

- b) $\sqrt{6\sqrt{5}}$ và $\sqrt{5\sqrt{6}}$;
 c) $\sqrt{24} + \sqrt{45}$ và 12;
 d) $\sqrt{37} - \sqrt{15}$ và 2;
 e) $\sqrt{8} + 3$ và 6 ;
 f) $\frac{13 - 2\sqrt{3}}{6}$ và $\sqrt{2}$.

Bài 7: So sánh.

- a) 2 và $\sqrt{2} + 1$;
 b) 1 và $\sqrt{3} - 1$;
 c) $2\sqrt{31}$ và 10;
 d) $-3\sqrt{11}$ và -12.

Bài 8: So sánh.

- a) $\sqrt{17} + \sqrt{26}$ và 9 ;
 b) $\sqrt{48}$ và $13 - \sqrt{35}$;
 c) $\sqrt{31} - \sqrt{19}$ và $6 - \sqrt{17}$;
 d) $9 - \sqrt{58}$ và $\sqrt{80} - \sqrt{59}$;
 e) $\sqrt{13} - \sqrt{12}$ và $\sqrt{12} - \sqrt{11}$;
 f) $\sqrt{7 - \sqrt{21 + 4\sqrt{5}}}$ và $\sqrt{5} - 1$;
 g) $\sqrt{5} + \sqrt{10} + 1$ và $\sqrt{35}$.

DẠNG 4. TÌM X, GIẢI PHƯƠNG TRÌNH.

Bài 9: Tìm x không âm, biết.

- a) $\sqrt{x} = 15$;
 b) $2\sqrt{x} = 14$;
 c) $\sqrt{x} < \sqrt{2}$;
 d) $\sqrt{2x} < 4$.

Bài 10: Giải phương trình.

- a) $\sqrt{x^2 - x + 1} = 1$;
 b) $\sqrt{x^2 + x + 1} = 1$;

c) $\sqrt{x^2 + 1} = 2;$

d) $\sqrt{(x+5)^2} = 0;$

e) $\sqrt{x^2 + 2} = -3;$

f) $\sqrt{x^2 + 5x + 20} = 4.$

DẠNG 5. CHỨNG MINH

Bài 11: Cho số m dương. Chứng minh :

a) Nếu $m > 1$ thì $\sqrt{m} > 1;$

b) Nếu $m < 1$ thì $\sqrt{m} < 1.$

Bài 12: Cho số m dương. Chứng minh :

a) Nếu $m > 1$ thì $m > \sqrt{m};$

b) Nếu $m < 1$ thì $m < \sqrt{m}.$

LỜI GIẢI**DẠNG 1. NHẬN BIẾT VÀ TÌM CĂN BẬC HAI SỐ HỌC.**

Bài 1: Căn bậc hai của các số đã cho lần lượt là: $0; \pm 8; \pm \frac{3}{4}; \pm 0, 2.$

Căn bậc hai số học của các số đã cho lần lượt là: $0; 8; \frac{3}{4}; 0, 2.$

Bài 2: a) $144;$ b) Không tồn tại; c) $\frac{8}{7};$ d) $\frac{1}{75}.$

DẠNG 2. TÍNH

Bài 3: Tính.

a) $\sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{(5-4)(5+4)} = \sqrt{1 \cdot 9} = \sqrt{9} = 3;$

b) $\sqrt{25^2 - 24^2} = \sqrt{(25-24) \cdot (25+24)} = \sqrt{1 \cdot 49} = \sqrt{49} = 7;$

c) $\sqrt{85^2 - 84^2} = \sqrt{(85-84)(85+84)} = \sqrt{1 \cdot 169} = \sqrt{169} = 13;$

d) $\sqrt{26^2 - 24^2} = \sqrt{(26-24) \cdot (26+24)} = \sqrt{2 \cdot 50} = \sqrt{100} = 10.$

Bài 4: Tính.

$$A = \sqrt{49} + \sqrt{25} - 4\sqrt{0,25} = 7 + 5 - 4 \cdot 0,5 = 10;$$

$$B = (\sqrt{169} - \sqrt{121} - \sqrt{81}) : \sqrt{0,49} = (13 - 11 - 9) : 0,7 = -7 : 0,7 = -10;$$

$$C = \sqrt{1,44} + 3\sqrt{1,69} = 1,2 + 3 \cdot 1,3 = 5,1;$$

$$D = \sqrt{0,04} + 2\sqrt{0,25} = 0,2 + 2 \cdot 0,5 = 1,2;$$

$$E = \sqrt{\frac{1}{9}} \cdot \sqrt{0,81} \cdot \sqrt{0,09} = \frac{1}{3} \cdot 0,9 \cdot 0,3 = 0,09;$$

$$F = \frac{3}{5}\sqrt{16} + 2\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{3}{5} \cdot 4 + 2 \cdot \frac{4}{5} = \frac{12}{5} + \frac{8}{5} = \frac{20}{5} = 4.$$

Bài 5: So sánh.

a) 5 và $\sqrt{24}$;

Ta có $5 = \sqrt{25}$ mà $25 > 24 \Rightarrow \sqrt{25} > \sqrt{24}$. Vậy $5 > \sqrt{24}$.

b) 11 và $\sqrt{169}$;

Ta có $11 = \sqrt{121}$ mà $121 < 169 \Rightarrow \sqrt{121} < \sqrt{169}$. Vậy $11 < \sqrt{169}$.

c) 9 và $\sqrt{81}$;

Ta có $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9$. Vậy $9 = \sqrt{81}$.

d) 6 và $\sqrt{37}$;

Ta có $6 = \sqrt{36}$ mà $36 < 37 \Rightarrow \sqrt{36} < \sqrt{37}$. Vậy $6 < \sqrt{37}$.

e) $\sqrt{144}$ và $\sqrt{169}$;

Ta có $144 < 169 \Rightarrow \sqrt{144} < \sqrt{169}$. Vậy $\sqrt{144} < \sqrt{169}$.

f) $\sqrt{225}$ và $\sqrt{289}$.

Ta có $\sqrt{225} = 15$; $\sqrt{289} = 17$ mà $15 < 17 \Rightarrow \sqrt{225} < \sqrt{289}$. Vậy $\sqrt{225} < \sqrt{289}$.

Bài 6: So sánh.

a) $2\sqrt{3}$ và $3\sqrt{2}$;

Ta có $(2\sqrt{3})^2 = 4 \cdot 3 = 12$; $(3\sqrt{2})^2 = 9 \cdot 2 = 18$. Mà $12 < 18 \Rightarrow (2\sqrt{3})^2 < (3\sqrt{2})^2 \Rightarrow 2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$.

Vậy $2\sqrt{3} < 3\sqrt{2}$

b) $6\sqrt{5}$ và $5\sqrt{6}$;

Ta có $(6\sqrt{5})^2 = 36 \cdot 5 = 180$; $(5\sqrt{6})^2 = 25 \cdot 6 = 150$.

Mà $180 > 150 \Rightarrow (6\sqrt{5})^2 > (5\sqrt{6})^2 \Rightarrow 6\sqrt{5} > 5\sqrt{6}$. Vậy $6\sqrt{5} > 5\sqrt{6}$

c) $\sqrt{24} + \sqrt{45}$ và 12;

Ta có $\sqrt{24} < \sqrt{25}$; $\sqrt{45} < \sqrt{49} \Rightarrow \sqrt{24} + \sqrt{45} < \sqrt{25} + \sqrt{49}$.

Mà $\sqrt{25} + \sqrt{49} = 5 + 7 = 12 \Rightarrow \sqrt{24} + \sqrt{45} < 5 + 7 \Rightarrow \sqrt{24} + \sqrt{45} < 12$. Vậy $\sqrt{24} + \sqrt{45} < 12$.

d) $\sqrt{37} - \sqrt{15}$ và 2;

Ta có $\sqrt{37} > \sqrt{36}; \sqrt{15} < \sqrt{16} \Rightarrow \sqrt{37} - \sqrt{15} > \sqrt{36} - \sqrt{16}$.

Mà $\sqrt{36} - \sqrt{16} = 6 - 4 = 2 \Rightarrow \sqrt{37} - \sqrt{15} > 2$. Vậy $\sqrt{37} - \sqrt{15} > 2$.

e) $\sqrt{8} + 3$ và 6 ;

Ta có $8 < 9 \Rightarrow \sqrt{8} < \sqrt{9} \Rightarrow \sqrt{8} < 3 \Rightarrow \sqrt{8} + 3 < 3 + 3 \Rightarrow \sqrt{8} + 3 < 6$.

Vậy $\sqrt{8} + 3 < 6$.

f) $\frac{13-2\sqrt{3}}{6}$ và $\sqrt{2}$.

Ta có $3 < 4 \Rightarrow \sqrt{3} < \sqrt{4} \Rightarrow 2\sqrt{3} < 2\sqrt{4} \Rightarrow \frac{13-2\sqrt{3}}{6} > \frac{13-2\sqrt{4}}{6} \Rightarrow \frac{13-2\sqrt{3}}{6} > 1,5$ (1)

Lại có $(1,5)^2 = 2,25; (\sqrt{2})^2 = 2 \Rightarrow 1,5 > \sqrt{2}$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\frac{13-2\sqrt{3}}{6} > \sqrt{2}$.

Bài 7: So sánh.

a) 2 và $\sqrt{2} + 1$;

Ta có $2 = 1 + 1 = \sqrt{1} + 1$.

Vì $1 < 2 \Rightarrow \sqrt{1} < \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{1} + 1 < \sqrt{2} + 1$. Vậy $2 < \sqrt{2} + 1$.

b) 1 và $\sqrt{3} - 1$;

Ta có $1 = 2 - 1 = \sqrt{4} - 1$

Vì $4 > 3 \Rightarrow \sqrt{4} > \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{4} - 1 > \sqrt{3} - 1$. Vậy $1 > \sqrt{3} - 1$.

c) $2\sqrt{31}$ và 10 ;

Ta có $10 = 2.5 = 2.\sqrt{25}$

Vì $31 > 25 \Rightarrow \sqrt{31} > \sqrt{25} \Rightarrow 2\sqrt{31} > 2.\sqrt{25}$. Vậy $2\sqrt{31} > 10$.

d) $-3\sqrt{11}$ và -12 .

Ta có $-12 = -3.4 = -3.\sqrt{16}$

Vì $11 < 16 \Rightarrow \sqrt{11} < \sqrt{16} \Rightarrow -3\sqrt{11} > -3.\sqrt{16}$. Vậy $-3\sqrt{11} > -12$.

Bài 8: So sánh.

a) $\sqrt{17} + \sqrt{26}$ và 9 ;

Ta có $9 = 4 + 5 = \sqrt{16} + \sqrt{25}$

$$\text{Vì } 17 > 16 \Rightarrow \sqrt{17} > \sqrt{16}; \quad 26 > 25 \Rightarrow \sqrt{26} > \sqrt{25}$$

$$\text{Suy ra } \sqrt{17} + \sqrt{26} > \sqrt{16} + \sqrt{25} \text{ . Vậy } \sqrt{17} + \sqrt{26} > 9 \text{ .}$$

$$\text{b) } \sqrt{48} \text{ và } 13 - \sqrt{35} \text{ ;}$$

$$\text{Ta có } 36 > 35 \Rightarrow \sqrt{36} > \sqrt{35} \Rightarrow 6 > \sqrt{35} \Rightarrow 13 - 6 < 13 - \sqrt{35} \Rightarrow 7 < 13 - \sqrt{35} \Rightarrow \sqrt{49} < 13 - \sqrt{35} \text{ .}$$

$$\text{Mà } \sqrt{48} < \sqrt{49} \Rightarrow \sqrt{48} < 13 - \sqrt{35} \text{ . Vậy } \sqrt{48} < 13 - \sqrt{35} \text{ .}$$

$$\text{c) } \sqrt{31} - \sqrt{19} \text{ và } 6 - \sqrt{17} \text{ ;}$$

$$\text{Ta có } 6 - \sqrt{17} = \sqrt{36} - \sqrt{17}$$

$$\text{Vì } 31 < 36 \Rightarrow \sqrt{31} < \sqrt{36} \Rightarrow \sqrt{31} < 6 \text{ (1)}$$

$$\text{Lại có } 19 > 17 \Rightarrow \sqrt{19} > \sqrt{17} \text{ (2)}$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \sqrt{31} - \sqrt{19} < 6 - \sqrt{17} \text{ .}$$

$$\text{d) } 9 - \sqrt{58} \text{ và } \sqrt{80} - \sqrt{59} \text{ ;}$$

$$\text{Ta có } 9 - \sqrt{58} = \sqrt{81} - \sqrt{58}$$

$$\text{Vì } 81 > 80 \Rightarrow \sqrt{81} > \sqrt{80} \text{ (1)}$$

$$\text{Lại có } 58 < 59 \Rightarrow \sqrt{58} < \sqrt{59} \text{ (2)}$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \sqrt{81} - \sqrt{58} > \sqrt{80} - \sqrt{59} \text{ . Vậy } 9 - \sqrt{58} > \sqrt{80} - \sqrt{59} \text{ .}$$

$$\text{e) } \sqrt{5} + \sqrt{10} + 1 \text{ và } \sqrt{35} \text{ ;}$$

$$\text{Ta có } 5 > 4 \Rightarrow \sqrt{5} > \sqrt{4} \Rightarrow \sqrt{5} > 2 \text{ ; } 10 > 9 \Rightarrow \sqrt{10} > \sqrt{9} \Rightarrow \sqrt{10} > 3$$

$$\text{Suy ra } \sqrt{5} + \sqrt{10} > 2 + 3 \Rightarrow \sqrt{5} + \sqrt{10} + 1 > 2 + 3 + 1 \Rightarrow \sqrt{5} + \sqrt{10} + 1 > 6 \text{ (1)}$$

$$\text{Mà } 36 > 35 \Rightarrow \sqrt{36} > \sqrt{35} \Rightarrow 6 > \sqrt{35} \text{ (2).}$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \sqrt{5} + \sqrt{10} + 1 > \sqrt{35} \text{ . Vậy } \sqrt{5} + \sqrt{10} + 1 > \sqrt{35} \text{ .}$$

DẠNG 4: TÌM X, GIẢI PHƯƠNG TRÌNH.

Bài 9: Tìm x không âm, biết.

$$\text{a) } \sqrt{x} = 15 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = 15^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 225$$

Vậy $x = 225$ là giá trị cần tìm.

$$b) \quad 2\sqrt{x} = 14 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 7 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = 7^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 49$$

Vậy $x = 49$ là giá trị cần tìm.

$$c) \quad \sqrt{x} - 1 = 3 \Leftrightarrow \sqrt{x} = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = 4^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 16$$

Vậy $x = 16$ là giá trị cần tìm.

$$d) \quad \sqrt{x} < \sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x < 2$$

Vậy $0 \leq x < 2$ là giá trị cần tìm.

$$e) \quad \sqrt{2x} < 4 \Leftrightarrow \sqrt{2x} < \sqrt{16} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2x < 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x < 8 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq x < 8$$

Vậy $0 \leq x < 8$ là giá trị cần tìm.

Bài 10: Giải phương trình.

$$a) \quad \sqrt{x^2 - x + 1} = 1 \Leftrightarrow x^2 - x + 1 = 1^2 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow x(x - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{0; 1\}$.

$$b) \quad \sqrt{x^2 + x + 1} = 1 \Leftrightarrow x^2 + x + 1 = 1^2 \Leftrightarrow x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{0; -1\}$.

$$c) \quad \sqrt{x^2 + 1} = 2 \Leftrightarrow x^2 + 1 = 2^2 \Leftrightarrow x^2 = 3 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$.

$$d) \quad \sqrt{(x + 5)^2} = 0 \Leftrightarrow (x + 5)^2 = 0 \Leftrightarrow x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = -5$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-5\}$.

$$e) \quad \sqrt{x^2 + 2} = -3$$

Vế trái $\sqrt{x^2 + 2} > 0$ với mọi x ; vế phải bằng -3 . Vậy phương trình vô nghiệm.

$$f) \quad \sqrt{x^2 + 5x + 20} = 4 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 20 = 4^2 \Leftrightarrow x^2 + 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x + 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -4 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S = \{-1; -4\}$.

DẠNG 5. CHỨNG MINH.

Bài 11: Cho số m dương. Chứng minh :

a) Nếu $m > 1$ thì $\sqrt{m} > 1$;

Ta có $m > 1 \Rightarrow \sqrt{m} > \sqrt{1} \Rightarrow \sqrt{m} > 1$. Vậy nếu $m > 1$ thì $\sqrt{m} > 1$.

b) Nếu $m < 1$ thì $\sqrt{m} < 1$.

Ta có $m < 1 \Rightarrow \sqrt{m} < \sqrt{1} \Rightarrow \sqrt{m} < 1$. Vậy nếu $m < 1$ thì $\sqrt{m} < 1$.

Bài 12: Cho số m dương. Chứng minh :

a) Nếu $m > 1$ thì $m > \sqrt{m}$;

Ta có $m > 1 \Rightarrow \sqrt{m} > \sqrt{1} \Rightarrow \sqrt{m} > 1 \Rightarrow (\sqrt{m})^2 > \sqrt{m} \Rightarrow m > \sqrt{m}$. Vậy nếu $m > 1$ thì $m > \sqrt{m}$.

b) Nếu $m < 1$ thì $m < \sqrt{m}$.

Ta có $m < 1 \Rightarrow \sqrt{m} < \sqrt{1} \Rightarrow \sqrt{m} < 1 \Rightarrow (\sqrt{m})^2 < \sqrt{m} \Rightarrow m < \sqrt{m}$. Vậy nếu $m < 1$ thì $m < \sqrt{m}$.