

ТЕМА 14. Геометричні величини

Такі наукові дисципліни як фізика, механіка, астрономія, хімія, біологія, математика тощо мають справу з величинами. Якщо проводити вивчення природи без величин, то воно обмежиться лише спостереженнями та знаходитиметься на описовому рівні. Кожен об'єкт навколишньої дійсності має багато різноманітних властивостей.

Поняття величини виникло в результаті абстрагування від якісних особливостей і властивостей реальних об'єктів з метою виділення кількісних відношень. Як правило, вивчення величин призводить до необхідності провести її вимірювання. Отже, ми приходимо до поняття вимірювання величин. Цей процес завершується знаходженням числового значення величини (міри величини) при вибраній одиниці вимірювання. З допомогою вимірювання величин відбувається поєднання теорії з практикою.

Між різними властивостями об'єктів і явищ навколишньої реальності існують різноманітні зв'язки, деякі з яких відображаються в залежностях між відповідними величинами. Ці зв'язки можуть виражатися формулами, наприклад $S=4\pi R^2$, $V=\frac{4}{3}\pi R^3$ тощо.

Означення О.Д. Александрова: “Величиною взагалі називається така властивість предмета, явища або процесу, яка в якомусь відношенні може бути більшою, або меншою, причому так, що є можливість точного порівняння”.

Лише подальше вивчення величин та їх властивостей призвело до появи аксіоматичного означення величин, з яким ми познайомимся пізніше. Різнноманітні величини стали поділяти на певні види, вибираючи для класифікації різноманітні основи, наприклад: скалярні, векторні, тензорні, архімедові, неархімедові тощо. У подальшому ми більш детально познайомимся з окремими класами величин.

Для поділу величин на класи оберемо за основу те, за допомогою чого характеризується величина. Так, у математиці та фізиці найчастіше зустрічаються два види величин. Введемо їхні означення.

Означення 1: скалярними (від латинського *scala* – східці, шкала) називають такі величини, які повністю характеризуються числовим значенням, тобто числом.

Означення 2: векторними (від латинського *vektor* – тягти у певному напрямку) називають такі величини, які повністю характеризуються і числовим значенням, і напрямком дії.

Прикладом перших величин є довжина, маса, площа, об'єм тощо. Прикладом векторних величин є сила, прискорення, швидкість тощо. Оскільки математика здебільшого має справу із скалярними величинами, то в подальшому більш детально познайомимся із скалярними

величинами.. Враховуючи сутність аксіоматичної побудови теорії, зазначимо, що основним об'єктом буде поняття “величина”, а основним відношенням – відношення доданків до суми. Крім того, перед введенням аксіоматичного означення поняття величини розкриємо сутність поняття “однорідні величини”.

Означення 3: однорідними називаються такі величини, які характеризують одну і ту саму якість об'єктів.

Прикладами однорідних величин є усі довжини відрізків, усі маси тіл, усі площі, всі об'єми тощо. Для будь-яких однорідних величин слід встановити відношення рівності ($a=b$) і нерівності ($a<b$ або $a>b$). Встановлені відношення дають змогу порівнювати однорідні величини. Так, довжини або площі можна порівнювати накладанням, маси тіл – за допомогою терезів тощо. Якщо в системі однорідних величин визначена операція додавання однорідних величин, що дає змогу замінити дві однорідні величини a і b їхньою сумою $a+b$, то така система величин називається системою адитивно-скалярних величин. Суму n однакових доданків $a+a+a+...+a$ будемо позначати na . Тепер введемо поняття системи адитивно-скалярних величин.

Означення 4: системою однорідних адитивно-скалярних величин називається система величин $M=\{a, b, c, ...\}$, для якої справедливі наступні аксіоми:

Аксіома 1: для довільних двох величин a і b із системи M виконується одне і тільки одне з трьох співвідношень: 1) $a<b$; 2) $a=b$; 3) $a>b$

Аксіома 2 (транзитивність нерівності): для будь-яких трьох однорідних величин a, b і c із системи M із того, що $a<b$ і $b<c$ випливає $a<c$

Аксіома 3 (існування та єдиність суми): для будь-яких двох однорідних величин a і b із системи M завжди існує єдина величина c цього ж роду із системи M така, що $c=a+b$

Аксіома 4 (комутативність додавання): для будь-яких двох однорідних величин a і b із системи M справедлива рівність $a+b=b+a$

Аксіома 5 (асоціативність додавання): для будь-яких трьох однорідних величин a, b і c із системи M справедлива рівність: $(a+b)+c=a+(b+c)$

Аксіома 6: існує нульова величина (величина, що дорівнює нулю), яку позначають 0 і яка має наступні властивості: 1) $a>0$; 2) $a+0=a$; 3) $a\times 0=0$.

Аксіома 7(монотонність додавання): для будь-яких однорідних величин a і $b>0$ із системи M їх сума завжди більша a .

Аксіома 8 (виконуваність і єдиність ділення): для будь-якої однорідної величини a із системи M і натурального числа n завжди існує єдина однорідна величина b із системи M така, що $n\times b=a$

Аксіома 9 (аксіома Архімеда): для будь-яких однорідних

величин a і $b > 0$ із системи M існує натуральне число n таке, що $a < n \times b$

Аксіома 10 (аксіома неперервності): для двох послідовностей однорідних величин $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ і $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ із системи M таких, що $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_n < \dots < b_n < \dots < b_3 < b_2 < b_1$ завжди існує така величина c із множини M , яка більша від усіх a_n і менша, ніж усі b_n .

Вивчення величин — це один із засобів зв'язку навчання математики з життям. Ознайомлення учнів з величинами та одиницями їх вимірювання і формування відповідних умінь та навичок проходить в тісному зв'язку з формуванням поняття натурального числа, з формуванням поняття геометричної фігури.

Учнів слід переконати в тому, що при множенні величини на число дістанемо величину того самого роду: $5 \text{ м}^2 \cdot 3 = 15 \text{ м}^2$

Множення значень двох однорідних величин допускається в тому випадку, якщо з неї утворюється похідна величина: $5\text{м} \cdot 3\text{м} = 15 \text{ м}^2$

Порівнюючи величини безпосередньо, можна дізнатися рівні вони чи ні. Щоб отримати більш точний результат порівняння, величини слід виміряти. Вимірювання полягає в тому, щоб порівняти дану величину з деякою величиною, яка прийнята за одиницю вимірювання.

Сьогодні в більшості країн світу затвердилася метрична система мір, в якій основною одиницею є метр. Інші міри довжини дістали назви за допомогою латинських і грецьких слів — санти, деци, мілі — для позначення менших одиниць, ніж метр, та грецьких слів дека, гекто, кіло — для позначення більших одиниць від основної.

санти $1/100$ м, дека — більша в 10 разів; деци $1/10$ м, гекто більша в 100 разів мілі $1/1000$ м, кіло — більша в 1000 разів.

Таблиця найменування, позначень та назв приставок.

Найменування	Позначення приставки		Множник	Назва множника
	українське	міжнародне		
екса	Е	Е	10^{18}	квінтильйон
пета	П	Р	10^{15}	квадрильйон
тера	Т	Т	10^{12}	трильйон
гіга	Г	G	10^9	мільярд
мега	М	М	10^6	мільйон
кіло	к	k	10^3	тисяча
гекто	г	h	10^2	сто
дека	да	da	10^1	десять

деци	д	d	10^{-1}	одна десята
санті	с	c	10^{-2}	одна сота
мілі	м	m	10^{-3}	одна тисячна
мікро	мк	Ц	10^{-6}	одна мільйонна
нано	н	n	10^{-9}	одна мільярдна
піко	п	P	10^{-12}	одна трильйонна
фемто	ф	f	10^{-15}	одна квадрильйонна
атто	а	a	10^{-18}	одна квінтільйонна

Для учнів слід виготовити таблицю про співвідношення між мірами довжини. Міри довжини:

1 км = 1000 м; 1 дм = 10 см; 1 м = 10 дм; 1 м = 100 см; 1 м = 1000 мм; 1 см = 10 мм

При вивченні мір за одиницю маси вибирають 1 кг. Таблиця мір маси має такий вигляд:

Міри маси:

1 кг = 1000г ; 1 кг = 10 ц; 1 т = 1000 кг; 1 ц = 100 кг.

Серед мір місткості, що вивчаються в школі увага приділяється лише літру — це об'єм і місткість рідин та сипучих величин, що дорівнює об'єму куба зі стороною 1 дм (з ребром зі стороною 1/10 м).

Аналогічно трактують міру маси 1 грам — це маса чистої води, що вміщується у кубі з ребром довжиною 1 см (1/100 м).

Міри площі розглядаються і основною мірою площі виступає м² (квадратний метр), а основною мірою земельних площ — ар (1 ар — це ділянки зі стороною 10 (10 м x 10 м) — сотка.

Площа ділянки землі довжиною 100 метрів і шириною 100 метрів – це є ділянка в 1 га (гектар). Або 1 га = 10000 м². Формула площі прямокутника – $S = a \cdot b$, де a – ширина, b – довжина, S – площа прямокутника. Знаючи розміри ділянки землі в метрах (довжину і ширину), легко визначити його площу. Якщо при обчисленні результат буде більше 10 000 квадратних метрів, значить, ділянка має площу більше 1 га. Розділивши отриманий результат на 10 000, отримуємо розмір площі в гектарах (га). На площі в 1 км² можна розмістити 100 ділянок по 1 га (гектару). Очевидно, що 1 га – це зручна одиниця виміру площі ділянки, розміри якого (довжина і ширина) не перевищують 1000 метрів.

За визначенням, сотка – це сота частина чогось. Сотка землі – це

ділянка площею 100 м^2 . Сотками зручно користуватися при визначенні площ садових, городніх, дачних ділянок, при розмітці землі для продажу і будівництва. Якщо 10000 м^2 – це 1 га, скільки соток повинно бути в такій ділянці? Легко порахувати, що їх буде рівно 100. Значить, сотка – це сота частина 1 га (гектара).

Отже, для визначення площі ділянки великого розміру прийнято користуватися одиницею площі в 1 квадратний кілометр. У довідковій літературі про держави, області, великі міста обов'язково вказують площі в км^2 , які вони займають. Одиницею площі Землі завжди є 1 км^2 . Для ділянки середніх розмірів, сторони якого більше 100 метрів і менше 1 кілометра, зручно користуватися одиницею виміру 1 га (гектар). У даному випадку маються на увазі території районного масштабу. Для земельних ділянок під сади, городи і будівництво приватних будинків використовують термін «сотка», $1 \text{ сотка} = 100 \text{ м}^2$.

Квадратний кілометр більше гектара в 100 раз, гектар більше сотки в 100 разів – така проста математика пов'язує ці одиниці вимірювання площі.

Міри площі

$1 \text{ м}^2 = 100 \text{ дм}^2$; $1 \text{ км}^2 = 1000000 \text{ м}^2$; $1 \text{ дм}^2 = 100 \text{ см}^2$; $1 \text{ ар} = 100 \text{ м}^2$;

$1 \text{ м}^2 = 10000 \text{ см}^2$; $1 \text{ га} = 100 \text{ арів}$; $1 \text{ км}^2 = 100 \text{ га}$

Згідно програми останньою з величин, що вивчається в шкільному курсі є час. Оскільки дана величина нематеріальна, її сприйняття і засвоєння зазнає труднощів, які викликані нематеріальним характером величини і не десятковими співвідношеннями між мірами часу.

Засвоєння мір часу полегшується за допомогою таблиці.

Міри часу:

$1 \text{ рік} = 12 \text{ місяців} = 365 (366) \text{ діб}$

$1 \text{ місяць} = 30 (31, 28 \text{ або } 29) \text{ діб}$

$1 \text{ доба} = 24 \text{ години}$

$1 \text{ година} = 60 \text{ хвилин}$

$1 \text{ хвилина} = 60 \text{ секунд}$

$1 \text{ місяць} = 4 \text{ тижні}$

$1 \text{ тиждень} = 7 \text{ діб}$

$1 \text{ століття} = 100 \text{ років}$

Вивчення мір часу матеріалізується за допомогою табелів – календарів, календарів природи, моделей циферблата годинника та стрічки часу.

Основою встановлення системи вимірювання довжин відрізків, як і інших величин, є вибір зручних, чітко визначених одиниць вимірювання та точність виготовлення еталонів цих одиниць. У ХУІІІ столітті у Франції була створена нова система одиниць вимірювання, яка стала основою при створенні міжнародної системи одиниць вимірювання величин “SI”. У цій

системі основною одиницею довжини є **1 м**, який дорівнює $\frac{1}{40000000}$ частині довжини земного меридіана, що проходить через Париж. З 1960 року під метром розуміють відстань, яку проходить у вакуумі плоска електромагнітна хвиля за $\frac{1}{299792458}$ частину секунди. Таке означення одиниці довжини **1 м** дає більшу точність і не залежить від природних умов її визначення. Еталон одного метра виготовлений із сплаву платини (90%) та іридію (10%) у вигляді лінійки з нанесеними штрихами. Він зберігається у Міжнародному бюро міри і ваги Національного архіву Франції. Метричною системою мір у 1875 році користувалося лише 17 країн, а нині – понад 60.

В Україні метрична система мір була введена у 1925 році. Крім основної одиниці вимірювання довжини **1 м** існують похідні: $1 \text{ мм} = 0,001 \text{ м}$, $1 \text{ см} = 10 \text{ мм} = 0,01 \text{ м}$, $1 \text{ дм} = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$, $1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$.

У минулому та нині використовуються й інші одиниці вимірювання довжини, з якими можна познайомити молодших школярів. Прикладом таких величин є наступні: 1 миля (7,468 км – стара російська миля; 1,853 км – англійська морська миля; 1,609 км – американська сухопутна миля; російська миля – 7 верств), 1 верста = 500 сажнів = 1,0668 км, 1 сажень = 3 аршини = 7 футів = 2,1336 м, 1 маховий сажень = 1,76 м, 1 косий сажень = 2,48 м, 1 аршин = 16 вершків = 71,12 см, 1 фут (довжина ступні) = 12 дюймів = 0,3048 м, 1 дюйм (довжина суглоба великого пальця) = $\frac{1}{12}$ фута = 2,54 см, 1 вершок (довжина фаланги вказівного пальця) = $1\frac{3}{4}$ дюйма = 4,45 см.

У геометрії є такі аксіоми вимірювання:

Основні властивості (аксіоми) вимірювання відрізків

Аксіома III.

1. Кожний відрізок має певну довжину, більшу від нуля.
2. Довжина відрізка дорівнює сумі довжин частин, на які він розбивається будь-якою його точкою.

Основні властивості вимірювання кутів

Аксіома V.

1. Кожний кут має певну градусну міру, більшу від нуля. Розгорнутий кут дорівнює 180° .
2. Градусна міра кута дорівнює сумі градусних мір кутів, на які він розбивається будь-яким променем, що проходить між його сторонами.

Основні властивості відкладання відрізків і кутів

Аксіома VI. На будь-якій півпрямій від її початкової точки можна відкласти відрізок даної довжини, і тільки один.

Аксіома VII. Від будь-якої півпрямої у дану півплощину можна відкласти кут з даною градусною мірою, меншою за 180° , і тільки один.

Для обчислення площ використовують різноманітні формули.
Площа круга і його частин.

r - радіус круга, **D** – діаметр, тоді формула площі круга (**S**):

$$S = \pi r^2 = \frac{\pi}{4} D^2$$

Формула площі сектора круга (**S**) із центральним кутом **α** :

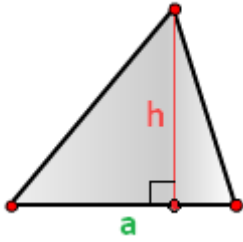
$$S = \frac{\pi r^2 \alpha}{360^\circ}$$

Площа сегмента круга (**S**)

R - радіус круга, **α** – кут сегмента в градусах.

$$S = \frac{1}{2} R^2 \left(\frac{\pi \alpha}{180^\circ} - \sin \alpha \right)$$

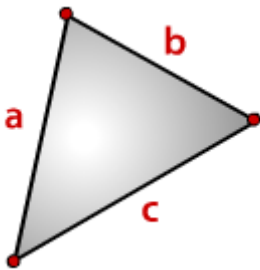
Площі трикутників.



h - висота трикутника, **a** – основа трикутника, тоді площа трикутника (**S**):

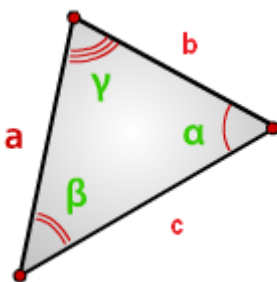
$$S = \frac{1}{2} ah$$

Площа трикутника (**S**) по формулі Герона:



a, b, c, - сторони трикутника, **p** - півпериметр, $p = (a+b+c)/2$, тоді

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$



a, b, c - сторони трикутника, **α, β, γ** - кути

Формули площі трикутника (**S**), через дві сторони і кут між ними:

$$S = \frac{1}{2} bc \sin(\alpha)$$

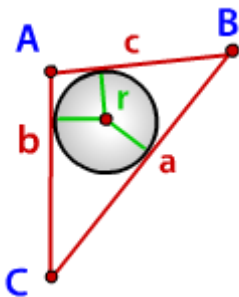
$$S = \frac{1}{2} ac \sin(\beta)$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin(\gamma)$$

Площа (S) правильного трикутника:

$$S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

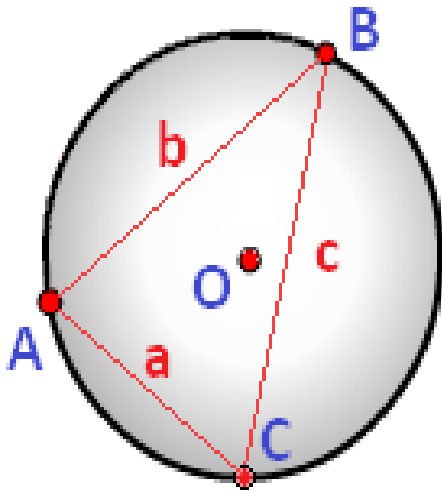
Радіус кола, вписаного в трикутник (r) можна обчислити за відомою формулою $r = S/p$, а можна скористатись й іншим її видом.



a, b, c - сторони трикутника, $p = (a + b + c)/2$

$$r = \sqrt{\frac{(p - a)(p - b)(p - c)}{p}}$$

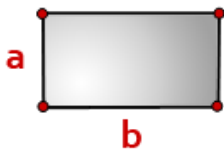
Радіус кола, описаного навколо трикутника також можна знайти за відомою формулою $R=abc/4S$, а можна й за іншим її видом:



a, b, c - сторони трикутника, $p = (a+b+c)/2$, тоді

$$R = \frac{abc}{4\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}$$

Площі чотирикутників. Площа прямокутника:

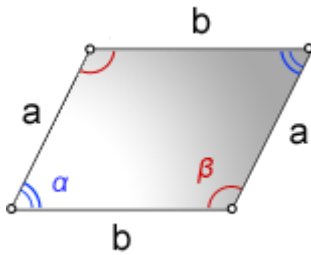


b - довжина прямокутника, a - ширина, тоді площа прямокутника, (S):

$$S=ab$$

Площа паралелограма

Формула площі (S) паралелограма через сторони та кути



a, b – сторони паралелограма, α, β – кути паралелограма, тоді

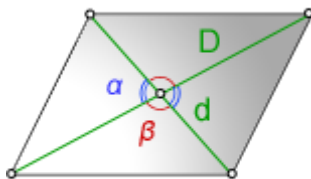
$$S = ab \cdot \sin \alpha = ab \cdot \sin \beta$$

Формула площі (S) паралелограма через сторону та висоту.

a, b – сторони паралелограма, H_b - висота проведена до сторони b , H_a - висота проведена до сторони a , тоді

$$S = b \cdot H_b = a \cdot H_a$$

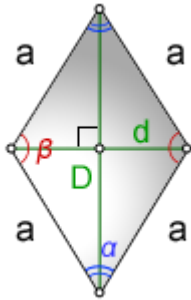
Формула площі (S) паралелограма через діагоналі та кут між ними.



D - більша діагональ, d - менша діагональ, α, β – кути між діагоналями, тоді:

$$S = \frac{1}{2} Dd \cdot \sin \alpha = \frac{1}{2} Dd \cdot \sin \beta$$

Площа ромба



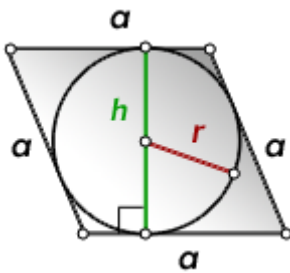
a - сторона ромба, **D** - більша діагональ, **d** - менша діагональ,
alpha - гострий кут, **beta** - тупий кут, тоді:

$$S = \frac{D \cdot d}{2}$$

$$S = a^2 \sin \alpha = a^2 \sin \beta$$

$$S = \frac{1}{2} D^2 \operatorname{tg}(\alpha/2) = \frac{1}{2} d^2 \operatorname{tg}(\beta/2)$$

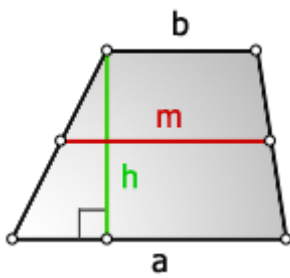
Формула площі ромба через висоту або радіус вписаного кола (**S**):



a - сторона ромба, **h** – висота, **r** - радіус вписаного кола, тоді

$$S = 2ra = ha$$

Формула площі (S) трапеції через основи та висоту:

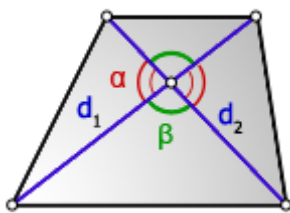


a - нижня основа, b - верхня основа, m - середня лінія

h - висота трапеції, тоді

$$S = \frac{(a + b)}{2} \cdot h = m \cdot h$$

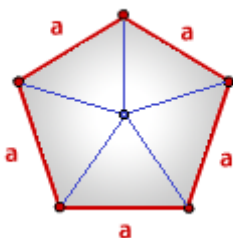
Формула площі (S) трапеції через діагоналі та кут між ними.



d_1, d_2 – діагоналі трапеції, α, β – кути між ними, тоді:

$$S = \frac{d_1 d_2}{2} \sin \alpha = \frac{d_1 d_2}{2} \sin \beta$$

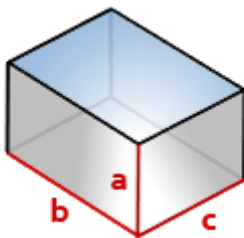
Площа правильного многокутника.



a - сторона многокутника, n - кількість сторін, тоді площа (S):

$$S = \frac{na^2}{4 \operatorname{tg}\left(\frac{180^\circ}{n}\right)}$$

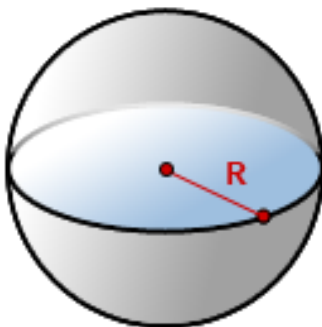
Площа (S) поверхні прямокутного паралелепіпеда



a, b, c,- ребра паралелепіпеда, тоді

$$S = 2(ab + ac + bc)$$

Площа поверхні сфери, кулі.



R - радіус сфери, $\pi \approx 3.14$, тоді площа (S) поверхні сфери:

$$S = 4\pi R^2$$

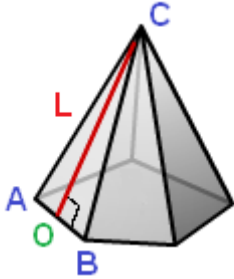
Площа поверхні кульового сегмента.

Кульовий сегмент - частина кулі, що відтинається площиною, в даному прикладі площиною **ABCD**.

R - радіус кулі, **h** - висота сегмента, $\pi \approx 3.14$, тоді формула площі поверхні кульового сегмента, (S):

$$S = 2\pi R h$$

Площа поверхні правильної піраміди.

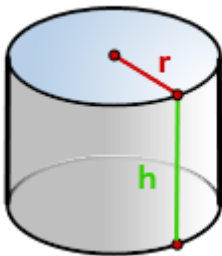


L - апофема, P - периметр основи, $S_{\text{осн.}}$ - площа основи, тоді формула площі бічної поверхні правильної піраміди $S_6 = 1/2 PL$.

Формула площі повної поверхні правильної піраміди (S):

$$S = \frac{1}{2} PL + S_{\text{осн}}$$

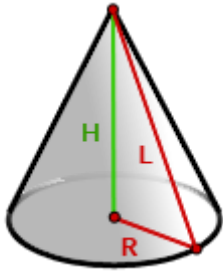
Площа поверхні циліндра



r - радіус основи, h - висота циліндра, $\pi \approx 3.14$, тоді формула площі бічної поверхні циліндра, $S_6 = 2\pi r h$, а формула площі повної поверхні циліндра, (S):

$$S = 2\pi r (h + r)$$

Площа поверхні конуса

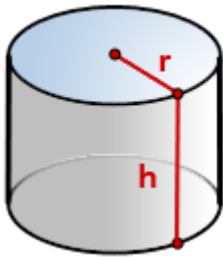


R - радіус основи конуса, **H** – висота, **L** - твірна конуса

$\pi \approx 3.14$, тоді формула бічної поверхні $S_{\text{б}} = \pi RL$.

Об'єм (V) будь - якої призми обчислюється за формулою $V = S_{\text{о}} \cdot H$, де $S_{\text{о}}$ – площа основи, H – висота призми, а тоді легко запам'ятати й формулу об'єму циліндра, знаючи, що площа круга πr^2 маємо об'єм циліндра, (V):

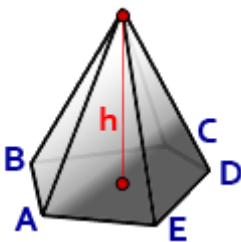
$$V = \pi r^2 h$$



де

h- висота циліндра, **r**- радіус основи, $\pi \approx 3,14$.

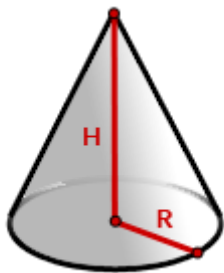
Об'єм піраміди (V).



h - висота піраміди, **S** – площа основи, тоді об'єм, (V):

$$V = \frac{1}{3} S h$$

Об'єм конуса



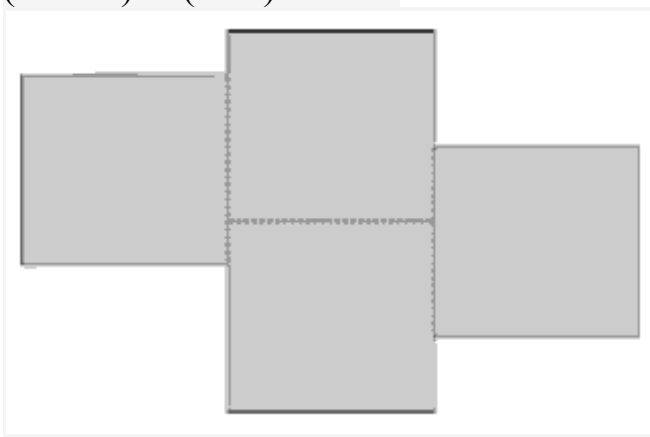
H - висота конуса, **R** - радіус основи, $\pi \approx 3,14$, тоді об'єм конуса, (**V**):

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

Приклади розв'язування задач на обчислення площ та об'ємів

Приклад 1. Многокутник, зображений на рисунку, складено з чотирьох рівних квадратів. Знайдіть площу многокутника, якщо його периметр дорівнює 20 см.

Розв'язання. Периметр дорівнює довжині контуру. Знайдемо всі спільні сторони перетину квадратів з многокутником, причому вони віднімають двократний розмір від периметра. Отримаємо 2 сторони по 2 плюс 2 між центральними квадратами. Сумарна кількість сторін квадратів, які утворюють периметр многокутника дорівнює $(4 \cdot 4 - 2 \cdot 3) \cdot x = (16 - 6) \cdot x = 10 \cdot x$.



Складаємо рівняння

$$10 \cdot x = 20;$$

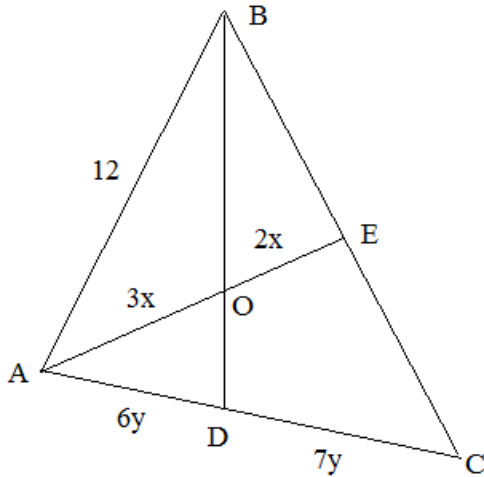
$$x = 20 / 10 = 2.$$

Площа многокутника дорівнює площі чотирьох квадратів $S = 4 \cdot 2 \cdot 2 = 16 \text{ (см}^2\text{)}$.

Відповідь: 16 см².

Приклад 2. У трикутнику ABC бісектриси BD і AE внутрішніх кутів B і A перетинаються у точці O . Обчисліть довжину сторони AC , якщо $AB = 12$, $AO : OE = 3 : 2$ та $AD : DC = 6 : 7$.

Розв'язання. Бісектриса кута трикутника ділить протилежну сторону у відношенні, що дорівнює відношенню прилеглих сторін.

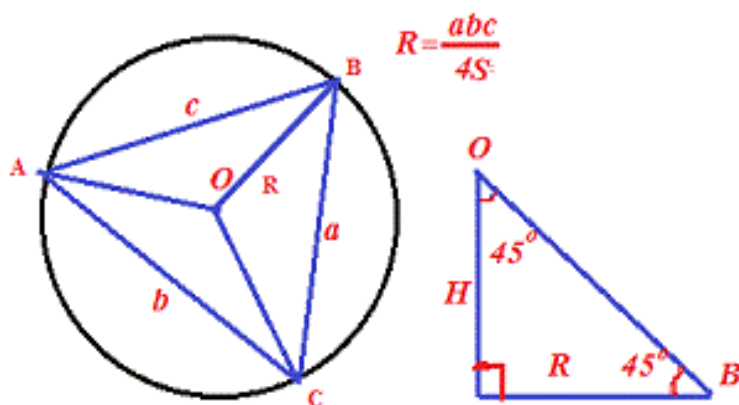


Ця властивість важка для запам'ятовування, проте в задачах на трикутники доволі часто зустрічається. Згідно властивості бісектриси BD отримаємо $AB/BC = 6/7$. Звідси знаходимо сторону трикутника $BC = 12 \cdot 7/6 = 14$ (см). Таке саму схему застосовуємо і до іншої сторони $AB/BE = 3/2$. З відношення знаходимо частину сторони трикутника $AB/BE = 3/2$, звідси $BE = 12 \cdot 2/3 = 8$ (см). Другий відрізок дорівнює $14 - 8 = 6$ (см). Знаючи ці відрізки складаємо пропорцію для обчислення невідомої сторони трикутника $AB/AC = BE/EC$, що еквівалентно $12/AC = 8/6$; $AC = 12 \cdot 6/8 = 9$ (см).

Відповідь: 9см.

Приклад 3. В основі піраміди лежить трикутник зі сторонами 5, 6 та 8 см, а всі бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом 45° . Обчисліть об'єм піраміди, у см^3 .

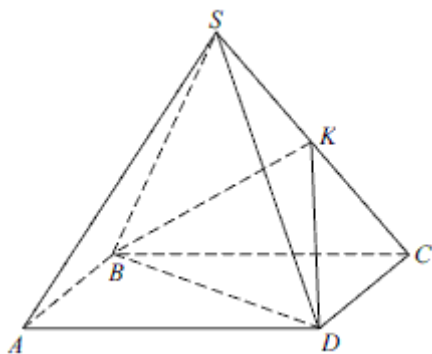
Розв'язання. Потрібно використати властивість, згідно якої маємо: якщо ребра піраміди нахилені під однаковим кутом до основи, то вершина піраміди рівновіддалена від вершин. Крім цього проекція висоти на основу співпадає з центром описаного кола навколо трикутника основи.



Далі, оскільки ребра мають кут нахилу 45 градусів, то висота піраміди дорівнює радіусу описаного кола. Таким чином, для обчислення об'єму необхідно знайти радіус описаного кола (висоту) і площу трикутника зі сторонами 5, 6 і 8. Площу основи, коли відомі сторони, знайти можна за формулою Герона. Радіус описаного кола знаходимо за формулою $R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4 \cdot S}$. З формули бачимо, що обчислення об'єму спрощується $V = \frac{1}{3} \cdot H \cdot S = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{a \cdot b \cdot c}{4 \cdot S} \right) \cdot S = \frac{a \cdot b \cdot c}{12}$. Ми тільки що вивели формулу об'єму трикутної піраміди, ребра якої нахилені під кутом 45 градусів до основи. Виконуємо обчислення $V = 4 \cdot 5 \cdot 6 / 12 = 20 (\text{см}^3)$.

Відповідь: 20см^3 .

Приклад 4. Об'єм правильної чотирикутної піраміди $SABCD$ дорівнює 60 м. Точка K - середина ребра SC . Обчисліть об'єм піраміди $KBKD$, у см^3 .



Розв'язання. Відповідь можна знайти з пропорцій піраміди - це найлегший шлях. Запам'ятайте: Формула об'єму циліндрів, паралелепіпедів, пірамід – це завжди добуток площі основи на висоту і на певний коефіцієнт, який визначає фігуру. В нашому випадку в основі піраміди квадрат, діагональ якого розбиває основу на рівні за площею трикутники. Висота трикутної піраміди дорівнює половині висоти правильної чотирикутної - це впливає з пропорцій. Звідси об'єм трикутної піраміди дорівнює четвертій частині об'єму повної $V_1 = V / (2 \cdot 2) = 60 / 4 = 15 (\text{см}^3)$.

Відповідь: 15см^3 .

Завдання 1-50 мають по п'ять варіантів відповіді, серед яких лише один правильний. Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді.

1. Скільки сантиметрів міститься у 2 км?

А	Б	В	Г	Д
200000 см	20000000 см	20000 см	200000000 см	2000 см

2. Виразіть у арах площу квадрата зі стороною 80 м.

А	Б	В	Г	Д
16	24	32	64	160

3. Скільки кубічних сантиметрів у 4 л?

А	Б	В	Г	Д
120	400	1200	4000	6400

4. Виразіть у гектарах площу прямокутника зі сторонами 100 м і 200 м.

А	Б	В	Г	Д
1	2	10	20	200

5. Довжина сторони АВ паралелограма ABCD дорівнює 10см, а його периметр – 60см. Визначте довжину сторони ВС.

А	Б	В	Г	Д
50 см	40 см	25 см	20 см	6 см

6. Якщо на рисунку 1: $AC=10$ дм, $BC=4$ см, то АВ дорівнює:

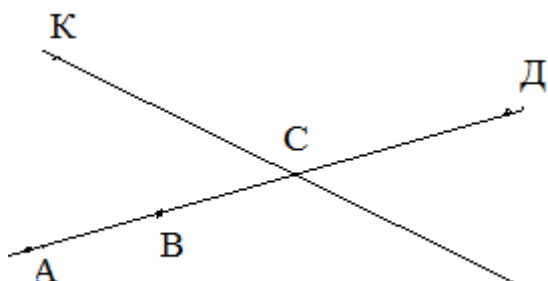


Рис. 1

А	Б	В	Г	Д
---	---	---	---	---

14 см	96 см	6 см	10 дм	60 см
-------	-------	------	-------	-------

7. Прямі АВ і КС (рисунок 1) перетинаються. Кут АСК відноситься до кута КСД як 4 до 5. Знайдіть кут між прямими АВ і КС.

А	Б	В	Г	Д
100°.	120°.	80°.	70°.	78°.

8. Довжина відрізка АВ=24 см, точка С лежить між точками А і В. Знайдіть АС, якщо АС-ВС=6 см.

А	Б	В	Г	Д
15 см	9 см	12 см	10 см	16 см

9. Відрізок, довжина якого 24 см, поділений трьома довільними точками на 4 частини. Відстань між серединами крайніх частин дорівнює 20 см. Знайти відстань між серединами середніх частин.

А	Б	В	Г	Д
12 см	8 см	6 см	10 см	9 см

10. Між сторонами кута ВОС (див рис.2) проходить промінь ОД так, що $\angle ВОД : \angle СОД = 5:3$. Знайдіть градусну міру кута ДОС, якщо він на 30° менший кута ВОД.

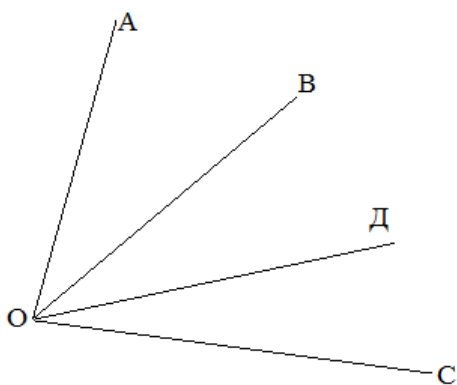


Рис. 2

А	Б	В	Г	Д
30°.	40°.	50°.	70°.	45°.

11. Який кут утворює годинна і хвилинна стрілки годинника, що показує 10 год?

А	Б	В	Г	Д
90°.	100°.	60°.	70°.	30°.

12. Якщо на рисунку 2 $\angle AOD=60^\circ$, $\angle BOD=35^\circ$ то градусна міра кута АОВ дорівнює:

А	Б	В	Г	Д
95°.	60°.	35°.	25°.	45°.

13. Якщо на рисунку 2 ОД – бісектриса кута ВОС і кут ВОС становить 70° , то градусна міра кута DOC дорівнює:

А	Б	В	Г	Д
50°.	35°.	25°.	20°.	140°.

14. На рисунку 3 $\angle AOB=120^\circ$. Знайдіть кут ВОС, якщо $\angle ВОС: \angle AOC = 5:7$.

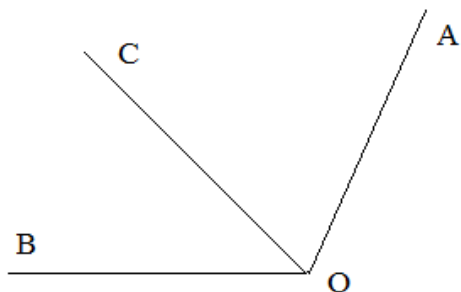


Рис. 3

А	Б	В	Г	Д
70°.	60°.	50°.	40°.	45°.

15. Прямі m і n паралельні. Обчисліть величину кута x , зображеного на рисунку 4

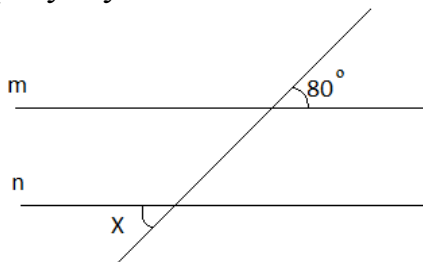


Рис. 4

А	Б	В	Г	Д
70°.	60°.	50°.	80°.	40°.

16. Між сторонами прямого кута проходять два довільні промені, які поділяють його на 3 кути. Знайдіть кут між променями, якщо кут між бісектрисами крайніх кутів дорівнює 60°.

А	Б	В	Г	Д
85°.	75°.	30°.	70°.	45°.

17. Прямі АВ і СК паралельні (рисунок 5), СВ – бісектриса кута АСК. Визначте градусну міру кута АВС, якщо кут ВАС становить 52°.

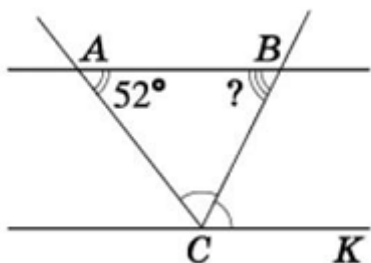


Рис. 5

А	Б	В	Г	Д
38°.	52°.	64°.	69°.	128°.

18. У трикутнику АВС: $\angle A = 65^\circ$, BD – бісектриса кута В (див. рисунок 6). Знайдіть градусну міру кута ВСА, якщо $\angle ABD = 35^\circ$.

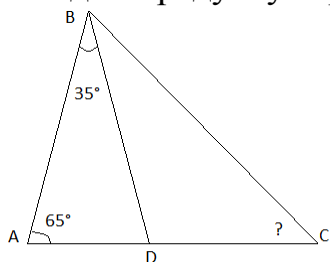


Рис. 6

А	Б	В	Г	Д
100°.	45°.	30°.	75°.	15°.

19. Знайдіть довжину дуги кола, радіус якого дорівнює 15 см, а градусна міра дуги становить 60°.

А	Б	В	Г	Д
---	---	---	---	---

2π см	2,6π см	3π см	4π см	5π см
-------	---------	-------	-------	-------

20. Знайдіть градусну міру дуги кола, радіус якого дорівнює 12 см, а довжина дуги дорівнює 2π.

А	Б	В	Г	Д
90°.	30°.	35°.	60°.	45°.

21. Знайдіть довжину кола вписаного в квадрат, діагональ якого дорівнює $6\sqrt{2}$ см.

А	Б	В	Г	Д
24см	24πсм	3πсм	6πсм	72см

22. Знайдіть довжину кола описаного навколо трикутника зі сторонами 16 см, 30 см, 34 см.

А	Б	В	Г	Д
28 см	30π см	34π см	40 см	80π см

23. Знайдіть площу кругового сектора, що спирається на дугу 60°, якщо радіус круга дорівнює 6 см.

А	Б	В	Г	Д
π см ²	12π см ²	3π см ²	4π см ²	6π см ²

24. Знайдіть довжину кола, що обмежує круг площею 4π см².

А	Б	В	Г	Д
π см	3π см	2π см	4π см	8π см

25. Знайдіть площу круга, описаного навколо прямокутного трикутника з катетами 6 см і 8 см.

А	Б	В	Г	Д
25πсм ²	48πсм ²	32πсм ²	14πсм ²	27πсм ²

26. Знайдіть площу круга, вписаного в трикутник зі сторонами 30 см, 26 см і 8 см.

А	Б	В	Г	Д
$9\pi \text{ см}^2$	$12\pi \text{ см}^2$	$3\pi \text{ см}^2$	$4\pi \text{ см}^2$	$6\pi \text{ см}^2$

27. Знайдіть площу трикутника сторони, якого дорівнюють $\sqrt{2}$ см і 3 см, а кут між ними становить 45° .

А	Б	В	Г	Д
1 см^2	$1,5 \text{ см}^2$	$3,5 \text{ см}^2$	$4\pi \text{ см}^2$	$2\pi \text{ см}^2$

28. Знайдіть площу трикутника сторони, якого дорівнюють 13 см, 14 см і 15 см.

А	Б	В	Г	Д
36 см^2	42 см^2	84 см^2	168 см^2	178 см^2

29. Знайдіть радіус кола, вписаного в трикутник, площа і периметр якого відповідно дорівнюють 84 см^2 і 42 см.

А	Б	В	Г	Д
1 см	3 см	2 см	4 см	8 см

30. Знайдіть радіус описаного навколо трикутника кола, сторони якого дорівнюють 39 см, 33 см і 60 см.

А	Б	В	Г	Д
21 см	23,5 см	32 см	32,5 см	38 см

31. Знайдіть площу рівнобічної трапеції ABCD ($BC \parallel AD$), якщо $BC = 4$ см, $AD = 12$ см, $AC = 10$ см.

А	Б	В	Г	Д
36 см^2	48 см^2	84 см^2	168 см^2	108 см^2

32. Виразіть площу прямокутника сторони якого дорівнюють 20 м, 40 м у арах.

А	Б	В	Г	Д
0,8	20	80	800	8

33. Виразіть площу квадрата сторона якого дорівнює 5 км у гектарах.

А	Б	В	Г	Д
500	2500	5000	25000	20000

34. Знайдіть площу паралелограма сторони якого дорівнюють 5 см, 8 см, а кут між ними становить 150° .

А	Б	В	Г	Д
40 см^2	30 см^2	20 см^2	10 см^2	45 см^2

35. Діаметр одного кавуна вдвічі більший від діаметра другого. У скільки разів перший кавун важчий за другий?

А	Б	В	Г	Д
2	3	4	6	8

36. На рисунку 7 зображено розгортку піраміди, що складається із квадрата, сторона якого 10 см, і чотирьох правильних трикутників. Визначте площу бічної поверхні цієї піраміди (у см^2)

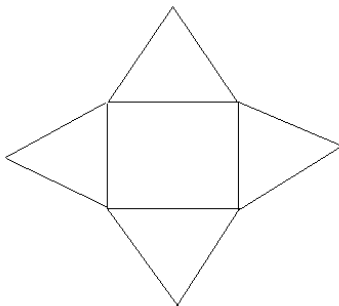


Рис. 7

А	Б	В	Г	Д
100	$100\sqrt{3}$	$400\sqrt{3}$	200	$100(1+\sqrt{3})$

37. Знайти площу бічної поверхні прямої призми в основі якої лежить прямокутний трикутник із катетами, що дорівнюють 3 см і 4 см, та бічним ребром, що дорівнює 10 см.

А	Б	В	Г	Д
70 см^2	50 см^2	120 см^2	60 см^2	85 см^2

38. Знайти площу бічної поверхні прямої призми в основі якої лежить ромб з діагоналями 6 см і 8 см, а бічне ребро дорівнює 10 см.

А	Б	В	Г	Д
480 см ²	200 см ²	240 см ²	140 см ²	145 см ²

39. Радіус основи конуса дорівнює 10 см. Знайдіть площу бічної поверхні конуса, якщо його твірна дорівнює 15 см.

А	Б	В	Г	Д
500π см ²	225π см ²	300π см ²	150π см ²	160π см ²

40. Площа поверхні кулі дорівнює 16π см². Знайдіть площу великого круга кулі.

А	Б	В	Г	Д
2π см ²	12π см ²	8π см ²	16π см ²	4π см ²

41. Знайдіть об'єм тіла, утвореного обертанням куба навколо свого ребра, довжина якого a .

А	Б	В	Г	Д
$4a^3$	πa^3	$2\pi a^3$	$4\pi a^3$	$8\pi a^3$

42. У прямокутнику $ABCD$ прямі m і n проходять через точку перетину його діагоналей (рисунок 8). Площа фігури, що складається з трьох прономерованих трикутників, дорівнює 12 см². Обчисліть площу прямокутника $ABCD$.

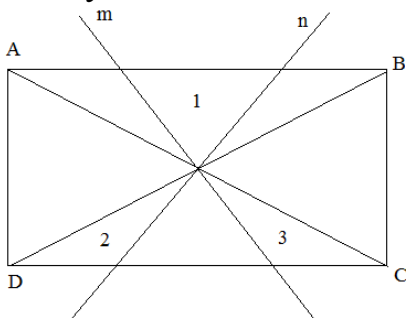


Рис.8

А	Б	В	Г	Д
36 см ²	60 см ²	84 см ²	68 см ²	48 см ²

43. Який кут утворює годинна і хвилинна стрілки годинника, що показує

10 год. 20 хв.?

А	Б	В	Г	Д
80°	100°	120°	150°	170°

44. Свинцеву кулю радіуса 5 см переплавили в кульки однакового розміру, радіус кожної з яких – 1 см. Скільки таких кульок одержали? Втратами свинцю під час переплавлення знехтуйте.

А	Б	В	Г	Д
250	200	220	150	125

45. Визначте, яку площу займає Україна на карті півкуль, яка не спотворює площ і має масштаб 1:22 000 000, якщо площа України становить 603700 км².

А	Б	В	Г	Д
11,7 см ²	12,47 см ²	14,27 см ²	20,7 см ²	20,07 см ²

46. Прямокутний паралелепіпед з довжиною ребер 5 см, 7 см і 9 см складено з кубиків з довжиною ребра 1 см. Скільки доведеться забрати кубиків, щоб вилучити весь зовнішній шар товщиною в один кубик?

А	Б	В	Г	Д
315	105	220	210	200

47. Кімната має форму прямокутного паралелепіпеда (ширина кімнати – 4 м, довжина – 5 м, висота – 2,5 м). Площа стін кімнати дорівнює 0,8 площі бічної поверхні цього паралелепіпеда. Скільки фарби (у кг) потрібно для того, щоб повністю пофарбувати СТІНИ і СТЕЛЮ цієї кімнати, якщо на 1 м² витрачається 0,25 кг фарби?

А	Б	В	Г	Д
14 кг	15 кг	16 кг	17 кг	20 кг

48. Цукерка має форму конуса, висота якого 3 см, а діаметр основи – 2 см. Маса 1 см³ шоколаду, з якого виготовлено цукерку – 3 г. Визначте масу 100 таких цукерок. Укажіть відповідь найближчу до точної.

А	Б	В	Г	Д
---	---	---	---	---

900 г	950 г	1000 г	1050 г	1100 г
-------	-------	--------	--------	--------

49. Для опалювальної системи будинку необхідні радіатори із розрахунку: три одиниці на 50м^3 . Яку кількість одиниць радіаторів треба замовити, якщо новий будинок має форму прямокутного паралелепіпеда розміру $15\text{м} \times 18\text{м} \times 25\text{м}$? (ЗНО. 2015)

А	Б	В	Г	Д
125	205	310	385	405

50. Об'єм куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ дорівнює 216 см^3 (див. рисунок 9). Обчисліть об'єм піраміди $B_1 ABC$ (у см^3).

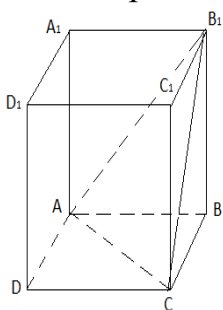


Рис. 9

А	Б	В	Г	Д
36	72	108	84	54

У завданнях 51-93 знайдіть та вкажіть правильну відповідь.

51. На рисунку 10 зображено коло з центром в точці O і рівносторонній трикутник AOB , який перетинає коло в точках M і N . Точка D належить колу. Знайдіть градусну міру кута MDN .

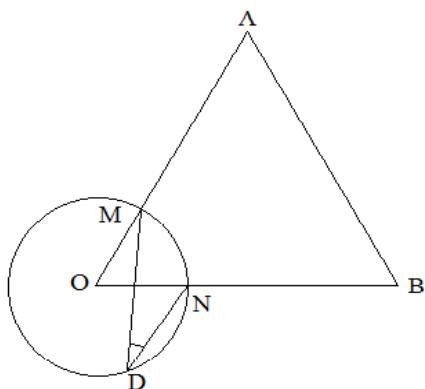


Рис. 10

52. У трикутнику ABC $\angle A = 59^\circ$, $\angle B = 62^\circ$. Із вершин цих кутів проведено висоти, що перетинаються в точці O . Визначте величину кута AOB .

53. Точка M – середина сторони квадрата $ABCD$ (див. рисунок 11). Площа зафарбованої частини дорівнює 7 см^2 . Знайдіть площу всього квадрата.

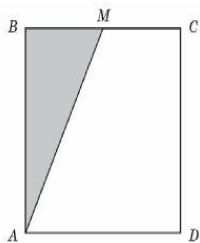
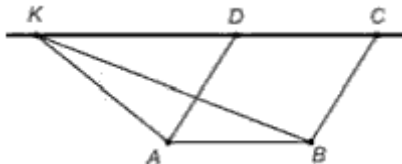


Рис. 11

54. Площа паралелограма $ABCD$ дорівнює 12 . Точка K лежить на прямій CD .



Знайдіть площу трикутника ABK .

55. Гіпотенуза AC рівнобедреного прямокутного трикутника ABC дорівнює $3,6$ м. У цей трикутник вписано квадрат $MNKP$, дві вершини якого знаходяться на гіпотенузі, а дві інші на катетах. Визначте площу квадрата $MNKP$ (у м^2).

56. Діагональ BD прямокутної трапеції $ABCD$ є бісектрисою кута ADC й утворює з основою AD кут 30 . Обчисліть довжину середньої лінії трапеції $ABCD$ (у сантиметрах), якщо $BD = 20\sqrt{3}$ см (рисунок 12)

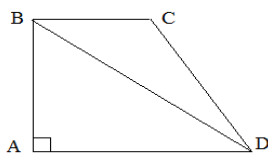


Рис. 12

57. У прямокутній трапеції $ABCD$ ($AD \parallel BC$) діагональ AC перпендикулярна до бічної сторони CD . Знайдіть AC (у см), якщо $AD = 18$ см, $BC = 8$ см. (ЗНО2013)

58. На сторонах AD і BC квадрата $ABCD$ вибрано точки K і M так, що $AK = 4$, $MC = 3$. Знайти відстань між серединами відрізків AB і KM , якщо сторона квадрата дорівнює 12. (ЗНО. 2016)

59. У склянці циліндричної форми, наповнену водою по самі вінця, поклали металеву кульку, що дотикається до дна склянки та стінок (див. рисунок 13). Визначте відношення об'єму води, яка залишилась у склянці, до об'єму води, яка вилася зі склянки.

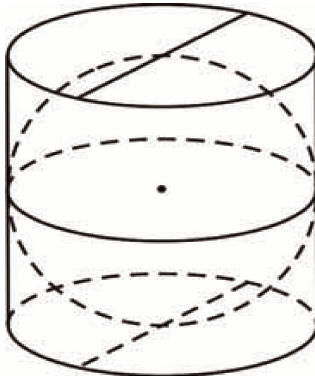


Рис. 13

60. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 6 см, а бічна грань нахилена до площини основи під кутом 60° . Знайдіть площу повної поверхні піраміди, в см^2 .

61. На рисунку 14 зображено розгортку конуса. Визначте відношення площі повної поверхні цього конуса до площі його бічної поверхні.

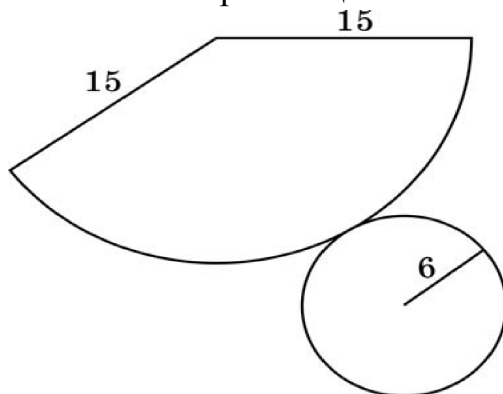


Рис. 14

62. На площі міста встановили однакові бетонні ємності для квітів, виготовлені у формі прямокутних паралелепіпедів, виміри яких дорівнюють 40 см, 40 см і 50 см. Товщина кожної з чотирьох бічних

стінок становить 5 см, а товщина днища – 10 см. Який об'єм бетону (у м³) було використано для виготовлення 10 таких ємностей. (ЗНО. 2014)

63. У прямокутник ABCD вписано три круги одного й того самого радіуса (див. рисунок 15). Визначте довжину сторони BC, якщо загальна площа кругів - 3π .

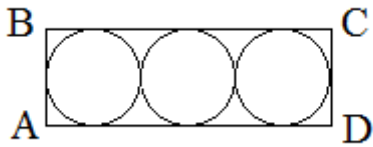


Рис.15

64. На стороні AD паралелограма ABCD як на діаметрі побудовано півколо так, що воно дотикається до сторони BC в точці M. Довжина дуги MD дорівнює $6,5\pi$ см. Обчисліть площу паралелограма ABCD (у см²).
65. Діагональним перерізом правильної чотирикутної призми є прямокутник, площа якого – 49 см². Периметр основи призми дорівнює $20\sqrt{2}$ см. Визначте висоту призми.
66. Із циліндра виточено конус так, що його основа збігається з однією з основ циліндра, а вершина – із центром іншої основи циліндра. Знайдіть відношення об'єму сточеної частини циліндра до об'єму конуса.
67. На рисунку 16 зображено розгортку циліндра. Знайдіть його об'єм.

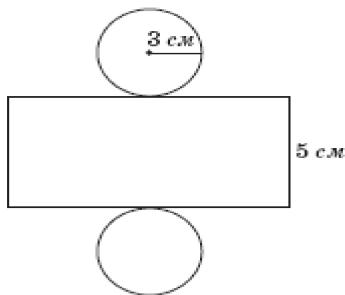


Рис. 16

68. Обчисліть об'єм многогранника (у см), усі вершини якого лежать у центрах граней прямокутного паралелепіпеда з вимірами 3 см, 4 см, 5 см.
69. У рівнобічній трапеції діагональ є бісектрисою гострого кута і ділить середню лінію трапеції на відрізки довжиною 6 см і 12 см. Обчисліть периметр трапеції, у см.
70. У прямокутника відношення сторін дорівнює $a:b$, $a < b$. Його спочатку обертають навколо більшої сторони, а потім навколо меншої. Знайдіть

відношення об'єму першого утвореного тіла до об'єму другого.

71. Визначте масштаб карти, якщо відстань між двома населеними пунктами на місцевості становить 1500 м, а на карті – 1,5 см.
72. Відстань між селищами Квіткове і Приозерне на місцевості становить 120 км, а на карті 7,5 см. Яка відстань між селищами Дубове і Липове на цій самій карті, якщо відстань на місцевості між ними дорівнює 240 км?
73. На фарбування 1 м² підлоги витрачають 150 г фарби. Скільки потрібно кілограмів фарби, щоб пофарбувати підлогу, розміри якої на плані з масштабом 1 : 50 дорівнюють 11 см х 8,8 см?
74. Поле прямокутної форми, яке на плані з масштабом 1 : 2500 має розміри 64 см х 25 см, засіяли пшеницею. Скільки пшениці витратили, якщо на 1 га висівали по 120 кг зерна?
75. На змаганнях зі спортивного орієнтування спортсмен отримав план місцевості з масштабом 1 : 20 000. Відстань на плані від місця старту до першого контрольного пункту дорівнює 4,5 см. Цю відстань на місцевості спортсмен подолав за 4 хв. З якою швидкістю біг спортсмен?
76. Циліндр вписано в куб. Відомо, що об'єм куба дорівнює 216см³. Обчисліть об'єм циліндра.
77. З вершин В і D прямокутника ABCD до діагоналі AC проведені перпендикуляри BE та DF. Відстань між точками E та F дорівнює 16 см, а BE - 24 см. Обчисліть площу прямокутника у см².
78. На лузі біля річки треба обгородити ділянку прямокутної форми, що прилягає до прямолінійного берега річки (з боку річки огорожа не встановлюється). Завезено 200 погонних метрів огорожі. Якими мають бути розміри відповідного прямокутника, щоб його площа була найбільшою?
79. Через вершину конуса проведено площину, яка перетинає основу по хорді, яку видно з центра основи під кутом 60°, а з вершини конуса під кутом 90°. Знайти площу перерізу, якщо бічна поверхня конуса дорівнює 10 см².
80. У правильній чотирикутній піраміді SABCD з точки O, яка є основою висоти SO, до бічного ребра SA проведено перпендикуляр OM довжиною $3\sqrt{6}$. Двогранний кут при бічному ребрі піраміди дорівнює 120°. Знайдіть об'єм піраміди SABCD.(ЗНО. 2014)
81. Через точки А і В, що лежать на колах верхньої та нижньої основ циліндра і не належать одній твірній, проведено площину паралельно осі

циліндра. Відстань від центра нижньої основи до цієї площини дорівнює 2 см, а площа утвореного перерізу - $60\sqrt{2}$ см². Визначте довжину відрізка АВ (у см), якщо площа бічної поверхні циліндра дорівнює $(20\sqrt{30})\pi$ см².

82. Висота циліндра дорівнює 6 дм, радіус основи – 5 дм. Кінці відрізка довжиною 10 дм лежать на колах обох основ. Знайти відстань між заданим відрізком і віссю.
83. Дано куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Знайти відстань між мимобіжними прямими, які містять діагональ куба BD_1 і діагональ основи AC , якщо ребро куба дорівнює a .
84. Обчислити кути рівнобедреного трикутника, в якому центри вписаного і описаного кіл взаємно симетричні відносно основи трикутника.
85. У правильну чотирикутну піраміду з ребром основи a і висоти h вписана правильна чотирикутна призма так, що її нижня основа лежить всередині основи піраміди, а вершини верхньої основи – на бічних ребрах піраміди. Знайдіть найбільшу площу бічної поверхні таких призм.
86. Точки K і L – середини сторін паралелограма $ABCD$ (див. рисунок 17). Знайдіть площу п'ятикутника $KBCDL$ (у см²), якщо площа паралелограма $ABCD$ дорівнює 24 см².

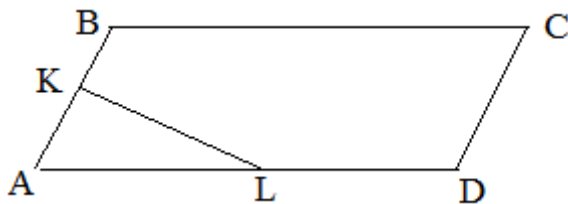


Рис. 17

87. В основі піраміди лежить прямокутний трикутник із кутом 15° . Усі бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом 60° . Радіус кулі, описаної навколо піраміди, дорівнює 6 см. Обчисліть об'єм піраміди (у см³).
88. Об'єм тіла утвореного обертанням рівнобедреного трикутника навколо висоти, проведеної до його основи, дорівнює 320π см³. Обчисліть довжину бічної сторони цього трикутника (у см), якщо його основа – 16 см.
89. Господарю потрібно зорати город, що має форму прямокутної трапеції. Розміри вказано на рисунку 18. Оранка трактором ділянки площею 100 м²

коштує 40 грн. Скільки гривень повинен заплатити господар за оранку всього городу?

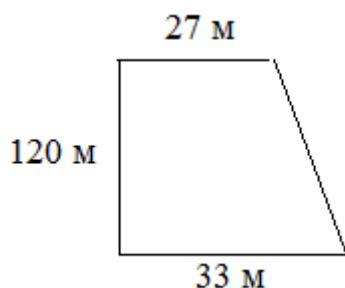


Рис. 18

90. У прямокутнику $ABCD$ $AB=6$ см, $BC=8$ см, K і L - середини сторін BC і CD відповідно. Знайдіть площу трикутника AKL (у см^2).
91. Площа ромба дорівнює $10,8 \text{ см}^2$, а площа круга, вписаного в цей ромб, - $2,25\pi \text{ см}^2$. Визначте довжину сторони ромба (у см).
92. Навколо правильної трикутної призми описано сферу радіуса 6 см. Радіус сфери, проведений до вершини призми, утворює з бічним ребром кут 30° . Визначте об'єм призми (у см^3).
93. На рисунку 19 схематично зображено опуклий міст, що має форму дуги AMB кола з центром у точці O . MN – серединний перпендикуляр до AB , $MN = 3$ м. Визначте довжину радіуса OB (у м), якщо довжина відрізка AB дорівнює 12 м.

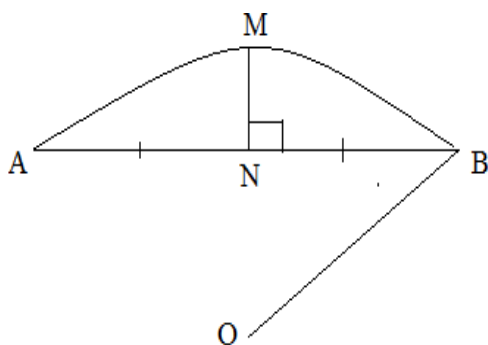


Рис. 19

У завданнях 94-100 до кожного з чотирьох рядків інформації, позначених цифрами, виберіть один правильний, на Вашу думку, варіант, позначений буквою

94. На рисунку 17 зображено квадрат $ABCD$ зі стороною 1 см та прямокутний трикутник CDE , гіпотенуза якого CE дорівнює $\sqrt{5}$ см. Фігури лежать в одній площині. Установіть відповідність між початком речення (1 – 4) та

його закінченням (А – Д) так, щоб утворилось правильне твердження.

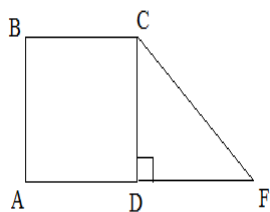


Рис.17

	Початок речення	Закінчення речення
1.	Довжина катета FD трикутника CDF дорівнює	А 2 см
2.	Довжина радіуса кола, вписаного у квадрат ABCD, дорівнює	Б $1/\sqrt{2}$ см
3.	Відстань від точки F до прямої BC дорівнює	В 1 см
4.	Відстань від точки А до прямої BD дорівнює	Г $\sqrt{2}$ см.
5.		Д $1/2$ см

95. Установіть відповідність між геометричним тілом (1 – 4) та площею його повної поверхні (А- Д)

	Геометричне тіло	Площа повної поверхні
1.	Циліндр з радіусом основи 3 та висотою 4.	А 18π
2.	Конус з радіусом основи 3 та твірною 5.	Б 24π
3.	Куб з ребром $\sqrt{3\pi}$	В 36π
4.	Куля радіуса $2\sqrt{3}$	Г 42π
5.		Д 48π .

96. Установіть відповідність між многокутником (1 - 4) і радіусом кола (А - Д), вписаного в цей многокутник

	Многокутник	Радіус кола, яке вписане у многокутник
1.	Рівносторонній трикутник із стороною $3\sqrt{3}$ см	А 1 см
2.	Квадрат із стороною 2 см	Б 1,5 см
3.	Прямокутний трикутник із катетами 6 см і 8 см	В $\sqrt{3}$ см
4.	Правильний шестикутник із стороною 2 см	Г 2 см
5.		Д 4 см

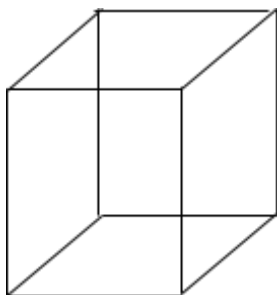
97. Установіть відповідність між геометричною фігурою (1 - 4) та радіусом кола (А - Д), яке вписане у цю геометричну фігуру.

	Геометрична фігура	Радіус кола, яке вписане у геометричну фігуру
1.	Правильний трикутник, висота якого дорівнює $\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{6}}{2}$ А
2.	Ромб, висота якого дорівнює $\sqrt{2}$	Б 1
3.	Квадрат, діагональ якого дорівнює $\sqrt{2}$	$\frac{1}{2}$ В
4.	Правильний шестикутник, більша діагональ якого дорівнює $2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$ Г
5.		$\frac{\sqrt{2}}{3}$ Д

98. На рисунку зображено рівнобічну трапецію ABCD, у якій AD = 8 см, DC = 4 см, AC = 10 см. Установіть відповідність між проекцією відрізка на пряму (1 - 4) та довжиною проекції (А - Д) ($AB = CD, BC \parallel AD, AC$ – діагональ)

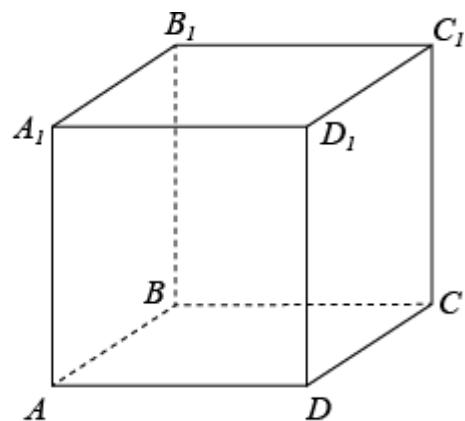
	Проекція відрізка на пряму	Довжина проекції
1.	Проекція відрізка BC на пряму AD	А 2 см
2.	Проекція відрізка CD на пряму AD	Б 4 см
3.	Проекція відрізка AC на пряму AD	В 4,8 см
4.	Проекція відрізка AD на пряму AC	Г 5,6 см
5.		Д 6 см

99. На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Установіть відповідність між заданими кутами (1 - 4) та їхніми градусними мірами (А - D).



	Проекція відрізка на пряму	Довжина проекції
1.	Кут між прямими AA_1 і DC_1	А 0°
2.	Кут між прямими BD і A_1C_1	Б 30°
3.	Кут між прямими AB_1 і A_1D	В 45°
4.	Кут між прямими BB_1 і DD_1	Г 60°
5.		Д 90°

На рисунку зображено куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$.
Установіть відповідність між заданими кутами
(1–4) та їхніми градусними мірами (А–Д).



1 Кут між прямими AA_1 і DC_1

2 Кут між прямими BD і A_1C_1

3 Кут між прямими AB_1 і A_1D

4 Кут між прямими BB_1 і DD_1

А 0°

Б 30°

В 45°

Г 60°

Д 90°

100.

Установіть відповідність між тілом обертання, заданим умовою (1–4), та формулою (А–Д) для обчислення його об'єму V .

- 1** квадрат зі стороною a обертається навколо прямої, що проходить через сторону цього квадрата (рис. 1)
- 2** прямокутний рівнобедрений трикутник із катетом a обертається навколо прямої, що проходить через катет цього трикутника (рис. 2)
- 3** прямокутний рівнобедрений трикутник із катетом a обертається навколо прямої, що проходить через вершину гострого кута цього трикутника перпендикулярно до одного з його катетів (рис. 3)
- 4** круг, радіус якого дорівнює $\frac{3}{4}a$, обертається навколо прямої, що проходить через центр цього круга (рис. 4)

А $V = \frac{1}{3}\pi a^3$

Б $V = \frac{9}{16}\pi a^3$

В $V = \frac{2}{3}\pi a^3$

Г $V = \pi a^3$

Д $V = 2\pi a^3$

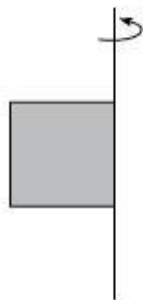


Рис. 1

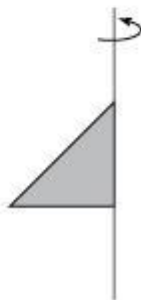


Рис. 2

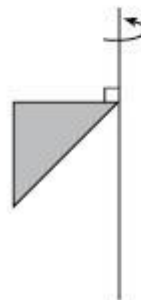


Рис. 3

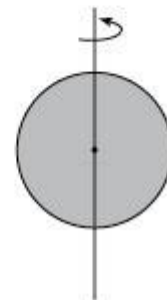


Рис. 4