

Теорія електричних кіл (осінній семестр)
Практичне заняття №3
Розрахунок параметрів довгої лінії та коаксіального кабелю

Задача 1

Дано: радіотехнічна двопровідна повітряна лінія має хвильовий опір 500 Ом, погонний активний опір провідників на робочій частоті становить 2,4 Ом/км, провідністю витoku повітряної ізоляції можна знехтувати, коефіцієнт фази становить 0,08 рад/км.

Знайти:

- 1) коефіцієнт згасання лінії з малими втратами (в Нп/км);
- 2) комплексну сталу поширення;
- 3) комплексну сталу поширення в показовій формі.

Рішення:

- 1) обчислити коефіцієнт згасання лінії з малими втратами (в Нп/км);

Питання 1

Чому дорівнює коефіцієнт згасання лінії з малими втратами?

1) $\alpha \approx 2r_1 Z_0$;

2) $\alpha \approx \frac{r_1}{2Z_0}$;

3) $\alpha \approx \frac{2r_1}{Z_0}$.

$$\alpha \approx \frac{r_1}{2Z_0} = \frac{2,4}{2 \cdot 500} = 0,0024 \text{ Нп/км.}$$

- 2) записати комплексну сталу поширення;
Згідно з визначенням, комплексна стала поширення дорівнює:

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

Питання 2

Чому дорівнює комплексна стала поширення заданої лінії з малими втратами?

1) $\gamma = 0,0024 + j0,08$;

2) $\gamma = 0,08 + j0,0024$;

3) $\gamma = 0,0024$.

Підставивши обчислене та задане, отримаємо:

$$\gamma = \alpha + j\beta = 0,0024 + j0,08 \text{ 1/км}$$

3) представити комплексну сталу поширення в показовій формі.

Питання 3

Чому дорівнює комплексна стала поширення заданої лінії з малими втратами в показовій формі?

1) $\dot{\gamma} = 0,08e^{j33^\circ}$;

2) $\dot{\gamma} = 0,08$;

3) $\dot{\gamma} = 0,08e^{j88^\circ}$.

$$|\dot{\gamma}| = \sqrt{0,0024^2 + 0,08^2} = \sqrt{5,76 \cdot 10^{-6} + 6400 \cdot 10^{-6}} = \sqrt{6405,76} \cdot 10^{-3} = 80,036 \cdot 10^{-3} \approx 0,08$$

$$\varphi_{\dot{\gamma}} = \arctg\left(\frac{0,08}{0,0024}\right) = \arctg(33,33) \approx 88^\circ \approx 1,5 \text{ рад}$$

$$\dot{\gamma} = 0,08e^{j88^\circ} \text{ 1/км}$$

Відповідь: коефіцієнт згасання лінії дорівнює 0,0024 Нп/км, комплексна стала поширення заданої лінії дорівнює $\dot{\gamma} = 0,08 + j0,0024$ або в показовій формі $\dot{\gamma} = 0,08e^{j88^\circ}$ 1/км.

Задача 2

Дано: двопровідна повітряна лінія зв'язку утворена паралельними мідними провідниками радіусом 1,5 мм, відстань між осями провідників становить 30 см. На робочій частоті лінії погонний активний опір провідників становить 3 Ом/км, а провідністю витoku ізоляції можна знехтувати. Кутова частота генератора $2 \cdot \pi \cdot 10^7$ рад/с.

Знайти:

- 1) хвильовий опір лінії;
- 2) погонні параметри лінії;
- 3) коефіцієнт згасання;
- 4) коефіцієнт фази та фазову швидкість поширення хвилі.

Рішення:

- 1) хвильовий опір лінії;

Питання 4

Чому дорівнює хвильовий опір двопровідної повітряної довгої лінії?

1) $Z_0 = 120 \ln \frac{a}{d} = 276 \lg \frac{a}{d}$;

$$2) Z_0 = 120 \ln \frac{d}{a} = 276 \lg \frac{d}{a} ;$$

$$3) Z_0 = 276 \ln \frac{d}{a} = 120 \lg \frac{d}{a} .$$

Хвильовий опір двопровідної повітряної довгої лінії

$$Z_0 = 120 \ln \frac{d}{a} = 276 \lg \frac{d}{a}$$

$$Z_0 = 120 \ln \left(\frac{300}{1,5} \right) = 120 \ln(200) = 120 \cdot 5,3 = 636 \quad \text{Ом}$$

2) погонні параметри лінії;

Погонні параметри двопровідної повітряної довгої лінії:

$$C_1 = \frac{\pi \varepsilon}{\ln \left(\frac{d}{2a} + \sqrt{\frac{d^2}{4a^2} - 1} \right)} \approx \frac{\pi \varepsilon}{\ln \left(\frac{d}{a} \right)}$$

$$L_1 = \frac{\mu}{\pi} \ln \left(\frac{d}{2a} + \sqrt{\frac{d^2}{4a^2} - 1} \right) \approx \frac{\mu}{\pi} \ln \left(\frac{d}{a} \right) .$$

Питання 5

Чому дорівнює погонна ємність заданої двопровідної повітряної довгої лінії?

1) 5,24 пФ/м;

2) 5,24 фФ/м;

3) 27,789 пФ/м.

$$C_1 = \frac{\pi \varepsilon}{\ln \left(\frac{d}{2a} + \sqrt{\frac{d^2}{4a^2} - 1} \right)}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 = \frac{\Phi}{36\pi} 10^{-9} \left[- \right]$$

$$C_1 = \frac{\pi \cdot \varepsilon}{\ln \left(\frac{d}{a} \right)} = \frac{\pi \cdot \frac{1}{36 \cdot \pi} \cdot 10^{-9}}{\ln \left(\frac{300}{1,5} \right)} = \frac{0,0277 \cdot 10^{-9}}{\ln(200)} = \frac{0,0277 \cdot 10^{-9}}{5,3} = 0,0052 \cdot 10^{-9} = 5,2 \cdot 10^{-12}$$

$$C_1 = 5,2 \text{ пФ/м}$$

$$L_1 = \frac{\mu}{\pi} \ln \left(\frac{d}{2a} + \sqrt{\frac{d^2}{4a^2} - 1} \right) \approx \frac{\mu}{\pi} \ln \left(\frac{d}{a} \right)$$

$$\mu = \mu_0 = 4\pi 10^{-7} \left[\frac{\text{Гн}}{\text{м}} \right]$$

$$L_1 = \frac{\mu}{\pi} \ln \left(\frac{d}{a} \right) = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}}{\pi} \ln \left(\frac{300}{1,5} \right) = 4 \cdot 10^{-7} \cdot \ln(200) = 4 \cdot 10^{-7} \cdot 5,298 =$$

$$= 21,192 \cdot 10^{-7} = 2,12 \cdot 10^{-6} = 2,12 \text{ мкГн/м}$$

Перевіримо хвильовий опір через L і C:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = \sqrt{\frac{2,12 \cdot 10^{-6}}{5,2 \cdot 10^{-12}}} = \sqrt{0,407 \cdot 10^6} = 0,638 \cdot 10^3 = 638 \text{ Ом}$$

3) коефіцієнт згасання;

Питання 6

Як визначити коефіцієнт згасання двопровідної повітряної довгої лінії?

$$1) \alpha = \frac{2Z_0}{r_1} ;$$

$$2) \alpha = \frac{r_1}{2Z_0} ;$$

$$3) \alpha = 2Z_0 \cdot r_1 .$$

$$\alpha = \frac{r_1}{2Z_0} = \frac{3}{2 \cdot 636} = \frac{3}{1272} = 0,00234 \text{ Нп/км}$$

4) коефіцієнт фази та фазову швидкість поширення хвилі.

$$\beta = \omega \cdot \sqrt{L_1 \cdot C_1} = 2 \cdot \pi \cdot 10^7 \cdot \sqrt{2,12 \cdot 10^{-6} \cdot 5,2 \cdot 10^{-12}} =$$

$$= 6,28 \cdot 10^7 \cdot \sqrt{11,024 \cdot 10^{-18}} = 6,28 \cdot 10^7 \cdot 3,32 \cdot 10^{-9} = 20,8 \cdot 10^{-2} = 0,208 \text{ рад/м}$$

$$\vartheta = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{2,12 \cdot 10^{-6} \cdot 5,2 \cdot 10^{-12}}} = \frac{1}{\sqrt{11,024 \cdot 10^{-18}}} = \frac{10^9}{3,32} = 0,3 \cdot 10^9 = 3 \cdot 10^8$$

м/с $\approx 300\,000$ км/с (швидкість світла у повітрі).

Відповідь: хвильовий опір лінії дорівнює 636 Ом, погонні параметри лінії $C_1 = 5,2$ пФ/м, $L_1 = 2,12$ мкГн/м, коефіцієнт згасання $\alpha = 0,00234$ Нп/км, коефіцієнт фази $\beta = 0,208$ рад/м, фазова швидкість $\vartheta = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Задача 3

Дано: високочастотний коаксіальний кабель, який має внутрішній провідник радіусом 0,5 мм та зовнішній екран із внутрішнім радіусом 3,5 мм, простір між ними заповнений діелектриком (поліетиленом) з відносною діелектричною проникністю 2,25, погонні втрати становлять 15 Ом/км на частоті 10 МГц, провідність витoku $2,5 \cdot 10^{-8}$ См/км (або $2,5 \cdot 10^{-11}$ См/м).

Завдання:

- 1) перевірити виконання умови лінії з малими втратами на частоті 10 МГц;
- 2) обчислити погонну ємність, індуктивність та хвильовий опір кабелю;
- 3) визначити коефіцієнт згасання, спричинений як втратами в металі, так і витокom в діелектрику;
- 4) обчислити фазову швидкість хвилі в кабелі.

Рішення:

- 1) перевірити виконання умови лінії з малими втратами на частоті 10 МГц.

Питання 7

При виконанні яких умов пристрій можна вважати пристроєм з малими втратами?

- 1) $\omega L_1 \gg r_1$, $\omega C_1 \gg g_1$;
- 2) $\omega L_1 \gg r_1$, $\omega C_1 \gg g_1$;
- 3) $\omega L_1 \approx r_1$, $\omega C_1 \approx g_1$.

Пристрій з розподіленими параметрами можна вважати пристроєм з малими втратами при виконання умов: $\omega L_1 \gg r_1$ та $\omega C_1 \gg g_1$.

Робоча кутова частота

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot 10^6 = 6,28 \cdot 10^7 \text{ рад/с.}$$

Обчислимо погонну ємність та індуктивність коаксіального кабелю

Питання 8

Як визначити погонну ємність та погонну індуктивність коаксіального кабелю?

1) $C_1 = \frac{2\pi\epsilon}{\ln(a/b)}, L_1 = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{a}{b};$

2) $C_1 = \frac{2\pi\epsilon}{\ln(b/a)}, L_1 = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a};$

3) $C_1 = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a}, L_1 = \frac{2\pi\epsilon}{\ln(b/a)}.$

$$C_1 = \frac{2\pi\epsilon}{\ln(b/a)}$$

$$\epsilon = \epsilon_r \cdot \epsilon_0 = 2,25 \cdot \frac{1}{36 \cdot \pi} \cdot 10^{-9} = 2,25 \cdot \frac{1}{113,04} \cdot 10^{-9} = 2,25 \cdot 0,0088 \cdot 10^{-9}$$

$$= 0,0198 \cdot 10^{-9} \text{ Ф/м}$$

$$C_1 = \frac{2\pi\epsilon}{\ln(b/a)} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 0,0198 \cdot 10^{-9}}{\ln(3,5/0,5)} = \frac{6,28 \cdot 0,0198 \cdot 10^{-9}}{\ln(7)} = \frac{0,124 \cdot 10^{-9}}{1,95} =$$

$$= 0,0636 \cdot 10^{-9} = 63,6 \cdot 10^{-12} = 63,6 \text{ пФ/м}$$

$$L_1 = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a}, \mu = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$$

Питання 9

Яке значення має погонна індуктивність заданого коаксіального кабелю?

1) 0,39 мкГн/м;

2) 39 мГн/м;

3) 3,9 мкГн/м.

$$L_1 = \frac{\mu}{2\pi} \ln \frac{b}{a} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}}{2\pi} \ln \frac{3,5}{0,5} = 2 \cdot 10^{-7} \ln(7) = 2 \cdot 1,95 \cdot 10^{-7} = 3,9 \cdot 10^{-7} = 0,39$$

мкГн/м.

$$\omega L_1 \ll r_1 \text{ та } \omega C_1 \gg g_1.$$

Тепер обчислимо реактивні погонні опори на частоті 10 МГц ($\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$)

$$\omega \cdot L_1 = 2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 10^6 \cdot 0,39 \cdot 10^{-6} = 24,492 \text{ Ом/м (24492 Ом/км)}$$

$$\omega \cdot C_1 = 2 \cdot \pi \cdot 10 \cdot 10^6 \cdot 63,6 \cdot 10^{-12} = 3994,08 \cdot 10^{-6} = 0,004 \text{ См/м (4 См/км)}$$

Питання 10

Чи можна заданий пристрій вважати пристроєм з малими втратами?

1) так;

2) ні;

3) неможливо визначити.

Порівнюємо з активними параметрами R та G

$r_1 = 15 \text{ Ом/км} \ll \omega \cdot L_1 = 24492 \text{ Ом/км}$, (умова виконується з величезним запасом).

$g_1 = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ См/км} \ll \omega \cdot C_1 = 4 \text{ См/км}$, (умова виконується з величезним запасом).

Висновок: кабель працює у режимі малих втрат.

Хвильовий опір кабелю

$$Z_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln \frac{b}{a} \quad \text{або} \quad Z_0 = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}$$

$$Z_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \ln \frac{b}{a} = \frac{1}{6,28} \sqrt{\frac{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}}{0,0198 \cdot 10^{-9}}} \ln \frac{3,5}{0,5} = 0,159 \sqrt{634,34 \cdot 10^2} \cdot 1,95 =$$

$$= 0,159 \cdot 252 \cdot 1,95 = 78,13 \text{ Ом}$$

Альтернативний розрахунок

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} = \sqrt{\frac{0,39 \cdot 10^{-6}}{63,6 \cdot 10^{-12}}} = \sqrt{0,00613 \cdot 10^6} = \sqrt{6130} = 78 \text{ Ом}$$

Ми отримали класичний коаксіальний телевізійний кабель з хвильовим опором 75-78 Ом.

3) визначити коефіцієнт згасання, спричинений як втратами в металі, так і витоком в діелектрику;

Визначимо коефіцієнт згасання, який складається з металевого згасання та діелектричного згасання

$$\alpha = \frac{r_1}{2Z_0} + \frac{g_1 \cdot Z_0}{2} = \frac{15}{2 \cdot 78} + \frac{2,5 \cdot 10^{-8} \cdot 78}{2} = \frac{15}{156} + \frac{195 \cdot 10^{-8}}{2} = 0,096 + 97,5 \cdot 10^{-8} \approx 0,096$$

Нп/км

Очевидно, що втрати в діелектрику є мізерними на частоті 10 МГц у порівнянні з втратами в мідних провідниках.

4) обчислити фазову швидкість хвилі в кабелі.

Обчислимо фазову швидкість хвилі в кабелі

$$g = \frac{1}{\sqrt{L_1 \cdot C_1}} = \frac{1}{\sqrt{0,39 \cdot 10^{-6} \cdot 63,3 \cdot 10^{-12}}} = \frac{1}{\sqrt{24,687 \cdot 10^{-18}}} = \frac{10^9}{4,97} = 0,2 \cdot 10^9 = 2 \cdot 10^8$$

м/с

Альтернативний розрахунок

$$g = \sqrt{\frac{1}{\epsilon \mu}} = \sqrt{\frac{1}{2,25 \cdot \frac{1}{36 \cdot \pi} \cdot 10^{-9} \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}}} = \sqrt{\frac{1}{0,25 \cdot 10^{-16}}} = \frac{10^8}{\sqrt{0,25}} = \frac{10^8}{0,5} = 2 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$

Зверніть увагу, що у коаксіальному кабелі з діелектричним заповненням фазова швидкість менша, ніж у повітряній лінії, у $\sqrt{\epsilon_r}$ разів

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}} = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{2,25}} = \frac{3 \cdot 10^8}{1,5} = 2 \cdot 10^8 \text{ м/с}$$