

## Урок

**Тема уроку:** Тригонометричні функції числового аргументу.

**Формування компетентностей:** Предметна компетентність: Узагальнити та систематизувати знання учнів з теми: Тригонометричні функції.

Спілкування державною мовою: чітко, локанічно та зрозуміло формувати думку, аргументувати, доводити правильність тверджень.

**Математична компетентність:** У нестандартних умовах, вчити їх аналізувати та систематизувати ті знання, які вони отримують на заняттях, показати зв'язок математики з життям, з професією; сприяти вихованню всебічно розвиненої особистості.

**Тип уроку:** перевірка та оцінювання компетентностей. Корекція основних компетентностей.

**Міжпредметні зв'язки:**

**забезпечуючі:** алгебра, фізика, інформатика;

**забезпечувані:** електротехніка

**Технічні засоби навчання:** комп'ютер, мультимедійний проєктор.

**Методичне забезпечення:** презентації, відео «Музичний фонтан у Вінниці», картки-завдання.

## Хід уроку

1. Організаційна частина.

1.1. Привітання учнів

1.2. Перевірка готовності до заняття.

2. Повідомлення теми уроку, формування мети та основних завдань уроку.

3. Мотивація навчання.

Вступне слово викладача (на фоні відео «Музичний фонтан у Вінниці»)

Епіграф до уроку

Природа формує свої закони мовою математики.

Г.Галілей

Приємно розпочати урок з такого прекрасного музичного супроводу.

Проста гармонія буття

Повторення й повторення  
То вверх крокуємо то вниз,  
Удачі за невдачами,  
По синусоїді кудись  
Всі пливемо неначе ми.

Г.П. Бевз

Як ви думаєте, що пов'язує між собою звучання струни, рух маятника, явище резонансу, поширення електромагнітних хвиль, найрізноманітніші біоритми живих організмів?

Відповідь учня. Це окремі приклади коливальних рухів.

Викладач. А щоб описати їх, вивчити їх властивості, поставити на службу людям, треба побудувати математичну модель таких явищ.

Математичний опис періодичних процесів створювали вже вчені стародавнього світу. Теорія тригонометричних функцій, яку ми вивчаємо, теж є однією з найдавніших моделей періодичних явищ.

Сьогодні ми побуваємо в чарівному світі гармонії і краси, поринемо в загадковий світ різноманітних процесів і явищ, які відбуваються навколо нас, спробуємо показати, що ми всі живемо за властивостями тригонометричних функцій, навколо нас оточує багато речей, які підвладні цим законам.

І дамо відповідь на питання: Чи коливання, які оточують нас, корисні людству чи ні?

Ознайомлення з планом уроку.

1. Історія виникнення тригонометрії.
2. Вимірювання кутів.
3. Гармонічні коливання.
4. Тригонометричні функції в професії .
5. Тригонометричні функції на службі людини.
6. Гармоніки в природі.
7. Гармонія в побуті.
8. Тригонометричні функції числового аргументу.

Почнемо із зародження поняття тригонометрії, тобто з історії.

Слово надаємо

I. Історія тригонометрії.

Виникнення тригонометрії пов'язане з потребами:

астрономії, землемірства та будівельної справи.

Слово тригонометрія вперше зустрічається в 1505 році в працях німецького математика Пітіскуса.

“Тригонометрія” (від грецьких слів “тригонон” – трикутник і “метрію” – вимірюю) означає “вимірювання трикутників”.

У цьому випадку вимірювання трикутників потрібно розуміти як знаходження невідомих сторін, кутів та інших елементів трикутника.

Хоча назва науки виникла порівняно недавно, багато фактів, що мають відношення до тригонометрії, були відомі ще дві тисячі років назад.

Вперше способи розв'язування трикутників були знайдені давньогрецькими астрономами Гіпархом та Клавдієм Птолемеем.

Пізніше залежність між відношеннями сторін трикутника та його кутами почали називати тригонометричними функціями.

Виникнення тригонометрії пов'язане з розвитком астрономії, яка зародилась та розвивалась у Вавилоні, Єгипті, Китаї, Індії та інших древніх країнах.

Давньогрецькі вчені склали перші тригонометричні таблиці довжин хорд, що відповідають різним центральним кутам кола, які вони використовували для розв'язування трикутників. Перші таблиці було складено давньогрецьким математиком Гіпархом з Нікеї (II ст. до н.е.).

Астроном-математик був засновником математичної географії, склав зірковий каталог, досить точно визначив відстань від Землі до Місяця і ввів географічні координати (широту і довготу), використовуючи складені ним тригонометричні таблиці хорд.

Гіпотенузу прямокутного трикутника, яка дорівнює діаметру кола, він записував на основі теореми Піфагора. В сучасному трактуванні:

Довгу історію має поняття синуса. Різні відношення відрізків трикутника і кола (тобто тригонометричні функції) зустрічаються вже в III столітті до н. е. в працях великих математиків Стародавньої Греції – Евкліда, Архімеда, Аполонія Пергського.

Викладач. Які тригонометричні функції ви знаєте?

А тепер розглянемо як виразити тригонометричні функції за допомогою прямокутного трикутника і одиничного тригонометричного кола.

Знаки значень тригонометричних функцій.

Який взаємозок фізики з тригонометричними функціями? (Слайд 2, 3, 4).

2. Вимірювання кутів.

Слайд 5

Продовжити формули на дошці.

3. Гармонічні коливання

У природі і техніці, повсякденному житті часто доводиться спостерігати коливальні рухи. Наприклад, рух маятника годинника, коливання струни музичного інструмента, коливання води від кинутого в неї предмета, коливання напруги в електричній мережі, зміна струму і напруги в коливальному контурі та ін.

Найпростішими механічними коливаннями є так звані гармонічні коливання.

Гармонічними вважають коливання, за яких зміни фізичних величин з часом відбуваються за законами синуса або косинуса.

Гармонічні коливання дуже розповсюджені в природі й техніці. До них належать малі коливання підвішеного на пружині тягаря, малі коливання маятника, коливання в молекулах, якими зумовлене поглинання інфрачервоних променів, різноманітні коливання в електротехніці, наприклад, у коливальному контурі та інші.

Гармонічні коливання математичного маятника. Якщо кульку маятника змістити від положення рівноваги і відпустити, то вона почне коливатися, тобто здійснювати рухи, що повторюються, періодично проходячи через положення рівноваги. Графічне зображення гармонічних коливань.

Впевнитись у тому, що коливання відбуваються за законом косинуса чи синуса, можна й на досліді. У лійку з невеликим отвором насипають дрібний пісок. Пісок повинен висипатися з лійки тоненьким струменем. Підвісивши лійку над аркушем картону або цупкого паперу, її відводять убік і відпускають.

На папері залишатиметься слід — смужка піску (синусоїда).

Негативні наслідки коливань

Іноді вимушені гармонічні коливання можуть призвести до негативних наслідків, нанести шкоду природі, людині.

Одним із таких прикладів може бути коливання мостів під дією резонансу.

Можна це явище побачити на прикладі Такомського моста. 1 липня 1940 року в штаті Вашингтон був відкритий висячий міст через протоку Такома довжиною 1810 м. Через чотири місяці 7 листопада 1940 року при швидкості вітру близько 18 м/с сталася аварія, яка призвела до руйнування центрального прольоту моста. Руйнування мосту сприяло дослідженням в області аеродинаміки та аеропружності конструкцій і зміні підходів до проектування всіх великопрольотних мостів у світі.

Перегляд відео «Руйнування моста при резонансі».

Викладач: Поміж коливальних рухів значне місце займають електромагнітні коливання, з якими ви познайомились на уроках спецпредметів, електротек саме ваша професія пов'язана з тригонометрією нас познайомити.

## 5. Гармоніки в природі.

Можна навести багато прикладів коливного руху навколо нас!

Розглянемо коливання в живій природі. (Слайд 6,7)

Розглядаючи графіки тригонометричних функцій, можна згадати, що в повсякденному житті ми бачили схожі криві та поверхні. Наприклад хвилі на морі мають форму, що нагадує синусоїду.

Хвилювання, хвилі на воді — коливальні рухи поверхневих мас води у водоймах (морях, океанах, озерах, річках) з утворенням водяних валів (хвиль), викликані вітром, зміною атмосферного тиску, землетрусами, рухом суден, різкою зміною профілю дна тощо.

Опис руху риб у воді

Рух риб у воді відбувається за законом синуса або косинуса, якщо зафіксувати точку на хвості, а потім розглянути траєкторію руху.

При плаванні тіло риби приймає форму кривої, яка нагадує графік функції  $y = \text{tg}x$ .

Більшість риб рухається за допомогою коливальних рухів у задній частині тіла. Летючі рибки Eхосоetidae. Перед зльотом 70 разів швидко ворушить хвостом, перш ніж зробити ривок на поверхню.

Траєкторія руху – синусоїда.

Під час польоту траєкторія помаху крил птаха утворює синусоїду.

Людина вносить гармонію в своє життя.

Прикладом може бути музичний фонтан.

Контрольовані людиною коливання корисні для науки і широко використовуються в побуті.

Взаємозв'язок тригонометричних функцій з медициною (слайд 8,9, 10,11).

Тестове завдання. Встановіть відповідність між функціями за допомогою геометричних перетворень графіка (1-4).

Тригонометричні функції в мистецтві і архітектурі (Слайди 12-17).

Практична робота з рулоном паперу.

Математичне доміно.

Приклади практичного використання тригонометричних функцій. (Слайди 18-19).

Самостійна робота, кросворд.

Висновки

Ми з'ясували, що тригонометрія була визвана до життя необхідністю вимірювати кути, але з часом розвилася в науку про тригонометричні функції.

Ми довели, що тригонометрія тісно пов'язана з фізикою, зустрічається в природі, музиці, архітектурі та медицині.

Ми впевнені, що тригонометрія знайшла відображення у нашому житті, і сфери, в яких вона відіграє важливу роль, будуть поширюватися.

## Дидактичні додатки, які можна використати на уроках даної теми

Завдання 1. Якщо рулончик паперу розрізати навскоси і розгорнути його, то край паперу виявиться розрізаним по синусоїді (рис. 1, а). Цікаво, що проекція на площину гвинтовий лінії також буде синусоїдою (рис. 1, б). (рис. 1, а). (рис. 1, б).

Завдання 2. Фронтальне опитування (за кожну вірну відповідь учень одержує два бали).

1. Які тригонометричні функції вам відомі?
2. Сформулювати означення тригонометричних функцій гострого кута у прямокутному трикутнику.
3. Записати відношення тригонометричних функцій для кута  $\alpha$  у прямокутному трикутнику  $MIS$
4. Сформулювати означення синуса і косинуса довільного кута
5. Сформулювати означення тангенса та котангенса кута.
6. Які існують системи вимірювання кутових величин?
7. Записати знаки тригонометричних функцій у координатних четвертях.
8. Записати градусні міри кутів, зображених на малюнках.
9. Користуючись малюнком кола з центром у початку координат, зобразити кути та впишіть відповідні букви у клітинки
10. Продовжити формули:

Відповіді до запитань фронтального опитування

1. Синус, косинус, тангенс, котангенс.
2. Синусом гострого кута прямокутного трикутника називається відношення протилежного катета до гіпотенузи. Косинусом гострого кута прямокутного трикутника називається відношення прилеглого катета до гіпотенузи. Тангенсом гострого кута прямокутного трикутника називається відношення протилежного катета до прилеглого. Котангенсом гострого кута прямокутного трикутника називається відношення прилеглого катета до протилежного.

4. Синусом кута називається відношення ординати точки кола до його радіуса. Косинусом називається відношення абсциси точки кола до його радіуса.

5. Тангенсом кута називають відношення ординати точки кола до абсциси.

Котангенсом кута називають відношення абсциси точки кола до ординати.

6. Градуси, радіани.

7. Знаки тригонометричних функцій

Завдання 3. Гра «Чи вірите ви, що...?» (слайд)

Відповідаючи першим вірно, учень на дошку приліплює частину вислову.

1. Найбільше значення функції  $y = \sin x$  дорівнює 1?

2. Найменше значення функції  $y = \cos x$  дорівнює -1?

3. Найбільше значення функції  $y = \operatorname{tg} x$  дорівнює  $\sqrt{3}$ ?

4. Найбільшого значення функції  $y = \operatorname{ctg} x$  не існує?

5. У I чверті всі тригонометричні функції додатні?

6. У IV чверті тільки функція  $y = \cos x$  від'ємна?

7. Функція  $y = \operatorname{tg} x$  зростаюча на  $D(f)$ ?

8. Функція  $y = \cos x$  зростаюча на  $D(f)$ ?

9. Період тригонометричних функцій дорівнює  $2\pi$  ?

10. З усіх тригонометричних функцій тільки функція  $y = \cos x$  парна?

Завдання 4. Гра «Математичне доміно» (слайд) +3бали - хто перший, +2бали – хто другий, 1бал – хто третій, 0балів – самі не зробили.

Блок 5. Узагальнення та систематизація знань.

5.1 Слово викладача

Тепер послухаємо про властивості функцій, які описують коливання, або що про це знають члени наших команд. Кожна з груп готує та доповідає інформацію про одну з тригонометричних функцій: на колі та на графіку.

5.2 Повідомлення учня (застосування тригонометричних функцій у фізиці)

Гармонічні коливання (презентація до виступу). Періодичні зміни фізичної величини в залежності від часу, які відбуваються за законом синуса або косинуса називаються гармонічними коливаннями. Рівняння гармонічних коливань  $y = A \sin(\omega t + \alpha)$ ,  $y = A \cos(\omega t + \alpha)$ .

### Основні характеристики гармонічних коливань:

1.  $A$  – амплітуда коливань; характеризує найбільше відхилення точки, що коливається від положення рівноваги;
2.  $\omega t + \alpha$  – фаза коливань, яка визначає стан коливальної системи у будь-який момент часу [рад];
3.  $\alpha$  - початкова фаза коливань;
4.  $\omega$ - кутова швидкість [рад/с];
5.  $t$ - час [с]
6.  $T$  – період коливань [с] – це час, за який точка здійснює одне повне коливання;

5.4 Установіть відповідність між функціями (1-4) та геометричними перетвореннями графіка функції  $y = \sin(A-D)$

1.  $y = \sin x + 4$  (Відповідь Б)
2.  $y = \sin 4x$  (Відповідь В)
3.  $y = \sin(x - 4)$  (Відповідь Д)
4.  $y = 4 \sin x$  (Відповідь Г)

А Графік функції  $y = \sin x$  перенесли паралельно на чотири одиниці ліворуч

Б Графік функції  $y = \sin x$  перенесли паралельно на чотири одиниці вгору

В Графік функції  $y = \sin x$  стиснули до осі  $Oy$  у чотири рази

Г Графік функції  $y = \sin x$  розтягнули від осі  $Ox$  у чотири рази

Д Графік функції  $y = \sin x$  перенесли паралельно на чотири одиниці праворуч