

Дисциплина: ОПЦ.02 Статистика

Занятие № 3

Группа БУ 2/1-11/24

Дата: 01.12.2025

Тип занятия: комбинированное занятие

Преподаватель: Бережная В.А.

По теме: Динамика показателей, индексный анализ и выборочные оценки

План:

1. Ряды динамики и ряды распределения
2. Выборочное наблюдение

Теория

1. Ряды динамики и ряды распределения

1.1. Ряды динамики: понятие и классификация, показатели уровней

Процесс развития, движения социально-экономических явлений во времени в статистике принято называть динамикой. Для отображения динамики строят ряды динамики (хронологические, временные), которые представляют собой ряды изменяющихся во времени значений статистического показателя, расположенных в хронологическом порядке.

Составными элементами ряда динамики являются показатели уровней ряда и показатели времени (годы, кварталы, месяцы, сутки) или моменты (даты) времени. Уровни ряда обычно обозначаются через «у», моменты или периоды времени, к которым относятся - через «t».

Существуют различные виды рядов динамики, которые классифицируют по следующим признакам:

1. В зависимости от способа выражения уровней ряды динамики подразделяются на ряды абсолютных, относительных и средних величин.

2. В зависимости от того выражают уровни ряда состояние явления на определенные моменты времени (на начало месяца, квартала, года и т.п.) или его величину за определенные интервалы времени (например, за сутки, месяц, год и т.п.), различают соответственно моментные и интервальные ряды динамики.

3. В зависимости от расстояния между уровнями, ряды динамики подразделяются на ряды с равноотстоящими уровнями и неравноотстоящими уровнями во времени. Ряды динамики следующих друг за другом периодов или следующих через определенные промежутки дат называется равноотстоящими. Если же в рядах даются прерывающиеся периоды или неравномерные промежутки между датами, то ряды называются неравноотстоящими.

4. В зависимости от наличия основной тенденции изучаемого процесса ряды динамики подразделяются на стационарные и нестационарные. Если математическое ожидание значения признака и дисперсия (основные характеристики случайного процесса) – постоянны, не зависят от времени, то процесс считается стационарным, и ряды динамики также называются стационарными. Экономические процессы во времени обычно не являются стационарными, т.к. содержат основную тенденцию развития, но их можно преобразовать в стационарные путем исключения тенденций.

Анализ скорости и интенсивности развития явления во времени осуществляется с помощью статистических показателей, возникающих в результате сравнения уровней между собой. Принято сравниваемый уровень называть отчетным, а уровень, с которым происходит сравнение – *базисным*.

Абсолютный прирост (Δy) характеризует размер увеличения (или уменьшения) уровня ряда за определенный промежуток времени. Он равен разности двух сравниваемых уровней и выражает абсолютную скорость роста: $\Delta y = y_i - y_{i-k}$ ($i=1,2,3,\dots,n$). Если $k=1$, то уровень y_{i-1} является предыдущим для данного уровня, а абсолютные приросты изменения уровня будут цепными. Если же k постоянны для данного ряда, то абсолютные приросты будут базисными.

Показатель интенсивности изменения уровня ряда – в зависимости от того, выражается ли он в виде коэффициента или в процентах, принято называть коэффициентом роста (темпом роста). **Темп роста (t)** показывает во сколько раз данный уровень ряда больше базисного уровня (если этот коэффициент больше единицы) или какую часть базисного уровня составляет уровень текущего периода за некоторый промежуток времени (если он меньше единицы): $t = y_i / y_{i-1}$ или $t = y_i / y_1$

Темпа прироста (Δt), характеризует относительную скорость изменения уровня ряда в единицу времени. Темп прироста показывает, на какую долю (или процент) уровень данного периода или момента времени больше (или меньше) базисного уровня. Находят темп прироста как отношение абсолютного прироста к уровню ряда, принятого за базу: $\Delta t = \Delta y / y_{i-1}$ или $\Delta t = \Delta y / y_1$ или $\Delta t = t - 1$ ($\Delta t = t - 100\%$). Если темп роста всегда положительное число, то темп прироста может быть положительным, отрицательным и равным нулю.

В статистической практике часто вместо расчета и анализа темпов роста и прироста рассматривают абсолютное **значение одного процента прироста (A)**. Оно представляет собой одну сотую часть базисного уровня и в то же время – отношение абсолютного прироста к соответствующему темпу прироста:

$$A = \Delta y / (\Delta t \cdot 100) = y_{i-1} / 100$$

Средний уровень ряда динамики рассчитывается по средней хронологической. **Средней хронологической** называется средняя, исчисленная из значений, изменяющихся во времени. Такие средние обобщают хронологическую вариацию. В хронологической средней отражается совокупность тех условий, в которых развивалось изучаемое явление в данном промежутке времени. Формулы для вычисления средних показателей ряда динамики представлены в таблице.

Показатель	Обозначение и формула
Средний уровень интервального ряда динамики	$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}; \bar{y} = \frac{\sum y_i T}{\sum T}$
Средний уровень моментного ряда динамики	$\bar{y} = \frac{1/2 \cdot y_1 + y_2 + \dots + 1/2 \cdot y_n}{n-1}$
Средний абсолютный прирост за весь период	$\bar{\Delta y} = \frac{\sum \Delta y}{n-1} = \frac{y_n - y_1}{n-1}$
Средний темп роста	$\bar{t} = \sqrt[n-1]{\frac{y_n}{y_1}}; \bar{t} = \sqrt[n-1]{t_1 \times t_2 \times \dots \times t_n}$

Средний темп прироста

$$\overline{\Delta_t} = \frac{\overline{\Delta y}}{y}; \quad \overline{\Delta_t} = \bar{t} - 1$$

1.2. Ряды распределения. Графическое изображение

Результаты группировки собранных статистических данных, как правило, представляются в виде рядов распределения. Ряд распределения – это упорядоченное распределение единиц совокупности на группы по изучаемому признаку.

Ряды распределения делятся на атрибутивные и вариационные, в зависимости от признака, положенного в основу группировки. Если признак качественный, то ряд распределения называется атрибутивным. Примером атрибутивного ряда является распределение предприятий и организаций по формам собственности.

Если признак, по которому строится ряд распределения, количественный, то ряд называется вариационным.

Вариационный ряд распределения всегда состоит из двух частей: вариант и соответствующих им частот (или частостей). Вариантом называется значение, которое может принимать признак у единиц совокупности, частотой – количество единиц наблюдения, обладающих данным значением признака. Сумма частот всегда равна объему совокупности. Иногда вместо частот рассчитывают частости – это частоты, выраженные либо в долях единицы (тогда сумма всех частостей равна 1), либо в процентах к объему совокупности (сумма частостей будет равна 100%).

Вариационные ряды бывают дискретными и интервальными. У дискретных рядов варианты выражены конкретными числами, чаще всего целыми.

Если признак принимает ограниченное число значений, обычно не больше 10, строят дискретные ряды распределения. Если вариант больше, то дискретный ряд теряет свою наглядность; в этом случае целесообразно использовать интервальную форму вариационного ряда. При непрерывной вариации признака, когда его значения в определенных пределах отличаются друг от друга на сколь угодно малую величину, также строят интервальный ряд распределения.

1. В случае интервальных рядов с равными интервалами значение моды можно получить в следующем виде

$$M_0 = x_0 + k \cdot \frac{n_i - n_{i-1}}{(n_i - n_{i-1}) + (n_i - n_{i+1})}, \text{ где}$$

x_0 – начальное значение модального интервала, который содержит моду;

k – длина модального интервала; n_i – частота модального интервала;

n_{i-1} – частота интервала, который предшествует модальному;

n_{i+1} – частота интервала, который следует за модальным.

2. Для интервального ряда медиану Me вычислим по формуле:

$$Me = x_0 + \frac{\frac{n}{2} - S_{Me-1}}{n_{Me}} \cdot h, \text{ где}$$

x_0 - начало медианного интервала; h - ширина медианного интервала;

n_{Me} - частота медианного интервала;

S_{Me-1} - сумма частот интервалов, что предшествуют медианному;

n - объём совокупности.

Для графического изображения дискретного вариационного ряда используется полигон распределения: на оси абсцисс откладывают значения вариант, а на оси ординат - соответствующие им частоты или частости, полученные точки соединяют отрезками (образуется ломаная линия).

2. Выборочное наблюдение

Как известно, в статистике существует два способа наблюдения массовых явлений в зависимости от полноты охвата объекта: сплошное и несплошное. Разновидностью несплошного наблюдения является выборочное наблюдение.

Под **выборочным наблюдением** понимается несплошное наблюдение, при котором статистическому обследованию (наблюдению) подвергаются единицы изучаемой совокупности, отобранные случайным образом.

Выборочное наблюдение ставит перед собой задачу – по обследуемой части дать характеристику всей совокупности единиц при условии соблюдения всех правил и принципов проведения статистического наблюдения и научно организованной работы по отбору единиц.

Совокупность отобранных для обследования единиц в статистике принято называть **выборочной совокупностью**, а совокупность единиц, из которых производится отбор, называют генеральной совокупностью. Основные характеристики генеральной и выборочной совокупности представлены в таблице.

Показатель	Обозначение или формула	
	Генеральная совокупность	Выборочная совокупность
Число единиц	N	n
Число единиц, обладающих каким-либо признаком	M	m
Доля единиц, обладающих этим признаком	$p = M/N$	$\omega = m/n$
Доля единиц, не обладающих этим признаком	$q = 1 - p$	$1 - \omega$
Средняя величина признака	\bar{x}	\bar{x}
Дисперсия признака	σ^2	$\tilde{\sigma}^2$
Дисперсия альтернативного признака (дисперсия доли)	pq	$\omega(1 - \omega)$

При проведении выборочного наблюдения возникают систематические и случайные ошибки. Систематические ошибки возникают в силу нарушения правил отбора единиц в выборку. Изменив правила отбора, от таких ошибок можно избавиться.

Случайные ошибки возникают в силу несплошного характера обследования. Иначе их называют ошибками репрезентативности (представительности). Случайные ошибки разделяют на средние и предельные ошибки выборки, которые определяются как при расчете признака, так и при расчете доли.

Средние и предельные ошибки связаны следующим соотношением:
 $\Delta = t\mu$, где Δ - предельная ошибка выборки, μ - средняя ошибка выборки, t - коэффициент доверия, определяемый в зависимости от уровня вероятности.

Величина средней ошибки выборки рассчитывается дифференцированно в зависимости от способа отбора и процедуры выборки.

Решить задачи.

Задача 1. На экзамене по истории студенты получили оценки:

3 4 4 4 3 4
 3 2 3 5 4 3
 5 5 2 3 2 3
 2 3 4 4 3 3
 4 4 5 4 4 4

Построить дискретный вариационный ряд распределения студентов по баллам и изобразить его графически.

Решение.

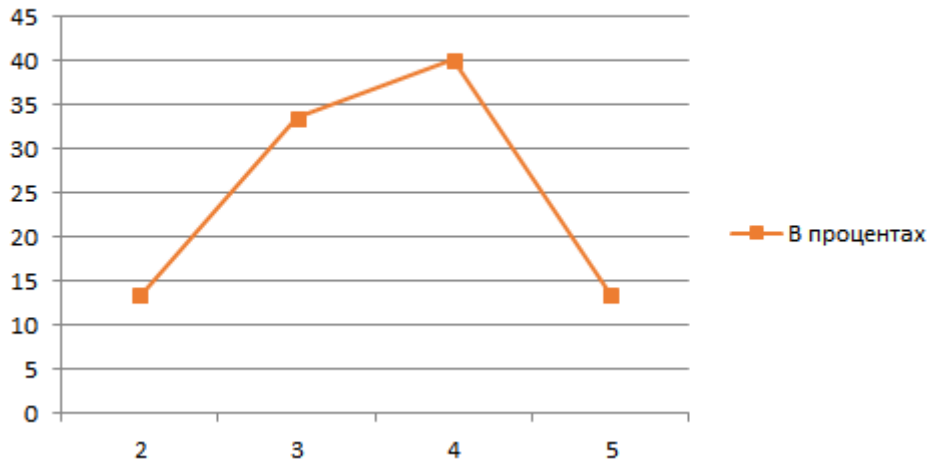
Выпишем все варианты (оценку, баллы): 2, 3, 4, 5.

Подсчитаем частоты данных вариант (также – в процентном соотношении).

Варианты (оценка)	2	3	4	5	Всего
Кол-во студентов с этой оценкой (частоты)	4	10	12	4	30
В процентах	13,3	33,4	40	13,3	100

Теперь изобразим дискретный ряд распределения на полигоне:

Полигон распределения



Можно сделать вывод, что преобладающее большинство студентов получило «4» (40%)

Задача 2. Во время выборочной проверки было установлено, что продолжительность одной покупки в кондитерском отделе магазина была такой: (секунды).

67 70 82 81 81
 82 75 80 71 80
 81 89 75 67 78
 73 76 88 73 76
 82 69 61 66 84
 72 74 82 82 75

Построить интервальный вариационный ряд распределения покупок по продолжительности, создав 4 группы с одинаковыми интервалами. Обозначить элементы ряда. Изобразить его графически, сделать вывод.

Решение

Определим элементы ряда распределения: варианты, частоты, частоты, накопленные частоты.

Но прежде рассчитаем границы 4 заданных групп с одинаковыми интервалами:

$$i = \frac{x_{max} - x_{min}}{n}$$

Величину интервала определим по формуле

$$i = \frac{89 - 61}{4} = 7$$

В нашем случае

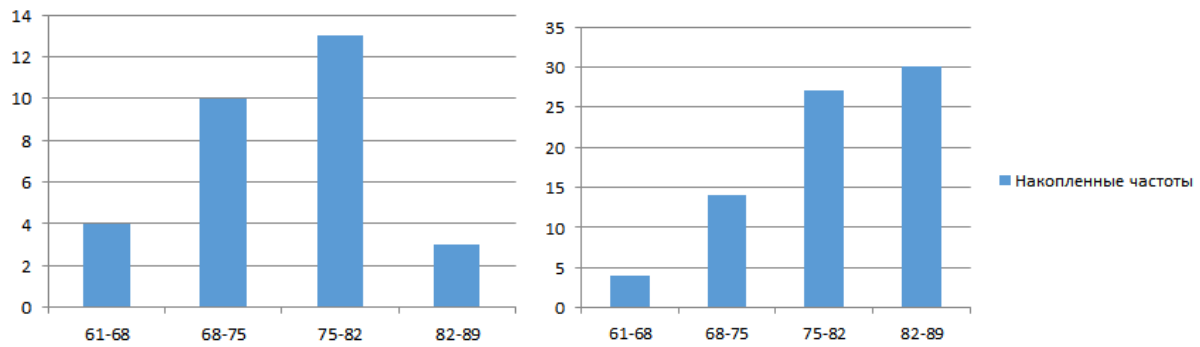
Границы групп соответственно равны:

I	II	III	IV
61-68	68.01-75	75.01-82	82.01-89

Группы покупок по продолжительности, сек	Число покупок	В процентах к итогу	Накопленные частоты
61-68	4	13,3	4
68-75	10	33,3	14
75-82	13	43,4	27
82-89	3	10	30

Итого	30	100	
-------	----	-----	--

Теперь графически отобразим наш интервальный вариационный ряд в виде гистограммы и кумуляты.



По таблице и графику можно сделать вывод о том, что преобладающее большинство покупок (13 или 43,4%) находится во временном интервале 75-82 сек.

ЗАДАНИЯ

Решить задачи:

1. На экзамене по истории студенты получили оценки:

3 3 3 4 3 4

3 2 3 5 4 3

5 2 2 3 2 3

2 3 4 3 3 3

4 3 5 4 2 2

Построить дискретный вариационный ряд распределения студентов по баллам и изобразить его графически.

2. Во время выборочной проверки было установлено, что продолжительность одной покупки в кондитерском отделе магазина была такой: (секунды).

57 70 82 81 81

82 75 80 31 80

81 89 75 77 78

63 76 88 73 76

82 69 61 69 84

72 74 82 82 75

Построить интервальный вариационный ряд распределения покупок по продолжительности, создав 4 группы с одинаковыми интервалами. Обозначить элементы ряда. Изобразить его графически, сделать вывод.

Контрольные вопросы:

1.1. Что такое ряд динамики и какие его основные элементы?

1.2. Что такое цепные и базисные абсолютные приросты? Как их рассчитать?

1.3. Как рассчитываются темп роста и темп прироста? В чем между ними разница?

1.4. Чем различаются дискретные и интервальные ряды распределения?

2.1. В чем состоит отличие генеральной совокупности от выборочной?

2.2. Какие существуют источники ошибок в выборочном наблюдении? Как можно устранить систематические ошибки?

2.3. Как связаны средняя и предельная ошибки выборки? Приведите формулу и объясните значения всех её элементов.

ОТЧЕТНОСТЬ

Задания выполняются от руки на тетрадных листах в клетку. Каждый лист на полях подписываете: Фамилия Имя, группа, дата (в формате ДД.ММ.ГГГГ). По выполнению фотографии каждого листа (в правильном порядке и вертикальной ориентации – без перевернутых страниц) высылаете на проверку преподавателю.

Выполненное задание контрольной работы вы присылаете на @mail:

pushistav@mail.ru

В теме письма указываем:

ОПЦ.02 Статистика 01.12.25 (Фамилия Имя, группа)

К примеру:

ОПЦ.02 Статистика 01.12.25 (Иванов Иван, БУ 2/1 (ЗО))

С уважением!

Преподаватель математики ШТЭК ДОННУЭТ

Бережная Валерия Александровна

Основная литература: Долгова, В.Н. Статистика : учебник и практикум для среднего профессионального образования / В.Н. Долгова, Т.Ю. Медведева. – 3-е изд. – Москва : Издательство Юрайт, 2023. – 278 с. – (Профессиональное образование). – ISBN 978-5-534-16207-3.