

التمرين الأول (6 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد , مع التعليل , من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات الخمسة التالية:

التبرير	الاقتراح الصحيح	
01 a عدد صحيح, إذا كان باقي قسمة العدد a على 17 هو 13 فإن باقي قسمة العدد $3a - 2$ على 17 هو :	الاقتراح (أ) 3	لان $7[13] \equiv a$ ومنه $7[39] \equiv 3a$ ومنه $7[37] \equiv 3a - 2$ و $7[37] \equiv 37$ اذن $7[37] \equiv 3a - 2$
02 (U_n) متتالية هندسية حدها الأول U_0 حيث : $U_n = 2 \times 2^n$	الاقتراح (ب) لحد الخامس هو: $u_4 = 32$	لان المتتالية حدها الأول هو U_0 اذن حدها الخامس هو u_4
03 المجموع $S = U_0 + U_1 + \dots + U_6$ لمتتالية هندسية حيث $U_n = 3^n$ هو:	الاقتراح (أ) $S = 1093$	$S = U_0 \left[\frac{1-3^7}{1-3} \right]$ لان $1 \left[\frac{1-3^7}{1-3} \right] =$
04 باقي قسمة العدد 2019 على 17 هو :	الاقتراح (ب) 13	$2019 = 17 \times 118 + 13$
05 (U_n) متتالية هندسية حدها الأول $U_0 = 2$ متناقصة يعني أن:	الاقتراح (ج) $0 < q < 1$	لان (U_n) متتالية هندسية حدها الأول $U_0 = 2$ متناقصة يعني أن: $0 < q < 1$

التمرين الثاني (7 نقاط) a و b و c أعداد طبيعية حيث : $a = 2020$, $b = 2970$ و $c = 1441$

(1) (أ) عين باقي القسمة الاقليدية لكل من الأعداد a و b و c على 7

$$2970 = 7 \times 424 + 2$$

باقي قسمة العدد 2970 على 7 هو 2

$$1441 = 7 \times 205 + 6$$

باقي قسمة العدد 1441 على 7 هو 6

$$2020 = 7 \times 288 + 4$$

باقي قسمة العدد 2020 على 7 هو 4

ب) استنتج أن العددين $2b$ و a متوافقان بترديد 7

بما أن $a \equiv 4[7]$ و $a \equiv 2[7]$ فإن $b \equiv 2[7]$ فإن $2b \equiv 4[7]$

اذن العددين $2b$ و a متوافقان بترديد 7 لان لهما نفس الباقي

(1) بين أن $4a - b \equiv 0[7]$

بما أن $a \equiv 4[7]$ وأن $4a \equiv 16[7]$ فإن $b \equiv 2[7]$ فإن $4a - b \equiv 16 - 2[7] \equiv 14 \equiv 0[7]$

اذن $4a - b \equiv 0[7]$ لان $14 \equiv 0[7]$

(2) تحقق أن : $c \equiv -1[7]$

$c \equiv 6[7]$ ومنه $c \equiv -1[7]$ لان $6 \equiv -1[7]$

ب) استنتج أن العدد $c^{2970} + c^{1441}$ يقبل القسمة على 7

لدينا $c \equiv -1[7]$ ومنه $c^{2970} + c^{1441} \equiv 1 - 1[7] \equiv 0[7]$ ومنه $c^{2970} + c^{1441} \equiv 0[7]$

اذن أن العدد $c^{2970} + c^{1441}$ يقبل القسمة على 7

(3) عين قيم العدد الطبيعي n حيث : $c^{1962} + bn + a \equiv 0[7]$

بما أن $a \equiv 4[7]$ وأن $c \equiv -1[7]$ و $b \equiv 2[7]$

لدينا $c^{1962} + bn + a \equiv 0[7]$ ومنه $1 + 2n + 4 \equiv 0[7]$ ومنه $2n + 5 \equiv 0[7]$

ومنه $2n \equiv -5[7]$ ومنه $2n \equiv 2[7]$ ومنه $n \equiv 1[7]$ ومنه $n = 2k + 1$ مع k من $\mathbb{N}$

و $n = 2k - 6$ مع k من $\mathbb{N}$ ماعدا الصفر

التمرين الثالث (7 نقاط) لتكن (U_n) متتالية حسابية حدها الأول U_0 و أساسها r

(1) علما أن : $U_0 + U_1 + U_2 = 12$, أحسب U_1

حسب خاصية الوسط الحسابي لدينا

$U_1 = 4$ ومنه $3U_1 = 12$ ومنه $2U_1 = U_2 + U_0$

(2) علما أن : $3U_0 + 2U_1 = -7$, أحسب U_0

نعلم ان $U_1 = 4$ ومنه $3U_0 + 2(4) = -7$ ومنه $3U_0 = -15$ ومنه $U_0 = -5$

ب) استنتج قيمة r أساس المتتالية (U_n)

$U_1 - U_0 = r$ ومنه $r = 9$

(3) أكتب عبارة الحد العام U_n بدلالة n

$U_n = U_0 + nr = 4 + 9n$

(4) عين قيمة n حتى يكون $U_n = 2020$

$$4 + 9n = 2020$$

$$n = 424 \text{ ومنه } 9n = 2024$$

ب) أحسب الحد الخامس والعشرون

$$U_{24} = 4 + 9(24) = 220$$

$$S = U_0 + U_1 + \dots + U_{24} \text{ بحيث } \underline{\text{(5) أحسب المجموع } S}$$

$$S = \frac{n-p+1}{2} (U_0 + U_{24}) = \frac{24-0+1}{2} (4 + 220)$$