

Ce problème étudie deux dispositifs thermodynamiques destinés à produire du travail. Les parties A et B étudient certains éléments des dispositifs pris séparément. Les parties C et D analysent le fonctionnement global des dispositifs. Pour simplifier, les gaz seront considérés comme parfaits avec une capacité calorifique à pression constante C_p indépendante de la température et de la pression. On notera γ le rapport des capacités calorifiques à pression et à volume constants

$\gamma = \frac{C_p}{C_v}$, γ sera supposé lui aussi indépendant de la température et de la pression et sera pris numériquement égal à 1,38.

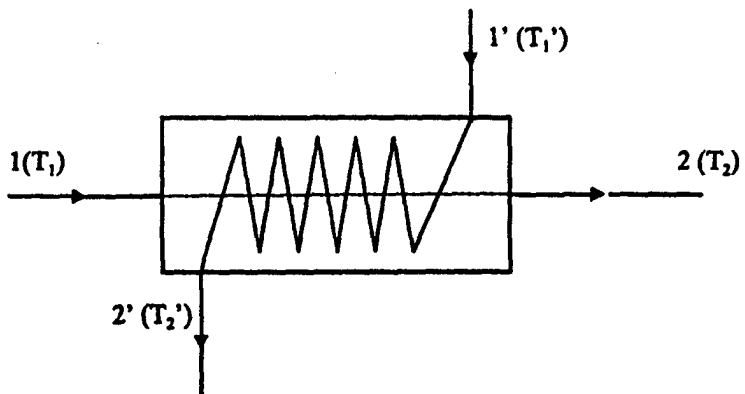
A. Etude d'un compresseur.

Un compresseur est un appareil supposé adiabatique prenant du gaz à une pression P_1 et le comprimant à une pression P_2 en lui fournissant un travail W_k . Le compresseur est supposé travailler en régime continu, le débit du gaz rentrant dans le compresseur est égal au débit du gaz sortant. La température d'entrée sera notée T_1 , la température de sortie T_2 .

1. Rappeler l'énoncé du second principe de la thermodynamique et en déduire qu'au cours d'une transformation adiabatique et réversible d'un système l'entropie se conserve.
2. Montrer que pour un gaz parfait l'entropie S peut se mettre (à une constante près) sous la forme $S = C_p \ln T - nR \ln P$, R étant la constante des gaz parfaits ($R = 8,31$ SI), n le nombre de moles de gaz considéré, T la température absolue en degrés Kelvin et P la pression.
3. Déduire de la question précédente et de la relation de Mayer que lors d'une transformation adiabatique réversible d'un gaz parfait la grandeur $T^\gamma P^{1-\gamma}$ se conserve.
4. a. On effectue une compression adiabatique réversible amenant un gaz parfait de l'état (P_1, T_1) à l'état (P_2, T_2) . Exprimer T_2 en fonction de T_1 , γ , P_2 et P_1 .
b. Applications numériques : calculer T_2 si $T_1 = 293$ K dans les deux cas suivants :

$$\begin{array}{cc} \frac{P_2}{P_1} = 4,00 & \frac{P_2}{P_1} = 2,00 \\ * & * \end{array}$$
5. Quel est alors le travail transféré en régime permanent par le compresseur à une mole de gaz au cours de la compression ?

B. Etude d'un échangeur de chaleur à deux flux de gaz.



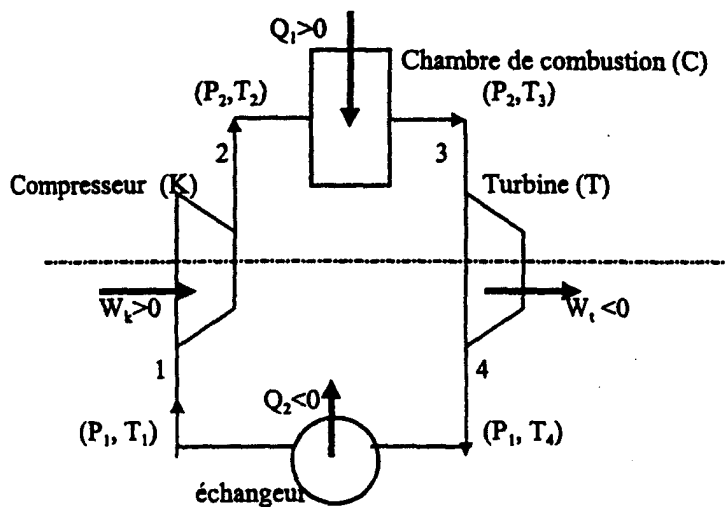
Dans ce dispositif un flux de gaz de débit D rentre au niveau 1 avec une température T_1 et une pression P_1 dans l'échangeur et ressort au niveau 2 avec une température T_2 et la même pression

P_1 . Dans le même temps, le même gaz rentre dans l'échangeur avec le même débit D au niveau 1' avec une température T_1' et une pression P_1' et ressort au niveau 2' avec une température T_2' et la même pression P_1' . Les deux gaz sont en contact thermique étroit entre eux dans l'échangeur sans pour autant se mélanger. L'échangeur est calorifugé de manière à ce que toute la chaleur perdue par l'un des gaz soit gagnée par l'autre.

1. Trouver la relation liant T_1' , T_2' , T_1 et T_2 .
2. On suppose que l'échange est suffisamment bon pour que $T_2 = T_1'$. Que peut-on dire alors de T_1 et T_2' ?

C. Etude du premier dispositif.

On se propose d'étudier un dispositif de turbine à gaz à combustion. Le principe du dispositif est donné sur la figure :



L'air, pris à la pression $P_1 = 1$ bar et à la température $T_1 = 293$ K, rentre dans le compresseur (K) où il reçoit un travail W_k en subissant une compression adiabatique réversible jusqu'à la pression $P_2 = 4$ bars et la température T_2 . Il rentre ensuite dans la chambre de combustion (C), dans laquelle il reçoit de façon isobare une quantité de chaleur Q_1 . Il ressort de la chambre de combustion à la température $T_3 = 923$ K. Il est ensuite envoyé dans une turbine où il subit une détente adiabatique réversible qui le ramène à la pression P_1 et à la température T_4 en fournissant à la turbine le travail W_t . En sortant de la turbine, il est ramené à la température T_1 en échangeant de façon isobare une quantité de chaleur Q_2 avec l'extérieur dans un échangeur et le cycle recommence.

1. Tracer les évolutions du gaz au cours de son cycle dans le diagramme de Clapeyron (P, V) : V en abscisses et P en ordonnées. On donnera clairement l'équation des courbes tracées dans ce diagramme.
2. Tracer les évolutions du gaz au cours du cycle dans le diagramme entropique (T, S) : S en abscisses et T en ordonnées. On montrera au préalable qu'une isobare est représentée dans le diagramme (T, S) par une exponentielle croissante.
3. Calcul du rendement.

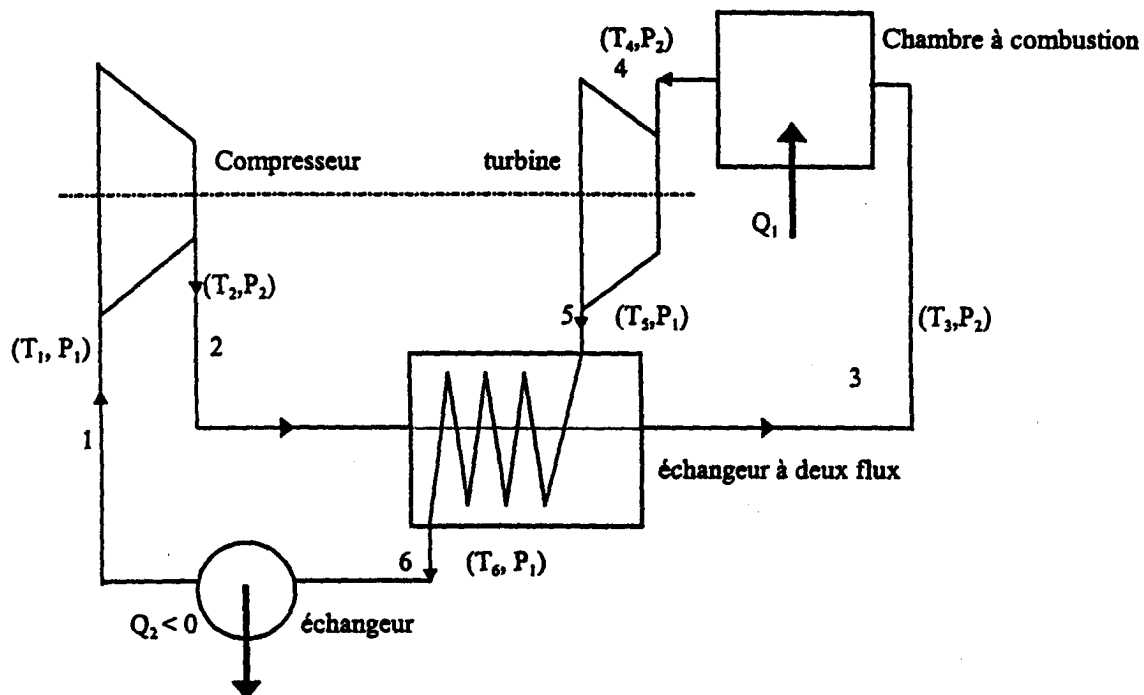
$$\eta = - \frac{W_t + W_k}{Q_1}$$

a. Le rendement du cycle est défini par . Justifier cette définition.

- b. Exprimer ce rendement en fonction de Q_1 et Q_2 uniquement.
- c. Exprimer ensuite ce rendement en fonction de T_1 , T_2 , T_3 et T_4 uniquement.
- d. En utilisant la partie A, donner les valeurs numériques de T_2 , T_4 et de η .
- e. Exprimer ensuite le rendement en fonction de P_1 , P_2 et γ . Vérifier que l'on retrouve bien numériquement la même valeur pour η que dans la question précédente.

D. Etude du deuxième dispositif.

Dans ce dispositif, on procède à un échange de chaleur entre le gaz sortant du compresseur et le gaz sortant de la turbine comme décrit dans la partie B. Le schéma de l'installation est alors le suivant :



On a $P_2 = 4$ bars, $T_4 = 923$ K et l'échangeur à deux flux est supposé parfait, c'est-à-dire qu'il fonctionne dans les conditions de la question B. 2.

1. Tracer les évolutions du gaz dans le diagramme de Clapeyron (P, V) en positionnant bien tous les points (1, 2, 3, 4, 5 et 6) du cycle notamment les entrées et sorties dans l'échangeur à deux flux.
2. Tracer les évolutions du gaz dans le diagramme entropique (T, S) en positionnant bien tous les points du cycle notamment, les entrées et sorties dans l'échangeur à deux flux.
3. Définir le rendement de l'installation et l'exprimer uniquement en fonction des quantités de chaleur mises en jeu.
4. Déterminer ensuite ce rendement uniquement en fonction des diverses températures du cycle.
5. Calculer numériquement ce rendement. Conclure et interpréter.