Тема: Статистика та її методи. Розв'язування вправ. Самостійна робота

Посилання на підручник: https://lib.imzo.gov.ua/wa-data/public/site/books2/pidruchnyky-11-klas-2019/13-matematyka-11-klas/merzlyak-ag-matematyka-algebra-i-poch-analizu-ta-geometriya-riven-standartu-11-kl.pdf

Матеріали до теми:

Математична статистика вивчає методи збирання, обробки та інтерпретації *(інтерпретація – роз'яснення, тлумачення наукових і літературних текстів)* різноманітних даних.

- Розглянемо на прикладі ***основні елементи математичної статистики***

- **Вибірка**

№1
Опитавши 19 дітей, що прийшли на підготовку до ЗНО, скільки часу вони витратили на шлях до аудиторії, отримали наступні результати: 5, 15, 40, 70, 10, 30, 60, 15, 40, 90, 40, 30, 10, 40, 60, 30, 60, 30, і 15 хв

- Отримавши відповіді на запитання маємо ряд чисел, такий ряд чисел називається ***вибіркою***
- Якщо ми впорядкуємо отриманий ряд чисел за зростанням – отримаємо ***варіаційний ряд*** *(або ранжований ряд, відповідно операцію розташування випадкових величин називають ранжуванням)*
- Кількість елементів, з яких складається вибірка називається ***об'ємом вибірки***
- Кожен елемент вибірки називається її ***варіантою***
- Чи завжди можна дослідити множину всіх об'єктів, що підлягають дослідженню?
  (Учні висловлюють власну думку)

Генеральна сукупність – це сукупність усіх об'єктів, що підлягають дослідженню.

- Наведіть приклад генеральної сукупності та вибірки з неї
  (Учні наводять власні приклади. Бувають випадки коли можна дослідити кожен елемент генеральної вибірки, наприклад, проведення зовнішнього незалежного оцінювання з української мови (і математики, якщо на цей момент ЗНО з математики вже є обов'язковим))

- **Характеристики варіаційних рядів**

1. ***Середнє значення вибірки*** $\bar{x}$ – це середнє арифметичне усіх її варіант**:**

$$\bar{x} = \frac{x_1+x_2+\ldots+x_n}{n}$$

Середнє значення для нашої вибірки:

$$\bar{x} = \frac{5+2\cdot10+3\cdot15+4\cdot30+4\cdot40+3\cdot60+70+90}{19} \approx 36,3$$

2. ***Медіана вибірки*** Me

$$\{5, 10, 10, 15, 15, 15, 30, 30, 30, \boxed{30}, 40, 40, 40, 40, 60, 60, 60, 70, 90\}$$

9 елементів — 9 елементів

- Спробуйте самостійно сформулювати означення медіани вибірки.
  (Серединне значення варіаційного ряду)

  Медіана вибірки Me – це число, що ділить відповідний варіаційний ряд навпіл

- Як знайти медіану вибірки, якщо варіаційний ряд складається з парної кількості елементів?

$$\{3, 15, 27, \boxed{42, 44}, 44, 87, 88\}$$

  В такому випадку, медіаною вибірки вважається середнє арифметичне двох чисел, що розташовані посередині цього варіаційного ряду:

$$Me = \frac{42+44}{2} = 43$$

- Як знайти медіану вибірки, якщо елементами варіаційного ряду є не числа і маємо парну кількість елементів ряду?
  (В такому випадку медіаною вибірки називається будь-яке з двох елементів, що розташовані посередині. Наприклад, маємо ряд оцінок за шкалою ECTS: $F, E, E, E, E, C, C, B, B, A$, отже медіаною цієї вибірки є оцінки E і C)

3. ***Мода вибірки*** Mo

- Спробуйте самостійно сформулювати означення моди вибірки
  (Варіанта вибірки з найбільшою частотою)

- Як можна зручніше подати інформацію варіаційного ряду?

*(Можна скласти **статистичну таблицю** із відповідними варіантами варіаційного ряду та їх частотою у цьому ряді)*

5	10	15	30	40	60	70	90
1	2	3	4	4	3	1	1

- Що є модою цього варіаційного ряду?
  $M_{O_1} = 30$ хв
  $M_{O_2} = 40$ хв

4. **Розмах вибірки** R – це різниця між найбільшим і найменшим значенням вибірки.

   - Обчисліть розмах цієї вибірки

5	10	15	30	40	60	70	90
1	2	3	4	4	3	1	1

$R = 90 - 5 = 85$

- Досліджуючи популярність артиста – опитали всіх людей, що прийшли до нього на концерт. Чи будуть отримані висновки об'єктивними?
  (Такі висновки не будуть об'єктивними, так як люди, що прийшли на концерт – прийшли на нього, бо їм подобається цей артист)

- Отже, нам потрібна *репрезентативна* вибірка, так як збирання даних має ґрунтуватися не тільки на масовості.

  Вибірка називається ***репрезентативною***, якщо в ній всі основні ознаки *генеральної сукупності* присутні в тій самій пропорції і з тією самою відносною частотою, з якою дана ознака виступає в заданій генеральній сукупності.

- **Статистична та математична ймовірності**

  - Якою є математична ймовірність народження хлопчика?

$P = \frac{1}{2} = 0,5$

- Якщо поглянемо на таблицю народжуваності в Києві за 2005 рік, то можемо помітити, що статистична ймовірність відрізняється від математичної. Статистична ймовірність народжуваності хлопчиків трішки більша ніж дівчаток і мало відрізняється від відомого числа в *демографії* (наука, що вивчає склад і рух населення та закономірності його розвитку) $0,\ 518$.

Місяць	Загальна кількість	Хлопчики	Частота народжуваності	Дівчатка	Частота народжуваності
1	1396	711	0,509312	685	0,490688
2	1254	659	0,525518	595	0,474482
3	1361	702	0,515797	659	0,484203
4	1301	664	0,510377	637	0,489623
5	1440	758	0,526389	682	0,473611
6	1462	762	0,5121204	700	0,478796
7	1587	811	0,511027	776	0,488973
8	1617	849	0,525046	768	0,474954
9	1321	699	0,529145	622	0,470855
10	1528	771	0,504581	757	0,495419
11	1465	748	0,51058	717	0,48942
12	1332	698	0,524024	634	0,475976
Усього	17064	8832	0,517581	8232	0,482419

- **Способи подання даних**

  - Для кращого сприйняття інформації про ту чи іншу вибірку – отримані дані можна подати графічно.

Розглянемо на прикладі нашої задачі найпоширеніші графічні способи подачі інформації:

1. **Стовпчаста діаграма**



2. **Полігон частот**



3. Секторна діаграма



- **Розв'язування задач**

№1 *(Середнє арифметичне і медіана)*
Нехай заробітна плата в області знаходиться від 3 000 – 250 000 грн ($3k;\ 3.2k;\ 4k;\ 7,5k;\ 10k;\ 3k;\ 3,3k;\ 250\,000k;\ 4.5k$). Знайдіть середню заробітну плату.

*Можемо знайти **середнє значення вибірки**, тоді середня заробітна плата пересічного жителя області приблизно 32 000 грн:*

$$\overline{x} = \frac{2\cdot 3k+3,2k+4k+7,5k+10k+3,3k+250k+4,5k}{9} \approx 32k$$

*Можемо знайти **медіану варіаційного ряду**, тоді середня заробітна плата пересічного жителя області приблизно 4 000 грн:*

$$\{\mathbf{3k};\ \mathbf{3k};\ \mathbf{3.2k};\ \mathbf{3,3k};\ \mathbf{4k};\ \mathbf{4.5k};\ \mathbf{7,5k};\ \mathbf{10k};\ \mathbf{250k};\}$$

- Що краще відображає середню заробітну плату пересічного жителя області – середнє значення чи медіана варіаційного ряду?

№2
На новорічні свята ви купили багато цукерок: 2 кг по 980 грн, 4 кг по 450 грн і 8 кг по 350 грн. За якою середньою ціною Ви купили всі цукерки?

Знайдемо середнє значення вибірки:

$$\overline{x} = \frac{2\cdot 980+4\cdot 450+8\cdot 350}{14} \approx 469 \text{ грн}$$

Закріплення нових знань та вмінь

№1

Результатом роботи комп'ютерної програми, що моделює статистичне дослідження, є деяке ціле число в діапазоні від -128 до 128. Після п'яти послідовних запусків програма видала такі результати: $62, -15, 31, 103, -22$. Що в даному статистичному дослідженні є генеральною сукупністю? Що є вибіркою? Знайдіть розмах вибірки.

Розв'язок:

Генеральна сукупність:

Усі цілі числа від -128 до 128

Вибірка:

$\{62, -15, 31, 103, -22\}$

Розмах вибірки:

$103 - (-22) = 125$

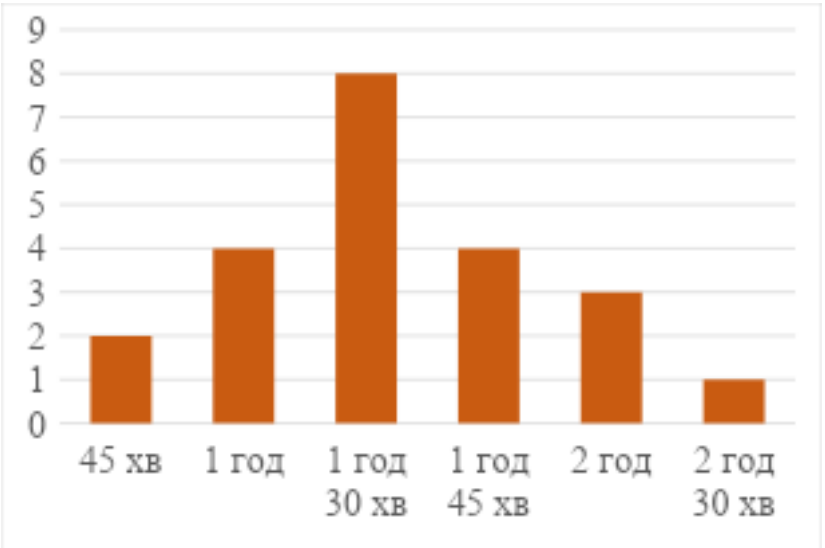
№2

На замовлення підприємств легкої промисловості проведено дослідження, результатами якого є розміри одягу в міжнародному форматі (символи: XS, S, M, L, XL, XXL, XXXL). Які статистичні показники (розмах, середнє значення, медіана, мода) можна визначити для зібраних даних?

Відповідь: медіану і моду;

№3

Серед учнів і учениць 10 класу провели опитування: скільки часу вони щодня перебувають на свіжому повітрі. Результати опитування подано у вигляді діаграми, зображеної на рисунку. Знайдіть розмах, середнє значення та моду даної вибірки.



Розв'язок:

Розмах:

$R = 150 - 45 = 105$

Середнє значення:

$$\overline{x} = \frac{2\cdot45+4\cdot60+8\cdot90+4\cdot105+3\cdot120+1\cdot150}{22} = \frac{1980}{22} = 90 \text{ хв}$$

Мода:

$Mo = 1$ год 30 хв

№4

Визначте середнє значення та медіану вибірки 1, 4, 7, 3, 9, 6, 7, 2, 4, 9

Розв'язок:

$$\overline{x} = \frac{1+3+2\cdot4+6+2\cdot7+2\cdot9}{10} = \frac{50}{10} = 5$$

{1; 3; 4; 4; 6; 7; 7; 9 ; 9}

$Me = 6$

Відповідь: $\overline{x} = 5;\ Me = 6$

№5

У чемпіонаті України з футболу 2017-2018 рр. команда «Шахтар», що стала чемпіоном України, зіграла 32 матчі, у яких двічі забила 5 голів, 3 рази – 4 голи, 9 разів – 3 голи, 8 разів – 2 голи, 6 разів – один гол і в 4 матчах не забила жодного гола. Обчисліть середню кількість м'ячів, яку команда «Шахтар» забивала в одному матчі.

Розв'язок:

$$\overline{x} = \frac{2\cdot5+3\cdot4+9\cdot3+8\cdot2+6\cdot1+4\cdot0}{32} = \frac{71}{32} \approx 2,2$$

Відповідь: $\approx 2,2$ м'яча за гру

№6

Телефонна компанія хоче дізнатися про кількість телефонних дзвінків, які робить людина протягом доби. Дані щодо 100 людей подано на діаграмі. Обчисліть розмах, середнє



значення, медіану та моду цієї вибірки.

Розв'язок:

$R = 11 - 0 = 11$

$$\overline{x} = \frac{14 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 10 \cdot 3 + 10 \cdot 4 + 12 \cdot 5 + 15 \cdot 6 + 14 \cdot 7 + 8 \cdot 8 + 8 \cdot 9 + 3 \cdot 10 + 1 \cdot 11}{100} =$$

$$= \frac{10+30+40+60+90+98+64+72+30+11}{100} = \frac{505}{100} = 5,05$$

$Mo = 6$

$Me = 5$

Відповідь: $R = 11; Mo = 6; Me = 5;$

Завдання:

1. Опрацювати теоретичний матеріал: п. 15.
2. Законспектувати основні означення, поняття.
3. Виконати усно вправи: 15.1-15.4, письмово: 15.5-15.9.
4. Виконати самостійну роботу (завдання на наступній сторінці).

ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!!! Роботу виконувати у робочому або окремому зошиті (якщо робочий залишився у гуртожитку), фотографувати і надсилати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net , у темі листа вказувати – ПІБ, предмет, номер групи.

Можна підготувати мультимедійну презентацію з теми і надіслати на електронну адресу valentinatalavera@ukr.net .

Самостійна робота

«Елементи теорії ймовірностей і математичної статистики»

1.У коробці лежать 5 чорних, 6 червоних, 9 зелених кульок. Із коробки навмання виймають одну кульку. Знайдіть імовірність того, що вона буде чорною.

А) 5/ 14 Б) 1/ 4 В) 1/ 3 Г) 5/ 11

2. Підкидають гральний кубик двічі. Знайдіть імовірність того, що в сумі випаде більше ніж 9 очок.

А) 1/ 6 Б) 4/ 9 В) 5/ 36 Г) 1/ 9

3. У вазі лежать 5 шоколадних цукерок і 8 карамельних. Скількома способами можна вибрати шоколадну або карамельну цукерку?

А) 3 Б) 45 В) 13 Г) 40

4. Знайдіть розмах для вибірки, заданої рядом 4; 8; 9; 3; 2; 3; 2; 11.

А) 7 Б) 8 В) 15 Г) 9

5. Знайдіть медіану для вибірки, заданої рядом 5; 6; 4; 4; 10; 12; 8; 9; 8; 2.

А) 7 Б) 8 В) 6 Г) 10

6. Знайдіть моду для вибірки, заданої рядом 2; 3; 3; 6; 7; 9; 3; 7.

А) 3 Б) 7 В) 9 Г) 2

7. У коробці лежать цукерки, з яких 21 цукерка у зелених обгорт ках, а решта — у червоних. Знайдіть кількість цукерок у червоних обгортках, якщо ймовірність витягти навмання цукерку в червоній обгортці дорівнює 0,3.

8. Середній вік 11 футболістів команди становить 21 рік. Під час гри одного футболіста вивели з поля, після чого середній вік ре шти гравців становив 20 років. Скільки років футболісту, який залишив поле?

9. У вазі стоять 10 білих і 5 червоних троянд. Визначите, скількома способами можна вибрати букет, що складається із двох білих і однієї червоної троянди.