

TRẮC NGHIỆM NGUYÊN HÀM THEO TỪNG MỨC ĐỘ

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x) dx = 3x^3 - x + C$.

B. $\int f(x) dx = x^3 - x + C$.

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}x^3 - x + C$.

D. $\int f(x) dx = x^3 - C$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \cos 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.

B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$.

C. $\int f(x) dx = 2 \sin 2x + C$.

D. $\int f(x) dx = -2 \sin 2x + C$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = 2024x^{2023} - 2023$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x) dx = x^{2024} + C$

B. $\int f(x) dx = 2024x^{2023} - 2023x + C$

C. $\int f(x) dx = x^{2024} - 2023x + C$

D. $\int f(x) dx = 2021x^{2024} - 2023x + C$

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \cos 2023x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2023} \sin 2023x + C$

B. $\int f(x) dx = 2023 \sin 2023x + C$

C. $\int f(x) dx = -2021 \sin 2023x + C$

D. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2023} \sin 2023x + C$

Câu 5. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x+1}$ và $F(0) = 2$ thì $F(1)$ bằng.

A. $\ln 2$.

B. $2 + \ln 2$.

C. 3 .

D. 4 .

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 27 + \cos x$ và $f(0) = 2023$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = 27x + \sin x + 1995$

B. $f(x) = 27x - \sin x + 2023$

C. $f(x) = 27x + \sin x + 2023$

D. $f(x) = 27x - \sin x - 2023$

Câu 7. Cho biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và có một nguyên hàm là $F(x)$. Tìm

$I = \int [2f(x) + f'(x) + 1] dx$?

A. $I = 2xF(x) + x + 1$.

B. $I = 2F(x) + xf(x) + C$.

C. $I = 2xF(x) + f(x) + x + C$.

D. $I = 2F(x) + f(x) + x + C$.

Câu 8. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$ là:

A. $\frac{2^x}{\ln 2} + C$

B. $2^x \cdot \ln 2 + C$

C. $\frac{\ln 2}{2^x} + C$

D. $x \cdot 2^x \cdot \ln 2 + C$

Câu 9. Cho nguyên hàm $I = \int x^2 \sqrt{4-x^2} dx$. Nếu đặt $x = 2 \sin t$ với $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ thì

A. $I = 2t + \frac{\cos 4t}{2} + C$

B. $I = 2t + \frac{\sin 8t}{4} + C$

C. $I = 2t - \frac{\cos 4t}{2} + C$

D. $I = 2t - \frac{\sin 4t}{2} + C$

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

A. $x^3 + \cos x + C$

B. $6x + \cos x + C$

C. $x^3 - \cos x + C$

D. $6x - \cos x + C$

Câu 11. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{e^{3x+1}}{3x+1} + C$

B. $\int f(x) dx = 3e^{3x} + C$

C. $\int f(x) dx = e^3 + C$

D. $\int f(x) dx = \frac{e^{3x}}{3} + C$

Câu 12. Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x^3 - x^2 + \frac{2}{x}$.

A. $F(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{x^2} + C$

B. $F(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{x^2}$

C. $F(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^3 - \frac{2}{x^2} + C$

D. $F(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{x^2} + C$

Câu 13. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = (x-3)^4$.

A. $F(x) = \frac{(x-3)^5}{5} + x$

B. $F(x) = 4(x-3)^4 + C$

C. $F(x) = (x-3)^5 + C$

D. $F(x) = \frac{(x-3)^5}{5} - 15$

Câu 14. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

A. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$

B. $\int x^e dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C$

C. $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$

D. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$

Câu 15. Tính $\int (x - \sin 2x) dx$.

A. $x^2 + \frac{\cos 2x}{2} + C$

B. $\frac{x^2}{2} + \frac{\cos 2x}{2} + C$

C. $\frac{x^2}{2} + \cos 2x + C$.

D. $\frac{x^2}{2} + \sin x + C$.

Câu 16. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\int xe^x dx = e^x + xe^x + C$

B. $\int xe^x dx = \frac{x^2}{2} e^x + e^x + C$

C. $\int xe^x dx = xe^x - e^x + C$

D. $\int xe^x dx = \frac{x^2}{2} e^x + C$

Câu 17. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

A. $x^3 + \cos x + C$

B. $6x + \cos x + C$

C. $x^3 - \cos x + C$

D. $\sin x + 1$

Câu 18. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x + \frac{1}{\sin^2 x}$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1$ là

A. $-\cot x + x^2 - \frac{\pi^2}{16}$

B. $\cot x - x^2 + \frac{\pi^2}{16}$

C. $-\cot x + x^2 - 1$

D. $\cot x + x^2 - \frac{\pi^2}{16}$

Câu 19. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

A. $x^3 + \cos x + C$

B. $6x + \cos x + C$

C. $x^3 - \cos x + C$

D. $6x - \cos x + C$

Câu 20. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}$

A. $\int f(x) dx = \frac{e^{3x+1}}{3x+1} + C$

B. $\int f(x) dx = 3e^{3x} + C$

C. $\int f(x) dx = e^3 + C$

D. $\int f(x) dx = \frac{e^{3x}}{3} + C$

Câu 21. Cho $F(x) = \int xe^x dx$. Khi đó, $F(x)$ bằng

A. $xe^x + e^x + C$

B. $-xe^x + e^x + C$

C. $xe^x - 2e^x + C$

D. $xe^x - e^x + C$

Câu 22. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là

A. $6x + C$

B. $\frac{x^3}{3} + x + C$

C. $x^3 + x + C$

D. $x^3 + C$

Câu 23. Biết $\int f(x) dx = e^x + \sin x + C$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(x) = e^x - \sin x$

B. $f(x) = e^x - \cos x$

C. $f(x) = e^x + \cos x$

D. $f(x) = e^x + \sin x$

Câu 24. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x + \frac{2}{x}$ là:

A. $2^x \ln - \frac{2}{x^2} + C$

B. $2^x + 2 \ln x + C$

C. $\frac{2^x}{\ln 2} + 2 \ln |x| + C$

D. $\frac{2^x}{\ln 2} + 2 \ln x + C$

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(0) = 0; f'(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$. Họ nguyên hàm của hàm số $g(x) = 4xf(x)$ là:

A. $(x^2 + 1) \ln(x^2) - x^2 + c$

B. $x^2 \ln(x^2 + 1) - x^2$

C. $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - x^2 + c$

D. $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - x^2$

Câu 26. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C.$

B. $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln |ax+b| + C, (a \neq 0).$

C. $\int \frac{1}{x+1} dx = \ln x + C.$

D. $\int \frac{1}{x-1} dx = \ln(x-1) + C.$

Câu 27. Một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{2x+2}{(x+1)^2}$ là

A. $\ln(x+1)^2.$

B. $\ln^2(x+1).$

C. $\ln(x^2 + 2x).$

D. $\ln^2(x^2 + 2x).$

Câu 28. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + \sin 2x$ là.

A. $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x + C$

B. $\frac{x^2}{2} - \cos 2x + C$

C. $x^2 - \frac{1}{2} \cos 2x + C$

D. $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x + C$

Câu 29. Cho $\int 2x(3x-2)dx = A(3x-2)^8 + B(3x-2)^7 + C$ với $A, B, C \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $12A + 7B$.

A. $\frac{23}{252}.$

B. $\frac{241}{252}.$

C. $\frac{52}{9}.$

D. $\frac{7}{9}.$

Câu 30. Tìm nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}.$

A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C.$

B. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C.$

C. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln x + C.$

D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C.$

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x) dx = 3x^3 - x + C.$

B. $\int f(x) dx = x^3 - x + C.$

C. $\int f(x) dx = \frac{1}{3}x^3 - x + C.$

D. $\int f(x) dx = x^3 - C.$

Lời giải

$$\int f(x) dx = \int (3x^2 - 1) dx = x^3 - x + C$$

Chọn B.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \cos 2x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C.$

B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \sin 2x + C.$

C. $\int f(x) dx = 2 \sin 2x + C.$

D. $\int f(x) dx = -2 \sin 2x + C.$

Lời giải

$$\int f(x) dx = \int (\cos 2x) dx = \frac{1}{2} \int (\cos 2x) d(2x) = \frac{1}{2} \sin 2x + C$$

Chọn A.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = 2024x^{2023} - 2023$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x) dx = x^{2024} + C$

B. $\int f(x) dx = 2024x^{2023} - 2023x + C$

C. $\int f(x) dx = x^{2024} - 2023x + C$

D. $\int f(x) dx = 2021x^{2024} - 2023x + C$

Lời giải

Chọn C

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \cos 2023x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2023} \sin 2023x + C$

B. $\int f(x) dx = 2023 \sin 2023x + C$

C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2021} \sin 2023x + C$

D. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2023} \sin 2023x + C$

Lời giải

Chọn A

Câu 5. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x+1}$ và $F(0) = 2$ thì $F(1)$ bằng.

A. $\ln 2$

B. $2 + \ln 2$

C. 3

D. 4

Lời giải

Đáp án B

$$F(x) = \int \frac{1}{x+1} dx = \ln|x+1| + C \quad \text{mà } F(0) = 2 \quad \text{nên } F(x) = \ln|x+1| + 2$$

Do đó $F(1) = 2 + \ln 2$

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 27 + \cos x$ và $f(0) = 2023$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(x) = 27x + \sin x + 1995$

B. $f(x) = 27x - \sin x + 2023$

C. $f(x) = 27x + \sin x + 2023$

D. $f(x) = 27x - \sin x - 2023$

Lời giải

Chọn C

$$f'(x) = 27 + \cos x \Rightarrow \int f'(x) dx = \int (27 + \cos x) dx \Rightarrow f(x) = 27x + \sin x + C$$

$$\text{Mà } f(0) = 2023 \Rightarrow 27 \cdot 0 + \sin 0 + C = 2023 \Leftrightarrow C = 2023 \Rightarrow f(x) = 27x + \sin x + 2023$$

Câu 7. Cho biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và có một nguyên hàm là $F(x)$. Tìm

$$I = \int [2f(x) + f'(x) + 1] dx$$

A. $I = 2xF(x) + x + 1$.

B. $I = 2F(x) + xf(x) + C$.

C. $I = 2xF(x) + f(x) + x + C$.

D. $I = 2F(x) + f(x) + x + C$.

Lời giải

Đáp án D

$$\text{Ta có: } I = \int [2f(x) + f'(x) + 1] dx = 2F(x) + f(x) + x + C$$

Câu 8. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$ là:

A. $\frac{2^x}{\ln 2} + C$

B. $2^x \cdot \ln 2 + C$

C. $\frac{\ln 2}{2^x} + C$

D. $x \cdot 2^x \cdot \ln 2 + C$

Lời giải

Đáp án A

$$\text{Ta có công thức } \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \Rightarrow \int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$$

Câu 9. Cho nguyên hàm $I = \int x^2 \sqrt{4 - x^2} dx$. Nếu đặt $x = 2 \sin t$ với $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ thì

A. $I = 2t + \frac{\cos 4t}{2} + C$

B. $I = 2t + \frac{\sin 8t}{4} + C$

C. $I = 2t - \frac{\cos 4t}{2} + C$

D. $I = 2t - \frac{\sin 4t}{2} + C$

Lời giải

Đáp án D

Đặt $x = 2 \sin t$ với $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow dx = 2 \cos t dt$

$$\Rightarrow I = 16 \int \sin^2 t \cos^2 t dt = 4 \int \sin^2 2t dt = 2 \int (1 - \cos 4t) dt = 2t - \frac{\sin 4t}{2} + C$$

Câu 10. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

- A. $x^3 + \cos x + C$ B. $6x + \cos x + C$ C. $x^3 - \cos x + C$ D. $6x - \cos x + C$

Lời giải

Chọn C

Câu 11. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}$

- A. $\int f(x) dx = \frac{e^{3x+1}}{3x+1} + C$ B. $\int f(x) dx = 3e^{3x} + C$
C. $\int f(x) dx = e^3 + C$ D. $\int f(x) dx = \frac{e^{3x}}{3} + C$

Lời giải

Chọn D

Câu 12. Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = x^3 - x^2 + \frac{2}{x}$

- A. $F(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{x^2} + C$ B. $F(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{x^2}$
C. $F(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^3 - \frac{2}{x^2} + C$ D. $F(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{2}{x^2} + C$

Lời giải

Chọn D

Câu 13. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = (x-3)^4$

- A. $F(x) = \frac{(x-3)^5}{5} + x$ B. $F(x) = 4(x-3)^4 + C$
C. $F(x) = (x-3)^5 + C$ D. $F(x) = \frac{(x-3)^5}{5} - 15$

Lời giải

Chọn D

Câu 14. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào sai?

- A. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$ B. $\int x^e dx = \frac{x^{e+1}}{e+1} + C$
C. $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$ D. $\int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x + C$

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\int e^x dx = \frac{e^{x+1}}{x+1} + C$ sai vì $\int e^x dx = e^x + C$.

Câu 15. Tính $\int (x - \sin 2x) dx$.

A. $x^2 + \frac{\cos 2x}{2} + C$.

B. $\frac{x^2}{2} + \frac{\cos 2x}{2} + C$.

C. $\frac{x^2}{2} + \cos 2x + C$.

D. $\frac{x^2}{2} + \sin x + C$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\int (x - \sin 2x) dx = \int x dx - \int \sin 2x dx = \frac{x^2}{2} + \frac{\cos 2x}{2} + C$.

Câu 16. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $\int xe^x dx = e^x + xe^x + C$.

B. $\int xe^x dx = \frac{x^2}{2} e^x + e^x + C$.

C. $\int xe^x dx = xe^x - e^x + C$.

D. $\int xe^x dx = \frac{x^2}{2} e^x + C$.

Lời giải

Đáp án C

Ta có: $\int xe^x dx = \int x d(e^x) = xe^x - \int e^x dx = xe^x - e^x + C$.

Chú ý: Sử dụng công thức nguyên hàm từng phần: $\int u dv = uv - \int v du$.

Câu 17. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

A. $x^3 + \cos x + C$.

B. $6x + \cos x + C$.

C. $x^3 - \cos x + C$.

D. $\sin x + 1$.

Lời giải

Đáp án C

Ta có $\int (3x^2 + \sin x) dx = x^3 - \cos x + C$.

Câu 18. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2x + \frac{1}{\sin^2 x}$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1$ là

A. $-\cot x + x^2 - \frac{\pi^2}{16}$.

B. $\cot x - x^2 + \frac{\pi^2}{16}$.

C. $-\cot x + x^2 - 1$.

D. $\cot x + x^2 - \frac{\pi^2}{16}$.

Lời giải

Đáp án A

$$F(x) = \int \left(2x + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx = x^2 - \cot x + C$$

Ta có

$$F\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1 \Leftrightarrow \left(\frac{\pi}{4}\right)^2 - \cot \frac{\pi}{4} + C = -1 \Leftrightarrow C = -\frac{\pi^2}{16}$$

Vậy $F(x) = -\cot x + x^2 - \frac{\pi^2}{16}$.

Câu 19. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

- A.** $x^3 + \cos x + C$. **B.** $6x + \cos x + C$. **C.** $x^3 - \cos x + C$. **D.** $6x - \cos x + C$.

Lời giải**Chọn C**

Ta có $\int (3x^2 + \sin x) dx = x^3 - \cos x + C$.

Câu 20. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{e^{3x+1}}{3x+1} + C$. **B.** $\int f(x) dx = 3e^{3x} + C$.

C. $\int f(x) dx = e^3 + C$. **D.** $\int f(x) dx = \frac{e^{3x}}{3} + C$.

Lời giải**Chọn D**

Ta có: $\int e^{3x} dx = \frac{e^{3x}}{3} + C$.

Câu 21. Cho $F(x) = \int xe^x dx$. Khi đó, $F(x)$ bằng

- A.** $xe^x + e^x + C$ **B.** $-xe^x + e^x + C$ **C.** $xe^x - 2e^x + C$ **D.** $xe^x - e^x + C$

Lời giải**Đáp án D**

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$

$$F(x) = \int xe^x dx = xe^x - \int e^x dx = xe^x - e^x + C$$

Câu 22. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là

- A.** $6x + C$. **B.** $\frac{x^3}{3} + x + C$. **C.** $x^3 + x + C$. **D.** $x^3 + C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)dx = \int (3x^2 + 1)dx = \frac{3x^3}{3} + x + C = x^3 + x + C$

Chọn C

Câu 23. Biết $\int f(x)dx = e^x + \sin x + C$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(x) = e^x - \sin x$ **B.** $f(x) = e^x - \cos x$ **C.** $f(x) = e^x + \cos x$ **D.** $f(x) = e^x + \sin x$

Lời giải

Ta có: $\int f(x)dx = e^x + \sin x + C \Rightarrow f(x) = (e^x + \sin x + C)' \Rightarrow f(x) = e^x + \cos x$

Chọn C

Câu 24. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x + \frac{2}{x}$ là:

A. $2^x \ln - \frac{2}{x^2} + C$ **B.** $2^x + 2 \ln x + C$ **C.** $\frac{2^x}{\ln 2} + 2 \ln |x| + C$ **D.** $\frac{2^x}{\ln 2} + 2 \ln x + C$

Lời giải

Đáp án C

Ta có: $\int f(x)dx = \int \left(2^x + \frac{2}{x} \right) dx = \frac{2^x}{\ln 2} + 2 \ln |x| + C$

Câu 25. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(0) = 0; f'(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$. Họ nguyên hàm của hàm số

$g(x) = 4xf(x)$ là:

A. $(x^2 + 1) \ln(x^2) - x^2 + c$ **B.** $x^2 \ln(x^2 + 1) - x^2$
C. $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - x^2 + c$ **D.** $(x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - x^2$

Lời giải

Đáp án C

Ta có: $f'(x) = \frac{x}{x^2 + 1} \Rightarrow f(x) = \int f'(x)dx = \int \frac{x dx}{x^2 + 1} = \frac{1}{2} \int \frac{d(x^2 + 1)}{x^2 + 1} = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + C$

$f(0) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \ln 1 + C = 0 \Leftrightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1)$

$\Rightarrow g(x) = 4xf(x) = 2x \ln(x^2 + 1) \Rightarrow \int g(x)dx = \int 2x \ln(x^2 + 1)dx$

Đặt $t = x^2 + 1 \Rightarrow dt = 2x dx$

$$\Rightarrow \int g(x) dx = \int \ln t dt = t \ln t - \int t \cdot \frac{1}{t} dt = t \ln t - \int dt = t \ln t - t + C$$

$$= (x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - (x^2 + 1) + C$$

Đặt $-1 + C = c \Rightarrow \int g(x) dx = (x^2 + 1) \ln(x^2 + 1) - x^2 + c$

Câu 26. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int \frac{1}{x} dx = \ln x + C.$

B. $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C, (a \neq 0).$

C. $\int \frac{1}{x+1} dx = \ln x + C.$

D. $\int \frac{1}{x-1} dx = \ln(x-1) + C.$

Lời giải

Đáp án B

Sử dụng bảng nguyên hàm ta được $\int \frac{1}{ax+b} dx = \frac{1}{a} \ln|ax+b| + C, (a \neq 0).$

Câu 27. Một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{2x+2}{(x+1)^2}$ là

A. $\ln(x+1)^2.$

B. $\ln^2(x+1).$

C. $\ln(x^2 + 2x).$

D. $\ln^2(x^2 + 2x).$

Lời giải

Đáp án A

Ta có $\int \frac{2x+2}{(x+1)^2} dx = \int \frac{2}{x+1} dx = 2 \ln|x+1| + C = \ln(x+1)^2 + C.$

Câu 28. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + \sin 2x$ là.

A. $\frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x + C$

B. $\frac{x^2}{2} - \cos 2x + C$

C. $x^2 - \frac{1}{2} \cos 2x + C$

D. $\frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} \cos 2x + C$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int (x + \sin 2x) dx = \int x dx + \int \sin 2x dx = \frac{x^2}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x + C$

Câu 29. Cho $\int 2x(3x-2) dx = A(3x-2)^8 + B(3x-2)^7 + C$ với $A, B, C \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $12A + 7B$.

A. $\frac{23}{252}.$

B. $\frac{241}{252}.$

C. $\frac{52}{9}.$

D. $\frac{7}{9}.$

Lời giải

Đáp án D

Ta có: $I = \int 2x(3x-2)^6 dx$

Đặt $3x-2=t \Rightarrow x=\frac{t+2}{3} \Rightarrow dx=\frac{1}{3}dt$

Suy ra $I = \int \frac{2}{9}(t+2)t^6 dt = \frac{2}{9} \int (t^7 + 2t^6) dt = \frac{2}{9} \left(\frac{t^8}{8} + \frac{2t^7}{7} \right) + C = \frac{1}{36}t^8 + \frac{4}{63}t^7 + C$

$$\Rightarrow I = \frac{1}{36}(3x-2)^8 + \frac{4}{63}(3x-2)^7 + C \Rightarrow \begin{cases} A = \frac{1}{36} \\ B = \frac{4}{63} \end{cases} \Rightarrow 12A + 7B = 12 \cdot \frac{1}{36} + 7 \cdot \frac{4}{63} = \frac{7}{9}.$$

Câu 30. Tìm nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}$.

A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C.$

B. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C.$

C. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln x + C.$

D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C.$

Lời giải

Đáp án D

Ta có: $I = \int \left(x^2 - 3x + \frac{1}{x} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$

Lưu ý: Chú ý dùng dấu giá trị tuyệt đối khi có $\ln|x|$, học sinh có thể chọn nhầm đáp án C.