ينسب المستوي إلى معلم $(O\,;\,\vec{i}\,;\,\vec{j})$. نعتبر النقط $D(-2\,;\,1)$ ، $C(7\,;\,4)$ ، $B(6\,;\,2)$ ، $A(0\,;\,5)$.

1) بيّن أن المستقيمين (AB) و (CD) متقاطعان .

2) أحسب إحداثيتي نقطة تقاطعهما ، وتحقق من ذلك بيانيا.

الحل :

1) بيّن أن المستقيمين (AB) و (CD) متقاطعان .

لدينا : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}6-0\\2-5\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-2-7\\1-4\end{pmatrix}$ معناه $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}6\\-3\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-9\\-3\end{pmatrix}$

ولدينا : $6\times(-3) = -18$ و $(-9)\times(-3) = 27$ إذن $(-9)\times(-3)\neq 6\times(-3)$ ومنه الشعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ غير مرتبطان خطيا وبالتالي : المستقيمان (AB) و (CD) متقاطعان في نقطة واحدة.

2) أحسب إحداثيتي نقطة تقاطعهما ، وتحقق من ذلك بيانيا.

لدينا : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}6\\-3\end{pmatrix}$ ومنه : $\overrightarrow{AB}=6\vec{u}$ حيث : $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-\frac{1}{2}\end{pmatrix}$ وبالتالي : (AB) : $y=-\frac{1}{2}x+\alpha$

$B\in(AB)$ إذن : $2=-\frac{1}{2}6+\alpha$ معناه أن $\alpha=5$ وبالتالي : (AB) : $y=-\frac{1}{2}x+5$

لدينا : $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-9\\-3\end{pmatrix}$ ومنه : $\overrightarrow{CD}=-9\vec{v}$ حيث : $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\\frac{1}{3}\end{pmatrix}$ وبالتالي : (CD) : $y=\frac{1}{3}x+\beta$ ، $C\in(CD)$

إذن : $4=\frac{1}{3}\times 7+\beta$ معناه $\beta=\frac{5}{3}$

وبالتالي : (CD) : $y=\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$

نسمي $E(x\,;\,y)$ نقطة تقاطع المستقيمين (AB) و (CD) إذن : $y=-\frac{1}{2}x+5$ و $y=\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$

معناه $-\frac{1}{2}x+5=\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$ و $y=-\frac{1}{2}x+5$ يكافئ أن : $\frac{5}{6}x=\frac{10}{3}$ و $y=-\frac{1}{2}x+5$

معناه أن : $x=4$ و $y=3$ إذن : $E(4\,;\,3)$.