Série des exercices pour 1 Bac Sc.exp Biof

Exercice 1 : On considère la suite numérique $(u_n)_{n\geq 0}$ définie par : $u_0 = 3$ et $\forall n\in N : u_{n+1} = 3 - \frac{9}{4u_n}$:

1- Montrer que : $\forall n\in N\,,\ u_n > \frac{3}{2}$, puis montrer que (u_n) est une suite décroissante,

2- On considère la suite numérique $(v_n)_{n\geq 0}$ définie par : $\forall n\in N : v_n = \frac{2}{2u_n - 3}$:

a- Montrer que $(v_n)_{n\in N}$ est une suite arithmétique de raison $\frac{2}{3}$, puis étudier la monotonie de (v_n),

b- Ecrire v_n en fonction de n, puis écrire u_n en fonction de n,

c- Calculer la somme suivante : $S_1 = \sum_{i=0}^{n} v_i = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$.

3- On pose $w_n = \frac{3}{2}(n + 2) + v_n$, $\forall n\in N$: Calculer la somme suivante : $S_2 = \sum_{i=0}^{n} w_i = w_0 + w_1 + \dots + w_n$.

Exercice 2 : On considère la suite numérique $(u_n)_{n\geq 0}$ définie par : $u_0 = \frac{1}{2}$ et $\forall n\in N : u_{n+1} = \frac{u_n}{3 - 2u_n}$:

1- Montrer que : $\forall n\in N\,,\ 0 < u_n < 1$, puis étudier la monotonie de (u_n),

2- On considère la suite numérique $(v_n)_{n\geq 0}$ définie par : $\forall n\in N : v_n = \frac{u_n}{a + u_n}$ tel que $a\in R$:

a- Déterminer la valeur de a pour que (v_n) est suite géométrique,

b- On suppose que $a = -1$, écrire v_n en fonction de n, puis déduire u_n en fonction de n,

c- Montrer que : $\forall n\in N,\ 0 < u_n < \frac{1}{3^n}$.

Exercice 3 : On considère les suites numériques $(u_n)_{n\geq 0}$ et $(v_n)_{n\geq 0}$ définies par :

$u_0 = 1$ et $u_1 = 2$ $\forall n\in N^*\backslash\{1\} : u_n = \frac{3u_{n-1}.u_{n-2}}{u_{n-2} + 2u_{n-1}}$ et $\forall n\in N^*,\ v_n = \frac{1}{u_n} - \frac{1}{u_{n-1}}$:

1- Montrer que (v_n) est une suite géométrique, puis écrire v_n en fonction de n,

2- écrire u_n en fonction de n.

Exercice 4 : On considère les suites numériques $(a_n)_{n\geq 0}$ et $(b_n)_{n\geq 0}$ et $(u_n)_{n\geq 0}$ et $(v_n)_{n\geq 0}$ définies par :

$a_0 = a$ et $b_0 = b$ et $a_{n+1} = \frac{1}{3}(2a_n + b_n)$ et $b_{n+1} = \frac{1}{3}(a_n + 2b_n)$ et $u_n = a_n + b_n$ et $v_n = a_n - b_n$:

1- montrer que la suite (u_n) est suite constante, puis calculer sa valeur,

2- montrer que (v_n) est une suite géométrique et préciser ses éléments caractéristiques,

3- déterminer a_n et b_n en fonction de n.

Exercice 5 : On considère la suite numérique $(u_n)_{n\geq 0}$ tel que: $u_0 = -1$ et $u_1 = \frac{1}{2}$ et $\forall n\in N : u_{n+2} = u_{n+1} - \frac{u_n}{4}$:

1- soient les suites numériques $(v_n)_{n\geq 0}$ et $(w_n)_{n\geq 0}$ tel que : $v_n = u_{n+1} - \frac{u_n}{2}$ et $w_n = \frac{u_n}{v_n}$:

a- montrer que (v_n) est une suite géométrique et préciser ses éléments caractéristiques,

b- montrer que (w_n) est une suite géométrique et préciser ses éléments caractéristiques, c- donner l'expression de u_n en fonction de n, $\forall n \in N$,

2- montrer que $\forall n \in N^* : 0 < u_n < \frac{2}{n}$.

Exercice 6 :

On considère les suites numériques $\left(u_n\right)_{n \geq 0}$ et $\left(v_n\right)_{n \geq 0}$ tel que : $u_n = \frac{1}{4}(2^n + 4n - 5)$ et $v_n = \frac{1}{4}(2^n - 4n + 5)$:

1- Calculer u_0 et u_1 et v_0 et v_1,

2- on pose $a_n = u_n + v_n$, $\forall n \in N$:

a- montrer que la suite (a_n) est géométrique et préciser ses éléments caractéristiques,

b- Calculer la somme suivante : $S_1 = \sum_{i=0}^{n} a_i = a_0 + a_1 + a_2 + ... + a_n$

3- on pose $b_n = u_n - v_n$, $\forall n \in N$:

a- montrer que la suite (b_n) est arithmétique et préciser ses éléments caractéristiques,

b- Calculer la somme suivante : $S_2 = \sum_{i=0}^{n} b_i = b_0 + b_1 + b_2 + ... + b_n$,

c- Déduire les sommes suivantes : $S_3 = \sum_{i=0}^{n} u_i = u_0 + u_1 + ... + b_n$ et $S_4 = \sum_{i=0}^{n} v_i = v_0 + v_1 + ... + v_n$.

Exercice 7 : On considère la suite numérique $\left(u_n\right)_{n \geq 0}$ définie par : $u_0 = 1$ et $\forall n \in N : u_{n+1} = \frac{2u_n}{3+\sqrt{u_n}}$:

1- Calculer u_0 et u_1, puis montrer que (u_n) est suite décroissante, puis Montrer que : $\forall n \in N,\ u_n > 0$,

2- Montrer que : $\forall n \in N,\ 0 < u_{n+1} \leq \frac{2}{3}u_n$, puis déduire que $\forall n \in N,\ 0 < u_n \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$.