. (1,0 điểm)

Cách giải:

Một hộp sữa Ông Thọ là một hình trụ có chiều cao 8cm và bán kính đường tròn đáy là 3,8cm. Tính thể tích hộp sữa (lấy $\pi \approx 3,14$; kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai).

Một sữa Ông Thọ có chiều cao $h = 8\text{cm}$, bán kính đường tròn đáy $r = 3,8\text{cm}$.

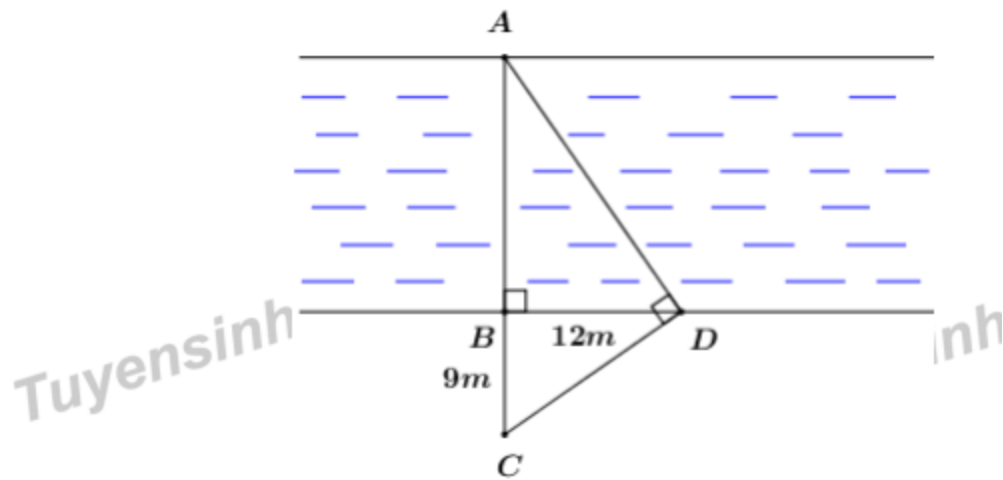
Thể tích hộp sữa là; $V = \pi r^2 h \approx 3,14 \cdot 3,8^2 \cdot 8 \approx 362,73 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Vậy thể tích hộp sữa xấp xỉ $362,73 \text{ cm}^3$.

Câu 5. (1,0 điểm)

Cách giải:

Tính chiều rộng AB của một dòng sông (hình vẽ). Biết rằng $BC = 9m$, $BD = 12m$.



Xét tam giác ACD vuông tại D có đường cao DB ta có:

$DB^2 = AB.BC$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)

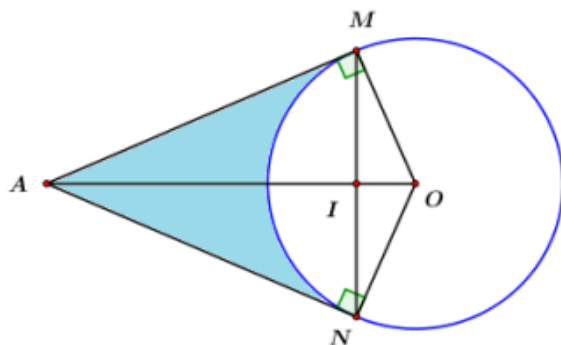
$$\Rightarrow 12^2 = AB.9 \Leftrightarrow AB = \frac{12^2}{9} = 16 \text{ (m)}.$$

Vậy chiều rộng của dòng sông là $AB = 16m$.

Câu 6. (2 điểm)

Cách giải:

Cho đường tròn (O) và một điểm A nằm ngoài (O) . Vẽ các tiếp tuyến AM, AN với (O) (với M, N là các tiếp điểm).



1. Chứng minh tứ giác $AMON$ là tứ giác nội tiếp.

Ta có: AM, AN là các tiếp tuyến tại M, N của $(O) \Rightarrow \begin{cases} OM \perp AM \\ ON \perp AN \end{cases}$

$$\Rightarrow \angle AMO = \angle ANO = 90^\circ$$

Xét tứ giác $AMON$ ta có:

$$\angle AMO + \angle ANO = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Mà hai góc này là hai góc đối diện

$\Rightarrow AMON$ là tứ giác nội tiếp. (đhnb) (đpcm)

2. Biết $OA = 10\text{ cm}$ và $\angle MAN = 60^\circ$. Tính phần diện tích của tứ giác $AMON$ nằm bên ngoài đường tròn (O) .

Ta có: AM, AN là hai tiếp tuyến cắt nhau tại A

$\Rightarrow AO$ là phân giác của $\angle MAN$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau).

$$\angle MAO = \frac{1}{2} \angle MAN = 30^\circ$$

Xét $\triangle AMO$ vuông tại M ta có:

$$AM = AO \cdot \cos \angle MAO = 10 \cdot \cos 30^\circ = 5\sqrt{3} \text{ cm.}$$

$$OM = R = AO \cdot \sin \angle MAO = 10 \cdot \sin 30^\circ = 5 \text{ cm.}$$

$$\Rightarrow S_{AMO} = \frac{1}{2} OM \cdot AM = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5\sqrt{3} = \frac{25\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow S_{AMON} = 2 \cdot S_{AMO} = 2 \cdot \frac{25\sqrt{3}}{2} = 25\sqrt{3} \text{ cm}^2.$$

Ta có: $AMON$ là tứ giác nội tiếp (cmt)

$$\Rightarrow \angle MAN + \angle MON = 180^\circ \text{ (tính chất tứ giác nội tiếp)}$$

$$\Rightarrow \angle MON = 180^\circ - \angle MAN = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ.$$

Mà $\angle MON$ là góc ở tâm chắn cung $MN \Rightarrow \text{cung } MN = 120^\circ$.

$$\Rightarrow \text{Diện tích hình quạt } MON \text{ là: } S_0 = \frac{\pi R^2 n}{360} = \frac{\pi \cdot 5^2 \cdot 120}{360} = \frac{25\pi}{3} \text{ cm}^2.$$

$\Rightarrow$ Diện tích của phần tứ giác $AMON$ nằm phía ngoài đường tròn (O) là:

$$S = S_{AMON} - S_0 = 25\sqrt{3} - \frac{25\pi}{3} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Vậy diện tích phần hình cần tính là: $25\sqrt{3} - \frac{25\pi}{3} \text{ cm}^2$.