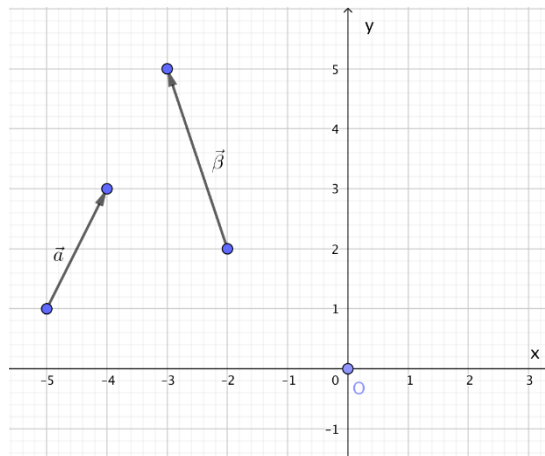


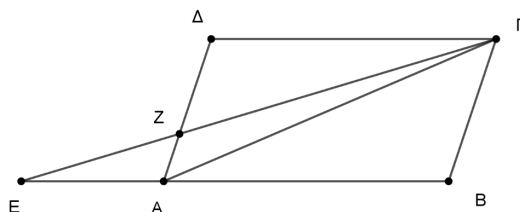
1.3 Πολλαπλασιασμός αριθμού με διάνυσμα

ΘΕΜΑ Β

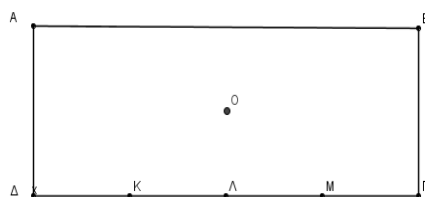
1. (15010) Δίνονται τα μη συνευθειακά σημεία του επιπέδου A, B, Γ και τα διανύσματα $\vec{B\Delta}$ και $\vec{\Gamma E}$ τέτοια ώστε $\vec{B\Delta} = \vec{BA} + \vec{B\Gamma}$ και $\vec{\Gamma E} = \vec{\Gamma A} + \vec{\Gamma B}$.
- α) Να δείξετε ότι $\vec{A\Delta} = \vec{B\Gamma}$ και $\vec{A\Gamma} = \vec{B\Delta}$. (Μονάδες 8)
- β) Να δείξετε ότι τα διανύσματα $\vec{A\Delta}$ και $\vec{A\Gamma}$ είναι αντίθετα (Μονάδες 8)
- γ) Να δικαιολογήσετε γιατί τα σημεία A, Δ και E είναι συνευθειακά. (Μονάδες 9)
2. (20914) Στο παρακάτω σχήμα, δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$.
- α) Να σημειώσετε πάνω στο σχήμα τα διανύσματα $\vec{OA} = \vec{\alpha}, \vec{OB} = \vec{\beta}$ όπου O η αρχή των αξόνων. (Μονάδες 08)
- β) Να βρείτε τις συντεταγμένες των διανυσμάτων $\vec{OA} = \vec{\alpha}, \vec{OB} = \vec{\beta}$ και $\vec{AB}$. (Μονάδες 09)
- γ) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο OAB είναι ορθογώνιο. (Μονάδες 08)



3. (21165) Θεωρούμε το παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ και έστω $\vec{AB} = \vec{\alpha}$ και $\vec{AD} = \vec{\beta}$. Τα σημεία E και Z είναι τέτοια ώστε $\vec{AE} = -\frac{1}{2} \cdot \vec{AB}$ και $\vec{AZ} = \frac{1}{3} \cdot \vec{AD}$.
- α) Να αποδείξετε ότι: $\vec{EZ} = \frac{1}{2} \cdot \vec{\alpha} + \frac{1}{3} \cdot \vec{\beta}$ και $\vec{Z\Gamma} = \vec{\alpha} + \frac{2}{3} \cdot \vec{\beta}$. (Μονάδες 10)
- β) Να αποδείξετε ότι: $\vec{Z\Gamma} = 2\vec{EZ}$. (Μονάδες 9)
- γ) Να δείξετε ότι τα σημεία Z, E και Γ είναι συνευθειακά. (Μονάδες 6)



4. (22042) Στο σχήμα φαίνεται ορθογώνιο παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με κέντρο Ο. Τα σημεία Κ, Λ, Μ χωρίζουν την πλευρά ΔΓ σε τέσσερα ίσα τμήματα.



Αν $\vec{ΔΚ} = \vec{\alpha}$ και $\vec{ΔΑ} = \vec{\beta}$ να εκφράσετε καθένα από τα ακόλουθα διανύσματα ως γραμμικούς συνδυασμούς των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

- α) $\vec{ΔΓ}$ (Μονάδες 8) β) $\vec{ΜΑ}$ (Μονάδες 8) γ) $\vec{ΟΔ}$ (Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ Δ

5. (21885) Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και Δ, Ε σημεία εσωτερικά των πλευρών ΑΒ και ΑΓ αντίστοιχα τέτοια ώστε $\vec{ΑΒ} = κ \cdot \vec{ΑΔ}$ και $\vec{ΑΓ} = λ \cdot \vec{ΑΕ}$, όπου κ και λ θετικοί πραγματικοί αριθμοί. Αν $\vec{ΑΒ} = \vec{\alpha}$ και $\vec{ΑΓ} = \vec{\beta}$, τότε:

- α) Να εκφράσετε τα διανύσματα $\vec{ΔΕ}$ και $\vec{ΒΓ}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$. (Μονάδες 8)

- β) i. Αν $κ=λ$, να αποδείξετε ότι $\vec{ΒΓ} \parallel \vec{ΔΕ}$ και $|\vec{ΒΓ}| = κ|\vec{ΔΕ}|$. (Μονάδες 10)

- ii. Αν $κ=λ=2$, να γράψετε τη σχέση που συνδέει τα διανύσματα $\vec{ΔΕ}$ και $\vec{ΒΓ}$ και να διατυπώσετε λεκτικά ποιο γνωστό θεώρημα της Ευκλείδειας Γεωμετρίας έχει αποδειχθεί. (Μονάδες 7)