

1.- Una fábrica dispone de tres líquidos L1, L2 y L3, en los que se encuentran disueltas dos sustancias: sodio y magnesio. Cada litro del líquido L1 contiene 120 mg de sodio y 90 mg de magnesio, cada litro del líquido L2 contiene 100 mg de sodio y 90 mg de magnesio y cada litro del líquido L3 contiene 60 mg de sodio y 180 mg de magnesio. ¿Es posible obtener un litro de un líquido mezclando distintas cantidades de L1, L2 y L3 en el que la cantidad de sodio y de magnesio sea de 100 mg cada una? En caso afirmativo, calcula dichas cantidades.

Resolución

Usando el enunciado podemos formar la siguiente tabla

	Cantidad (en litros)	mg de Na	mg de Mg
L1	x	120x	90x
L2	y	100y	90y
L3	z	60z	180z
Total		120x + 100y + 60z	90x + 90y + 180z

Llegamos al sistema

$$\begin{cases} 120x + 100y + 60z = 100 \\ 90x + 90y + 180z = 100 \\ x + y + z = 1 \end{cases} \quad \cdot 10 \quad \cdot 10 \quad \begin{cases} 12x + 10y + 6z = 10 \\ 9x + 9y + 18z = 10 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$$

La matriz del sistema es

$$A = \begin{pmatrix} 12 & 10 & 6 \\ 9 & 9 & 18 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad f_1 - 12f_3 \quad f_2 - 9f_3 \quad \begin{pmatrix} 0 & -2 & -6 \\ 0 & -2 & -6 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad f_1 : (-2) \quad (0 \ 1 \ 0)$$

que corresponde al sistema, $\begin{cases} y + 3z = 1 \\ 9z = 1 \\ x + y + z = 1 \end{cases}; z = \frac{1}{9} \cong 0,111;$

$$y = 1 - 3z = 1 - 3 \cdot \frac{1}{9} = \frac{2}{3} \cong 0,667$$

Luego, $x = 1 - y - z = 1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{9} = \frac{2}{9} \cong 0,222$. Luego, sí que se puede obtener 1 litro mezclando

$$\frac{2}{9} \cong 0,222 = 222 \text{ ml de L1 con } \frac{2}{3} \cong 0,667 \text{ l} = 667 \text{ ml de L2 con } \frac{1}{9} \cong 0,111 \text{ l} = 111 \text{ ml de L3}$$

2.- Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2m & -1 & 3 & 0 & -2 & -3m & 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 & 0 & 2 & 1 & 2 & 5 & 4 \end{pmatrix}$

a) Determina los valores de m para que la matriz A tenga inversa.

Resolución

$$\det A = 12m^2 - 3 + 2 - 12m = 12m^2 - 12m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{12 \pm \sqrt{192}}{24} = \frac{12 \pm 8\sqrt{3}}{24} = \frac{3 \pm 2\sqrt{3}}{6}$$

Para $m \neq \frac{3 \pm 2\sqrt{3}}{6}$ A tiene inversa.

b) Calcula para $m = 1$, si es posible, la matriz X tal que $AX = B^t$, donde B^t denota la matriz traspuesta de B.

Resolución

Si $m = 1$, sabemos que A tiene inversa. Además, $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 & 0 & -2 & -3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $\det A = 12 \cdot 1^2 - 12 \cdot 1 - 1 = -1 \neq 0$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} (\text{adj } A)^t = \frac{1}{-1} (2 \ 0 \ 3 \ -5 \ -1 \ -7 \ -4 \ -1 \ -6)^t = -(2 \ -5 \ -4 \ 0 \ -1 \ -13 \ -7 \ -6) = (-2 \ 5 \ 4 \ 0 \ 1 \ 1 \ 3 \ 7 \ 6)$$

Multiplicando por la izquierda por A^{-1} en los dos miembros: $A^{-1}AX = A^{-1}B^t$; $IX = X = A^{-1}B^t$.

$$X = (-2 \ 5 \ 4 \ 0 \ 1 \ 1 \ 3 \ 7 \ 6) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 & 2 & 5 & 3 & 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 14 & 37 & 2 & 3 & 9 & 8 & 20 & 53 \end{pmatrix}.$$

3.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & a & -b & 0 & 0 & b & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

a) Calcula A^{10} .

Resolución

$$A^2 = AA = \begin{pmatrix} 0 & a & -b & 0 & 0 & b & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & a & -b & 0 & 0 & b & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & ab & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = A^2 A = (0 \ 0 \ ab \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)(0 \ a \ -b \ 0 \ 0 \ b \ 0 \ 0) = (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0) = 0$$

$$\text{Luego, } A^{10} = A^{3 \cdot 3 + 1} = (A^3)^3 A = 0^3 A = 0A = 0$$

b) Calcula, si es posible, la matriz inversa de $I + A + A^2$, donde I denota la matriz identidad de orden 3.

Resolución

Sea

$$B = I + A + A^2 = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1) + (0 \ a \ -b \ 0 \ 0 \ b \ 0 \ 0 \ 0) + (0 \ 0 \ ab \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0) = (1 \ a \ ab \ -b \ 0 \ 1 \ b \ 0 \ 0 \ 1)$$

; $\det B = 1 \neq 0$

$$\text{Luego, } \exists B^{-1} = \frac{1}{\det B} (\text{adj } B)^t = \frac{1}{1} (1 \ 0 \ 0 \ -a \ 1 \ 0 \ b \ -b \ 1)^t = (1 \ -a \ b \ 0 \ 1 \ -b \ 0 \ 0 \ 1).$$

4.- Dadas las matrices $A = (1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1)$ y $B = (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)$, se define la matriz $M = A + (\lambda - 1)B$.

a) Halla los valores de λ para los que la matriz M tiene rango menor que 3.

Resolución

$$M = (1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1) + (\lambda - 1)(0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0) = (1 \ 1 \ \lambda \ -1 \ 1 \ \lambda \ -1 \ 1 \ 1)$$

$$\det M = \lambda - 1 + \lambda - 1 + \lambda - 1 - (\lambda - 1)^3 - 1 - 1 = 3\lambda - 5 - (\lambda^3 - 3\lambda^2 + 3\lambda - 1) = -\lambda^3 + 3\lambda^2$$

$\det M = -\lambda^3 + 3\lambda^2 - 4 = 0 \Rightarrow \lambda^3 - 3\lambda^2 + 4 = 0$. Factoricemos el polinomio usando la regla de Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrrrrrr} -1 & 1 & -3 & 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline & 1 & -4 & 4 & -4 & 4 & -4 & 0 & 0 \end{array} ; \det M = (\lambda + 1)(\lambda^2 - 4\lambda + 4) = (\lambda + 1)(\lambda - 2)^2 = 0, \text{ de donde } \lambda = -1 \text{ ó } \lambda = 2.$$

- Si $\lambda \neq -1, \lambda \neq 2$, $\det M \neq 0$ y $\text{rg } M = 3$

- Si $\lambda = -1$ ó $\lambda = 2$, $\det M = 0$ y, por tanto, $\text{rg } M < 3$

La respuesta es $\lambda = -1$ ó $\lambda = 2$

b) Para $\lambda = -1$, resuelve el sistema lineal homogéneo cuya matriz de coeficientes es M .

Resolución

Si $\lambda = -1$, $\det M = 0$ y, por tanto, $\text{rg } M < 3$.

Además, $M = (1 \ 1 \ -2 \ 1 \ -2 \ 1 \ -2 \ 1 \ 1)$ y el sistema es $MX = 0$, siendo $X = (x \ y \ z)$. la matriz del sistema es

$$M' = (1 \ 1 \ -2 \ 0 \ 1 \ -2 \ 1 \ 0 \ 1) \begin{matrix} f_2 - f_1 \\ f_3 + 2f_1 \end{matrix} (1 \ 1 \ -2 \ 0 \ 0 \ -3 \ 3 \ 0 \ 0 \ 3 - 3 \ 0) \begin{matrix} f_2 = -f_3 \\ 3f_3 \end{matrix} : 3 (1 \ 1 \ -2 \ 0 \ 0 \ 1 \ -1 \ 0)$$

que corresponde al sistema $\{x + y - 2z = 0 \ y - z = 0$. Despejando: $y = z$;

$$x = -y + 2z = -z + 2z = z$$

Llamando $z = k$, las infinitas soluciones son $\{x = k \ y = k \ z = k\}$, con $k \in \mathbb{R}$

5.- Sean las matrices $A = (m + 1 \ 1 \ m - 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ m - 1 \ 1 \ m + 1)$, $B = (0 \ 4 \ 2 \ 0 \ 0 \ 4 \ 2 \ 2 \ 1)$ y $C = (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)$

a) Calcula m para que la matriz A tenga inversa.

Resolución

$$\det A = m^2 + 2m + 1 + m - 1 + m - 1 - m^2 + 2m - 1 - m - 1 - m - 1 = 4m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 1$$

Para $m \neq 1$ A tiene inversa.

b) Para $m = 0$, resuelve, si es posible, la ecuación matricial $\frac{1}{2}AX + C^4 = B$

Resolución

Observa que $C^2 = (0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0)(0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0) = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1) = I$; $C^4 = (C^2)^2 = I^2 = I$

Sustituyendo queda la ecuación $\frac{1}{2}AX + I = B$

Trasponiendo términos, $\frac{1}{2}AX = B - I$. Multiplicando por 2 ambos miembros, $AX = 2(B - I)$

Si $m = 0$, sabemos que A tiene inversa. Además, $A = (1 \ 1 \ -1 \ 1 \ 1 \ 1 \ -1 \ 1 \ 1)$ y $\det A = 4 \cdot 0 - 4 = -4 \neq 0$

Luego,

$$\exists A^{-1} = \frac{1}{\det A}(\text{adj } A)^t = \frac{1}{-4}(0 \ -2 \ 2 \ -2 \ 0 \ -2 \ 2 \ -2 \ 0)^t = \frac{-1}{4}(0 \ -2 \ 2 \ -2 \ 0 \ -2 \ 2 \ -2 \ 0)$$

Multiplicando por la izquierda por A^{-1} en los dos miembros:

$$A^{-1}AX = A^{-1}2(B - I) \Rightarrow IX = X = 2A^{-1}(B - I)$$

$$X = 2 \frac{-1}{4}(0 \ -2 \ 2 \ -2 \ 0 \ -2 \ 2 \ -2 \ 0)[(0 \ 4 \ 2 \ 0 \ 0 \ 4 \ 2 \ 2 \ 1) - (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1)] = \frac{-1}{2}(0 \ -2 \ 2 \ -2 \ 0 \ -2 \ 2 \ -2 \ 0)$$

$$X = \frac{-1}{2}(4 \ 6 \ -8 \ -2 \ -12 \ -4 \ -2 \ 10 \ -4) \Rightarrow X = (-2 \ -3 \ 4 \ 1 \ 6 \ 2 \ 1 \ -5 \ 2)$$

6.- Considera las matrices $A = (x \ y \ z \ y \ x \ x \ z \ z \ y)$, $B = (\alpha \ 1 \ 1)$ y $C = (1 \ 1 \ 1)$

a) Discute el sistema $BA = C$, según los valores de α .

Resolución

$$BA = C \Rightarrow (\alpha \ 1 \ 1)(x \ y \ z \ y \ x \ x \ z \ z \ y) = (1 \ 1 \ 1) \Rightarrow (\alpha x + y + z \ \alpha y + x + z \ \alpha z + x + y) = (1 \ 1 \ 1)$$

Igualando los elementos queda el sistema

$$\{\alpha x + y + z = 1 \ \alpha y + x + z = 1 \ \alpha z + x + y = 1\} \Rightarrow \{\alpha x + y + z = 1 \ x + \alpha y + z = 1 \ x + y + \alpha z = 1\}$$

Las matrices de coeficientes y ampliada son $A = (\alpha \ 1 \ 1 \ 1 \ \alpha \ 1 \ 1 \ 1 \ \alpha)$ y $A^* = (\alpha \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ \alpha \ 1 \ 1 \ 1 \ \alpha \ 1)$

$\det A = \alpha^3 + 1 + 1 - \alpha - \alpha - \alpha = \alpha^3 - 3\alpha + 2 = 0$. Factoricemos el polinomio usando la regla de Ruffini:

$$1 \ 1 \downarrow 1 \ 0 \ -3 \ 1 \ 1 \ 1 \ -2 \ 2 \ -2 \ 0 ; (\alpha - 1)(\alpha^2 + \alpha - 2) = 0 \Rightarrow \alpha = 1, \alpha = \frac{-1 \pm 3}{2} \rightarrow \alpha = 1, \alpha = -2.$$

- Si $\alpha \neq 1, \alpha \neq -2$, $\det A \neq 0$ y $\text{rg } A = 3 = \text{rg } A^* = n^\circ$ de incógnitas. Luego, por el teorema de Rouché-Fröbenius el sistema es compatible determinado, tiene solución única.

- Si $\alpha = 1, A = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)$ $f_2 = f_1 \ f_3 = f_1 \ (1 \ 1 \ 1) \Rightarrow \text{rg } A = 1$

$A^* = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)$ $f_2 = f_1 \ f_3 = f_1 \ (1 \ 1 \ 1 \ 1) \Rightarrow \text{rg } A^* = 1$

Luego, $\text{rg } A^* = \text{rg } A = 1 < n^\circ$ de incógnitas. Por el teorema de Rouché-Fröbenius el sistema es compatible indeterminado, tiene infinitas soluciones.

- Si $\alpha = -2$, $\det A = 0$ y $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Como $|-2 \ 1 \ 1 \ -2| = 3 \neq 0$, $\text{rg } A = 2$.

$$A^* = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} f_1 + 2f_3 \quad f_3 - f_2 \quad \begin{pmatrix} 0 & 3 & -3 & 3 & 0 \\ 3 & -3 & 0 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} f_1 - f_2 \quad (0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)$$

La 1ª fila corresponde a la ecuación $0 = 3$, que es incompatible. Luego, el sistema es incompatible.

b) Resuelve el sistema, si es posible, para $\alpha = 0$ y para $\alpha = 1$.

Resolución

Para $\alpha = 0$, sabemos del a) que el sistema es compatible determinado y la matriz del sistema es

$$A^* = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} f_2 - f_3 \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} f_1 + f_2 \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

que corresponde al sistema

$$\begin{cases} 2z = 1 - y + z = 0 \\ x + y = 1 \end{cases} \text{ Luego, } z = \frac{1}{2} \quad ; \quad y = z = \frac{1}{2} \quad ; \quad x = 1 - y = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \text{La solución es } x = y = z = \frac{1}{2}$$

Para $\alpha = 1$, sabemos del apartado a) que el sistema es compatible indeterminado, tiene infinitas soluciones y la matriz del sistema es equivalente a $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, que corresponde a la ecuación

$$x + y + z = 1. \text{ Luego, } x = 1 - y - z$$

Llamando $y = k$, $z = k'$, las infinitas soluciones son $\{x = 1 - k - k' \mid y = k \mid z = k'\}$, con $k, k' \in \mathbb{R}$.

7.- Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 & -2 & 3 & 1 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 & -3 & -1 & 5 \end{pmatrix}$, calcula, si es posible, la matriz X que verifica la ecuación $3X - B^t = AX$, siendo B^t la matriz traspuesta de B .

Resolución

$3X - B^t = AX \Rightarrow 3IX - B^t = AX$. Trasponiendo términos, $3IX - AX = B^t$. Sacando factor común X , por la derecha, $(3I - A)X = B^t$. Llamamos

$$C = 3I - A = 3 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -1 & -2 & -2 & 3 & 1 & 6 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 2 & 0 & -1 & -6 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

Nos queda la ecuación $CX = B^t$; $\det C = 6 - 4 - 1 = 1 \neq 0$.

Luego,

$$\exists C^{-1} = \frac{1}{\det C} (\text{adj } C)^t = \frac{1}{1} \begin{pmatrix} -1 & 6 & -2 & -2 & 12 & -5 & -15 & -2 \end{pmatrix}^t = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 & 6 & 12 & 5 & -2 & -5 \end{pmatrix}$$

Multiplicando por la izquierda por C^{-1} en los dos miembros: $C^{-1}CX = C^{-1}B^t \Rightarrow IX = X = C^{-1}B^t$

$$X = \begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 & 6 & 12 & 5 & -2 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -3 & 0 & -1 & -1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -11 & -5 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

8.- Una plataforma de streaming se especializa en series de tres géneros: animación, ciencia ficción y comedia. Se sabe que el 30% de las series de animación más el 50% de las de ciencia ficción coincide con el 20% de total de series. El 25% de las series de animación más el 50% de las de ciencia ficción más el 60% de las de comedia representan la mitad del total de series. Hay 100 series menos de animación que de ciencia ficción. Halla el número de series de cada género.

Resolución

Sean x, y, z el nº de series de animación, ciencia ficción y comedia, respectivamente.

Usando el enunciado llegamos al sistema

$$\{0, 3x + 0, 5y = 0, 2(x + y + z) \quad 0, 25x + 0, 5y + 0, 6z = 0, 5(x + y + z) \quad x = y - 100 \Rightarrow \{0, 1x + 0, 3y -$$

Sustituyendo en la dos primeras ecuaciones,

$$\{y - 100 + 3y - 2z = 0 \quad -5(y - 100) + 2z = 0 \Rightarrow \{4y - 2z = 100 \quad -5y + 2z = -500$$

$$\text{Sumando las ecuaciones, } -y = -400 ; y = 400 \Rightarrow z = \frac{4y - 100}{2} = \frac{4 \cdot 400 - 100}{2} \Rightarrow z = 750$$

$$\text{Luego, } x = y - 100 = 400 - 100 = 300$$

Por tanto, hay 300 series de animación, 400 de ciencia ficción y 750 de comedia

9.- (prueba ordinaria) Una marca de vehículos ha vendido este mes coches de tres colores: blancos, negros y rojos. El 60% de los coches blancos más el 50% de los coches negros representan el 30% de los coches vendidos. El 20% de los coches blancos junto con el 60% de los coches negros y el 60% de los coches rojos representan la mitad de los coches vendidos. Se han vendido 100 coches negros más que blancos. Determina el número de coches vendidos de cada color.

Resolución

Sean x, y, z el nº de coches vendidos de color blanco, negro y rojo, respectivamente.

Usando el enunciado llegamos al sistema

$$\{0, 6x + 0, 5y = 0, 3(x + y + z) \quad 0, 2x + 0, 6y + 0, 6z = 0, 5(x + y + z) \quad y = x + 100 \Rightarrow \{0, 3x + 0, 2y -$$

Sustituyendo en las dos primeras ecuaciones,

$$\{3x + 2(x + 100) - 3z = 0 \quad 3x - (x + 100) - z = 0 \Rightarrow \{5x - 3z = -200 \quad z = 2x - 100$$

$$\text{Sustituyendo en la primera ecuación, } 5x - 3(2x - 100) = -200 \Rightarrow x = 500$$

$$\text{Luego, } z = 2 \cdot 500 - 100 = 900 ; y = 500 + 100 = 600$$

Por tanto, se han vendido 500 coches de color blanco, 600 de color negro y 900 de color rojo

10.- (prueba ordinaria) Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & m & m & 0 & 0 & 0 & m & 0 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

a) Determina para qué valores de m existe la inversa de la matriz A .

Resolución $\det A = m^3 = 0 \Leftrightarrow m = 0$. Para $m \neq 0$ A tiene inversa.

b) Para todo $m \neq -1$, resuelve, si es posible, la ecuación $AX + X = B$.

Resolución

$AX + X = B \Rightarrow AX + IX = B \Rightarrow (A + I)X = B$. Llamando $C = A + I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & m & m & 1 & 0 & 0 & m & 1 \end{pmatrix}$, queda $CX = B$

$\det C = 1 + m^3 = 0 \Leftrightarrow m = -1$. Pero como $m \neq -1$, resulta que C tiene inversa

Multiplicando por C^{-1} , por la izquierda, $C^{-1}CX = C^{-1}B \rightarrow IX = X = C^{-1}B$

Luego,

$$X = \frac{1}{c} (\text{adj } C)^t B = \frac{1}{1+m^3} \begin{pmatrix} 1 & -m & m^2 & m^2 & 1 & -m & -m & m^2 & 1 \end{pmatrix}^t \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{1+m^3} \begin{pmatrix} 1 & m^2 & -m & -m & m^2 & 1 & m^2 & -m & 1 \end{pmatrix}$$

$$X = \frac{1}{1+m^3} \begin{pmatrix} 1 & -m & m^2 & -m & m^2 & 1 & m^2 & -m & 1 \end{pmatrix}$$

11.- (prueba extraordinaria) Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ e I la matriz identidad de orden 3.

a) Halla los valores de m para que la matriz $A - mI$ no tenga inversa.

Podemos comprobar que los precios con impuestos de las tres bebidas suman 592,4 €