Devoir surveillé d'informatique

Durée : 1 H 40

Date : 13 / 06 /2014

Les réponses doivent être écrites dans les cadres prévus à cet effet.

Ce sujet comporte 5 pages

Nom : **Prénom :** **Classe**

Partie I : Ingénierie numérique

Exercice 1 : Calcul approchée d'une racine carrée (suite de Héron)

On se propose d'utiliser la méthode de Newton pour l'approximation du zéro de la fonction $f(x) = x^2 - a$ avec $(a > 0)$

1. En utilisant la suite définie par la méthode de Newton pour la recherche d'un zéro de la fonction f, démontrer que : $x_{k+1} = \frac{1}{2}\left(x_k + \frac{a}{x_k}\right)$

2. Soit la suite $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vérifiant : $x_{n+1} = \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{a}{x_n}\right)$ avec $x_0 = a \quad (a > 0)$

Cette suite converge vers $\sqrt{a}$.

2.1. Ecrire une fonction **suite ( )** : prenant en entrée deux paramètres : un nombre réel strictement positif **a** et un entier **n**. L'appel de **suite (a, n)** retourne la valeur de x_n

2.2. Ecrire une fonction **racine ( )** : prenant en entrée deux paramètres : un nombre réel **a** et un réel **epsilon**. L'appel de **racine (a, epsilon)** retourne la valeur approchée de $\sqrt{a}$ à **epsilon** près.

Exercice 2 : Résolution numérique des équations différentielles

1. On cherche à calculer une approximation de la solution du problème **[1]** sur l'intervalle [a , b] :

$$y' = F\left(t, y(t)\right) \quad \text{avec} \quad y(a) = y_0 \qquad \textbf{[1]}$$

On considère une subdivision régulière (t_k) en n+1 points (n segments) de l'intervalle [a , b] avec :

$$h = \frac{b-a}{n} \quad \text{et} \quad t_k = a + k.h$$

La méthode de **Runge-Kutta d'ordre 2** consiste à construire la suite (y_k) des valeurs approchées de $y(t_k)$ récursivement en déduisant y_{k+1} de y_k en 3 étapes :

Etape **1** : $y_{k+\frac{1}{2}} = y_k + \frac{h}{2}.F\left(t_k, y_k\right)$

Etape **2** : $y'_{k+\frac{1}{2}} = F\left(t_k + \frac{h}{2}, y_{k+\frac{1}{2}}\right)$

Etape **3** : $y_{k+1} = y_k + h.y'_{k+\frac{1}{2}}$

Ecrire une fonction : **rk2(F , a , b , y0 , n)** prenant en paramètres la fonction **F** , les nombres **a** et **b**, le nombre **y0** (condition initiale en **a**), et un entier **n** (pour la subdivision) et qui retourne un tableau (**numpy**) des valeurs (y_k) obtenues par la méthode de **Runge-Kutta 2**.

2. A l'aide de la fonction **odeint( )** du sous-module **integrate** de **scipy**, et du module **matplotlib.pyplot**, donner le code permettant de tracer la courbe représentative sur l'intervalle [0; 4] (on prendra une subdivision de 100 points) de la solution approchée de l'équation suivante :

$$\begin{cases} y' + \sqrt{t}.y = 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

3. A l'aide de la fonction **odeint( )** du sous-module **integrate** de **scipy**, et à l'aide du module **matplotlib.pyplot**, écrire une fonction **eqdiff2( )** prenant en paramètres quatre nombres a, b, et y0, y1, et une fonction f et qui trace sur l'intervalle [0; 1] (on prendra une subdivision de 100 points) les graphes des fonction y , y' solutions approchées de l'équation :

$$\begin{cases} y'' + ay' + by = f(t) \\ y(0) = y_0 \\ y'(0) = y_1 \end{cases}$$

Partie II : Fichiers

On dispose d'un fichier « eleves.csv » contenant un tableau de notes au format (les informations sont séparés par des **virgules**):

Nom, Prénom , Note_1 , Note_2 , Note_3

Le nombre de devoir est **3** pour tous les élèves, mais certaines des notes peuvent être omises. Par exemple, une ligne : **Doe, John, 12, ,13** signifie que John Doe a eu 12 au premier devoir, 13 au dernier et a été absent au deuxième.

1. Écrire un programme permettant de compter le nombre total d'élèves dans le fichier « eleves.csv ».

2. Écrire une fonction **Abs_devoir(k)** permettant de créer un nouveau fichier texte Absent_k.txt contenant la liste des élèves absents au devoir **k (** un entier représentant le numéro du devoir **)**. Chaque ligne de ce fichier doit contenir le numéro de la ligne, le nom et le prénom de l'élève absent au devoir k. On sépare les différentes valeurs par un espace.

3. Écrire un programme permettant de mettre les informations du fichier « eleves.csv » dans un dictionnaire **d**. On utilisera le format suivant : les clés sont les couples (Nom, Prénom) et les valeurs les listes de notes correspondantes. Où les notes manquantes auront été remplacées par des **-1**. Avec l'exemple vu plus haut, votre dictionnaire devrait donc contenir :

(Doe, John) : [12, -1, 13].

4. Écrire une fonction **moyenne ( )** permettant de renvoyer la moyenne d'un élève. Cette fonction prend en argument le tuple (nom, prénom) d'un élève et une liste de coefficients. Utiliser le dictionnaire **d** (de la **question 3**) pour récupérer les notes d'un élève.