

9 Óptica geométrica. Espejos y lentes

Introducción

Actividades

1. ¿Por qué las gafas que usamos cambian el tamaño de los objetos? ¿Por qué hay lentes que los hacen más grandes y otras que los hacen más pequeños?

Las gafas nunca cambian el tamaño de los objetos. Dejamos de ver el objeto, directamente, y pasamos a ver una imagen virtual que es la que puede tener un tamaño distinto del objeto inicial. Para entender este concepto basta con utilizar un ejemplo. Si miramos a través de los cristales de unas gafas que mantengamos alejadas de los ojos, como unos 40 cm, dejamos de ver los objetos que están situados detrás de los cristales (a pesar de que estos son transparentes) y pasamos a ver unas imágenes que suelen ser de los objetos más o menos distorsionados y normalmente de otro tamaño, lo que implica que vemos cosas por duplicado (si la imagen nos muestra tamaños menores) o que hay objetos o cosas que ya no vemos (en el caso de que sean más grandes).

2. ¿Por qué vemos mejor cuando vamos por una calle que cuando buceamos sin gafas de buzo?

Porque nuestros ojos están adaptados a formar imágenes con rayos que provienen de un medio con índice de refracción similar al del aire (alrededor de 1) mientras que, cuando nos encontramos en el agua, el medio externo a nuestros ojos tiene su índice de refracción ($n_{\text{agua}} \approx 1,33$). Esto provoca que no se formen imágenes nítidas en la retina.

3. ¿Cómo están hechos el telescopio, el microscopio y otros instrumentos ópticos similares?

Pueden estar hechos con la agrupación de varias lentes (por lo que utilizan fenómenos de refracción) o de varios espejos curvos (por lo que utilizan fenómenos de reflexión).

9 Óptica geométrica. Espejos y lentes

Actividades

1. Define los siguientes conceptos: dioptrio, eje óptico, radio de curvatura, imagen real y centro óptico.

Dioptrio: conjunto formado por dos medios transparentes, homogéneos e isótropos, con índices de refracción distintos, separados por una superficie.

Eje óptico: eje común de todos los dioptrios de un sistema óptico. También se denomina eje principal.

Radio de curvatura: radio de la superficie esférica a la que pertenece el dioptrio esférico.

Imagen real: punto en el que se cortan los rayos que atraviesan un sistema óptico. No se ven a simple vista y pueden recogerse sobre una pantalla.

Centro óptico: es el punto de intersección del dioptrio esférico con el eje óptico.

2. Indica las características de las imágenes reales y de las imágenes virtuales.

Las imágenes virtuales no existen realmente, se ven y no pueden recogerse sobre una pantalla. Las imágenes reales no se ven a simple vista, pero pueden recogerse en una pantalla. Cuando provienen de un solo medio óptico las imágenes virtuales se encuentran en la misma posición que el objeto mientras que cuando son reales se encuentran invertidas.

3. Averigua los signos de las siguientes magnitudes lineales en la Figura 9.3: s , s' , R y h .

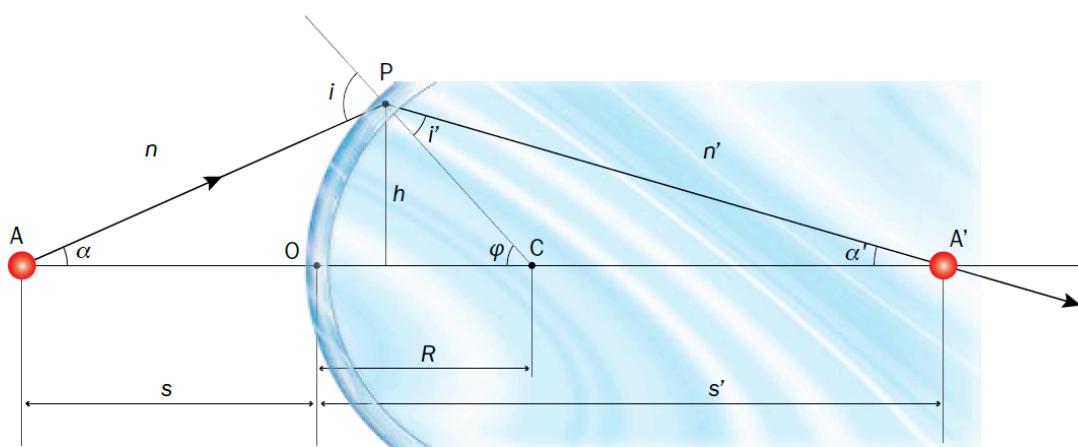


Fig. 9.3. Puntos, ángulos y distancias.

Positivos: R , h y s' (se encuentran hacia la derecha o hacia arriba desde el vértice del dioptrio).

9 Óptica geométrica. Espejos y lentes

Negativos: s (se encuentra hacia la izquierda del vértice del dioptrio).

4. En la misma figura, averigua los signos de los siguientes ángulos: a , a' y φ .

Positivos: a' y φ (el giro del lado que forma el ángulo hacia el eje óptico tiene sentido antihorario).

Negativos: a (el giro del lado que forma el ángulo hacia el eje óptico tiene sentido horario).

5. ¿Cuál es el signo del radio de curvatura del dioptrio si su centro de curvatura está situado a la izquierda del vértice del dioptrio?

El radio de curvatura es negativo, en el caso propuesto por el enunciado.

6. En un dioptrio esférico convexo, las distancias focales objeto e imagen miden, respectivamente, -20 y 40 cm. Calcula:

a) El radio de curvatura del dioptrio.

$$R = f + f' = -20 \text{ cm} + 40 \text{ cm} = 20 \text{ cm}.$$

En efecto, como el dioptrio es convexo, el radio es positivo.

b) La posición de la imagen cuando el objeto se sitúa 10 cm delante del vértice del dioptrio.

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1 \quad ; \quad \frac{40 \text{ cm}}{s'} + \frac{-20 \text{ cm}}{-10 \text{ cm}} = 1 \quad ; \quad s' = -40 \text{ cm}.$$

La imagen se forma delante del dioptrio.

c) El índice de refracción del segundo medio si el primero es el aire.

$$\frac{f}{f'} = -\frac{n}{n'} = \frac{-20 \text{ cm}}{40 \text{ cm}} = -\frac{1}{2} \quad ; \quad n' = -\frac{40 \text{ cm}}{-20 \text{ cm}} = 2.$$

7. En un dioptrio esférico cóncavo de 10 cm de radio se sitúa un objeto de 2 cm de tamaño, 30 cm delante de la superficie de separación de los dos medios. Los índices de refracción son 1,0 y 1,5 para el primero y el segundo medio.

a) ¿Dónde se forma la imagen?

La posición de la imagen se obtiene mediante la ecuación:

9 Óptica geométrica. Espejos y lentes

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{R} ; \quad \frac{1,5}{s'} - \frac{1}{-30 \text{ cm}} = \frac{1,5 - 1}{-10 \text{ cm}} ; \quad s' = -18 \text{ cm.}$$

Como la distancia imagen es negativa, la imagen se forma delante de la superficie del dioptrio.

b) ¿Cuál es el tamaño de la imagen?

El tamaño de la imagen se obtiene a partir de la fórmula del aumento lateral:

$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{n' s'}{n' s} ; \quad \frac{y'}{2 \text{ cm}} = \frac{1 \times (-18 \text{ cm})}{1,5 \times (-30 \text{ cm})} ; \quad y' = 0,8 \text{ cm.}$$

La imagen está derecha y de menor tamaño que el objeto.

8. Una piscina tiene una profundidad de 2,50 m. ¿Cuál será su profundidad aparente? $n_a = 1,33$.

La profundidad aparente se obtiene a partir de la ecuación del dioptrio plano:

$$\frac{n'}{s'} = \frac{n}{s} ; \quad \frac{1}{s'} = \frac{1,33}{-2,50 \text{ m}} ; \quad s' = -1,88 \text{ m.}$$

9. Un avión pasa a 275 m de altura sobre la superficie de un lago. ¿A qué distancia ve el avión un buceador?

Al aplicar la ecuación se obtiene:

$$\frac{s'}{s} = \frac{n'}{n} ; \quad s' = \frac{n' s}{n} = \frac{1,33 \times 275 \text{ m}}{1} = 366 \text{ m.}$$

S: 366 m por encima de la superficie del lago.

10. Un niño se coloca delante de un espejo plano a 30 cm de él.

a) ¿A qué distancia se forma la imagen?

La imagen se forma 30 cm detrás del espejo, ya que en un espejo plano las distancias objeto e imagen son las mismas con el signo cambiado.

b) Si el espejo mide 65 cm y el niño, que ve todo su cuerpo, comprueba que sobran 10 cm de espejo por arriba y por debajo de su imagen, ¿cuál es la estatura del niño?

Como todas las imágenes de un espejo plano tienen el mismo tamaño que los objetos reales, y dado que la distancia niño-espejo es la mitad que la distancia niño-imagen, la altura del niño es:

$$65 \text{ cm} - 10 \text{ cm} - 10 \text{ cm} \times 2 = 90 \text{ cm.}$$

9 Óptica geométrica. Espejos y lentes

c) ¿Qué tamaño tiene la imagen formada en el espejo? ¿Es real o virtual?

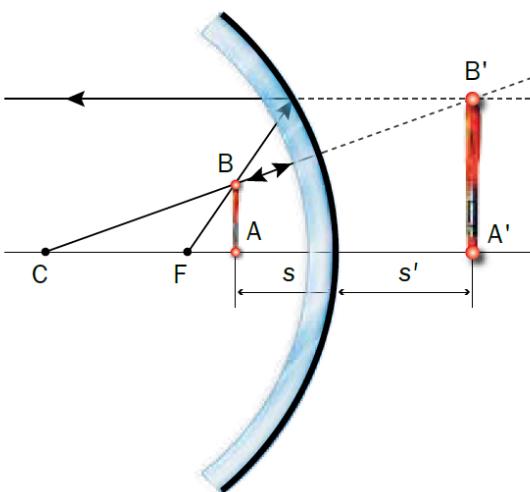
Por la misma razón dada anteriormente, la imagen mide 90 cm, y es virtual.

d) ¿Existe realmente la imagen? ¿Puede recogerse en una pantalla?

No, porque las imágenes virtuales se ven, pero no existen y, puesto que no existen, no pueden recogerse en pantallas.

11. ¿Cómo debe ser un espejo esférico para formar una imagen virtual mayor que el objeto?

Debe ser un espejo cóncavo, y el objeto debe estar situado entre el foco y el espejo.



12. Un objeto de 1,5 cm de altura se encuentra delante de un espejo esférico de 14 cm de radio, a 20 cm del vértice del espejo. ¿Dónde está situada la imagen y qué características tiene?

a) El espejo es cóncavo.

La posición de la imagen se obtiene a partir de la ecuación fundamental de los espejos esféricos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{R} ; \quad \frac{1}{s'} + \frac{1}{-20 \text{ cm}} = \frac{2}{-14 \text{ cm}} ; \quad s' = -11 \text{ cm}.$$

El tamaño de la imagen se obtiene a partir de la ecuación del aumento lateral:

$$M_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} ; \quad \frac{y'}{1,5 \text{ cm}} = \frac{-11 \text{ cm}}{-20 \text{ cm}} ; \quad y' = -0,8 \text{ cm}.$$

La imagen es real, está invertida y es de menor tamaño que el objeto.

b) El espejo es convexo.

9 Óptica geométrica. Espejos y lentes

Si el espejo es convexo, el problema es similar, pero el radio de curvatura es positivo.

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{-20 \text{ cm}} = \frac{2}{14 \text{ cm}} ; \quad s' = 5,2 \text{ cm} ; \quad \frac{y'}{1,5 \text{ cm}} = \frac{5,2 \text{ cm}}{-20 \text{ cm}} ; \quad y' = 0,4 \text{ cm}.$$

La imagen es virtual, está derecha y es de menor tamaño que el objeto.

13. Un espejo esférico de 50 cm de radio produce una imagen real cuyo tamaño es la mitad que el objeto. ¿De qué tipo es el espejo? ¿Dónde hay que colocar el objeto?

Como la imagen es real, el espejo es cóncavo y por tanto la imagen está invertida.

La posición del objeto se obtiene a partir de la ecuación fundamental de los espejos esféricos y del aumento lateral:

$$y' = -\frac{y}{2} ; \quad M_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} ; \quad \frac{-y}{2} = -\frac{s'}{s} ; \quad s' = \frac{s}{2}$$
$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{R} ; \quad \frac{2}{s} + \frac{1}{s} = \frac{2}{R} ; \quad \frac{3}{s} = \frac{2}{-50 \text{ cm}} ; \quad s = -75 \text{ cm}.$$

El objeto está situado a 75 cm del espejo, a una distancia igual a 3 f.

14. Situamos un objeto de 2,0 cm de altura a 15 cm de una lente de 5,0 dioptrías.

a) Calcula la posición de la imagen.

La posición de la imagen se calcula aplicando la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} = P ; \quad \frac{1}{s'} - \frac{1}{-15 \text{ cm}} = 5,0 \text{ m}^{-1} = 0,050 \text{ cm}^{-1} ; \quad s' = -60 \text{ cm}.$$

b) ¿Cuál es el aumento? ¿Qué tipo de imagen se forma?

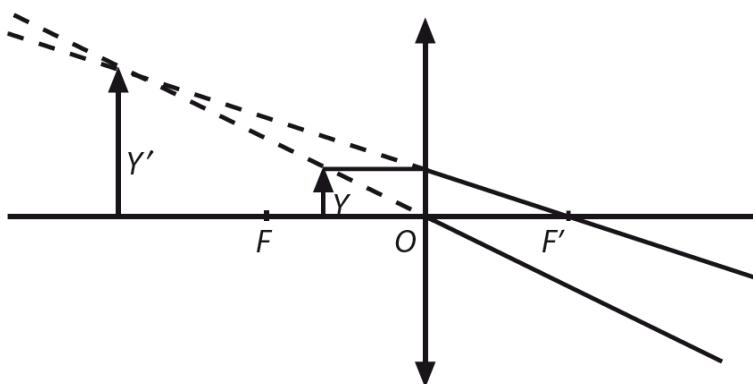
El tamaño de la imagen se obtiene a partir de la ecuación del aumento lateral:

$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{-60 \text{ cm}}{-15 \text{ cm}} = 4.$$

por tanto, la imagen está derecha y es de mayor tamaño que el objeto.

c) Construye gráficamente la imagen.

9 Óptica geométrica. Espejos y lentes



15. Mediante una lente delgada de distancia focal $f' = 10 \text{ cm}$ se quiere obtener una imagen de tamaño doble que el objeto. Calcula la posición donde debe colocarse el objeto si la imagen debe ser real e invertida.

Como el tamaño de la imagen es el doble que el del objeto y la imagen es real e invertida, se cumple:

$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = -2 \quad ; \quad s' = -2s$$

De la ecuación fundamental de las lentes delgadas se obtiene:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad ; \quad \frac{1}{-2s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{10 \text{ cm}} \quad ; \quad s = -15 \text{ cm.}$$

16. Cierta lente delgada de distancia focal 6 cm genera, de un objeto real, una imagen derecha y menor, de 1 cm de altura y situada a 4 cm a la derecha del centro óptico. Determina la posición, el tamaño del objeto y el tipo de lente, y realiza su diagrama de rayos.

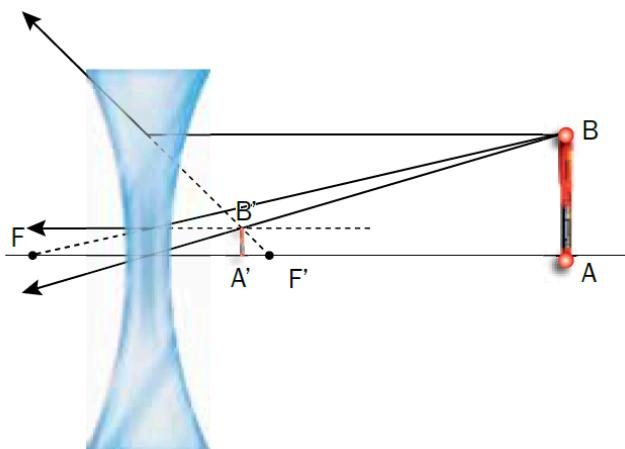
La lente es divergente porque estas lentes siempre producen imágenes virtuales menores que el objeto. Las lentes convergentes solo producen imágenes virtuales cuando el objeto está dentro de la distancia focal, pero son mayores que el objeto. Por otro lado, la imagen está a la derecha de la lente, por lo que el objeto también debe estarlo, ya que siempre están del mismo lado en las lentes divergentes. Por tanto, consideramos el lado derecho el negativo.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad ; \quad \frac{1}{-4 \text{ cm}} - \frac{1}{s} = \frac{1}{-6 \text{ cm}} \quad ; \quad s = -12 \text{ cm}$$

$$M_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \quad ; \quad \frac{1 \text{ cm}}{y} = \frac{-12 \text{ cm}}{-4 \text{ cm}} \quad ; \quad y = 3 \text{ cm.}$$

El diagrama de rayos es semejante al de la siguiente figura:

9 Óptica geométrica. Espejos y lentes



17. Se dispone de una lente convergente (lupa) de distancia focal $f' = 5,0 \text{ cm}$, que se utiliza para mirar sellos. Calcula la distancia a la que hay que situar los sellos respecto de la lente si se quiere obtener una imagen virtual diez veces mayor que el objeto.

El objeto debe situarse entre el foco y la lente, para conseguir una imagen virtual, derecha y mayor que el objeto.

$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = 10 \quad ; \quad s' = 10s$$

La distancia objeto se obtiene a partir de la ecuación fundamental de las lentes:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad ; \quad \frac{1}{10s} - \frac{1}{s} = \frac{1}{5,0 \text{ cm}} \quad ; \quad s = -4,5 \text{ cm}.$$

18. ¿Qué defectos presentan los ojos de una persona a la que el oftalmólogo graduó así?:

	Esférico	Cilíndrico
Ojo derecho	2,5	-1,25
Ojo izquierdo	1,75	-0,50

Hipermetropía (lentes esféricas convergentes) y astigmatismo (lentes cilíndricas).

19. Calcula la potencia de la lente que se debe emplear para corregir la miopía de un ojo cuyo punto remoto está situado a 50 cm.

La imagen de los objetos situados en el infinito debe formarse a 50 cm del ojo; por tanto, de acuerdo con el convenio de signos:

9 Óptica geométrica. Espejos y lentes

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} = \frac{1}{-50 \text{ cm}} - \frac{1}{-\infty} ; \quad f' = -50 \text{ cm} ; \quad P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{-0,50 \text{ m}} = -2,0 \text{ D.}$$

20. ¿Cuál es la potencia de un ojo normal que forma la imagen de un objeto situado en el infinito en la retina? La retina está situada a unos 2,5 cm del centro óptico del ojo.

Por los datos del enunciado, la distancia focal imagen es igual a 2,5 cm = 0,025 m, ya que esa es la posición de la retina. Por tanto, la potencia de la lente es:

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0,025 \text{ m}} = 40 \text{ D.}$$

9 Óptica geométrica. Espejos y lentes

Ciencia, tecnología y sociedad

Cuestiones

1. Plantéate, teniendo en cuenta el ODS 5, Igualdad de género, si las mujeres han tenido, en la ciencia, posibilidades parecidas a las de los hombres.

Respuesta abierta, aunque es evidente que las mujeres no han tenido un desarrollo fácil como científicas, ya que se les prohibió el acceso a la universidad durante muchos años y a que se han silenciado, de forma tanto implícita como explícita, sus colaboraciones y logros en el desarrollo de la ciencia.

Debe aprovecharse este debate para fomentar la igualdad, tanto en clase como fuera de ella, entre alumnas y alumnos.

2. Busca información en Internet sobre la vida académica y laboral de Ladd-Franklin y debatid en clase las dificultades que tuvo que superar.

Respuesta abierta en la que deben aportar más información que la contenida en el libro. Para ello, pueden ser unas páginas interesantes, a la hora de conseguir información, las siguientes:

https://es.wikipedia.org/wiki/Christine_Ladd-Franklin (página de Wikipedia)

<https://mujeresconciencia.com/2020/07/21/christine-ladd-franklin-la-luchadora-en-color-s/> (Mujeres con ciencia)

<https://www.unav.es/gep/TeoriaDeTeoriasDelColor.html> (teorías del color)

3. En el proceso de visión del color, ¿por qué crees que se producen las parejas blanco-negro, azul-amarillo y rojo-verde?

Respuesta abierta, aunque deben darse cuenta que son colores en oposición (el azul y el amarillo no llegan a ser totalmente opuestos pero su contraste es muy elevado por lo que es fácil determinar su diferencia).

4. Busca en Internet en qué consiste el daltonismo y sus tipos y relaciona lo que encuentres con la teoría de Christine Ladd-Franklin.

Respuesta abierta, en la que deben mencionar el hecho de que la detección del rojo y el verde como colores diferenciados es la última que se produce en la evolución del ser humano por lo que es factible considerar que es la menos desarrollada y la que puede dar lugar a mayor cantidad de defectos y faltas de desarrollo.

9 Óptica geométrica. Espejos y lentes

Actividades finales

Dioptro esférico

1. Calcula las distancias focales de un dioptro esférico convexo de 10 cm de radio en el que los índices de refracción de los dos medios transparentes son 1,0 y 1,6, respectivamente.

Las distancias focales objeto e imagen son las siguientes:

$$f = -R \frac{n}{n' - n} = -10 \text{ cm} \times \frac{1,0}{1,6 - 1,0} \approx -17 \text{ cm}$$
$$f' = R \frac{n'}{n' - n} = 10 \text{ cm} \times \frac{1,6}{1,6 - 1,0} \approx 27 \text{ cm.}$$

2. Determina en un dioptro esférico cóncavo de 15 cm de radio la posición de la imagen de un objeto de 1 cm de tamaño, situado 20 cm delante de la superficie de separación de los dos medios. ¿Cuál es el tamaño de la imagen? Los índices de refracción del primer y segundo medio son 1,33 y 1,54, respectivamente.

La posición de la imagen se obtiene a partir de la ecuación fundamental del dioptro esférico:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{R} ; \quad \frac{1,54}{s'} - \frac{1,33}{-20 \text{ cm}} = \frac{1,54 - 1,33}{-15 \text{ cm}} ; \quad s' \approx -19 \text{ cm.}$$

El tamaño de la imagen se obtiene a partir del aumento lateral:

$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{n s'}{n' s} ; \quad \frac{y'}{1 \text{ cm}} = \frac{1,33 \times (-19 \text{ cm})}{1,54 \times (-20 \text{ cm})} ; \quad y' \approx 0,8 \text{ cm.}$$

Dioptro plano

3. En el fondo de una jarra llena de agua ($n = 1,33$) hasta una altura de 20 cm se encuentra una moneda. ¿A qué profundidad aparente se halla esta?

Al aplicar la ecuación del dioptro plano, resulta:

$$\frac{n'}{s'} = \frac{n}{s} ; \quad \frac{1}{s'} = \frac{1,33}{-20 \text{ cm}} ; \quad s' \approx -15 \text{ cm.}$$

La imagen tiene el mismo tamaño que el objeto.

9 Óptica geométrica. Espejos y lentes

4. En el fondo de un estanque lleno de agua ($n = 1,33$), con una profundidad de 1,40 m, se encuentra una pequeña piedra.

a) ¿A qué distancia de la superficie del agua se ve la piedra?

Al aplicar la ecuación del dioptrio plano, resulta:

$$\frac{n'}{s'} = \frac{n}{s} ; \quad \frac{1}{s'} = \frac{1,33}{-1,40 \text{ m}} ; \quad s' = -1,05 \text{ m.}$$

b) ¿Cómo es el tamaño de la imagen?

La imagen tiene el mismo tamaño que el objeto.

5. Un pescador se encuentra sobre su barca, a una altura sobre la superficie del lago de 2,0 m, y un pez nada 30 cm por debajo de la superficie, en la vertical del pescador. ¿A qué distancia ve el pescador al pez? El índice de refracción del agua es 1,33.

La profundidad aparente a la que se encuentra el pez es:

$$\frac{s'}{s} = \frac{n'}{n} ; \quad \frac{s'}{-30 \text{ cm}} = \frac{1}{1,33} ; \quad s' = -23 \text{ cm.}$$

Para el pescador, el pez se encuentra a una distancia desde la superficie del agua de 23 cm.

Espejos

6. Un objeto de 0,5 m de altura se coloca delante de un espejo plano y a 40 cm de él.

a) ¿A qué distancia del espejo se forma la imagen?

$$s' = -s = -(-40 \text{ cm}) = 40 \text{ cm.}$$

b) ¿Qué tamaño tiene la imagen?

$$y' = y = 0,5 \text{ m.}$$

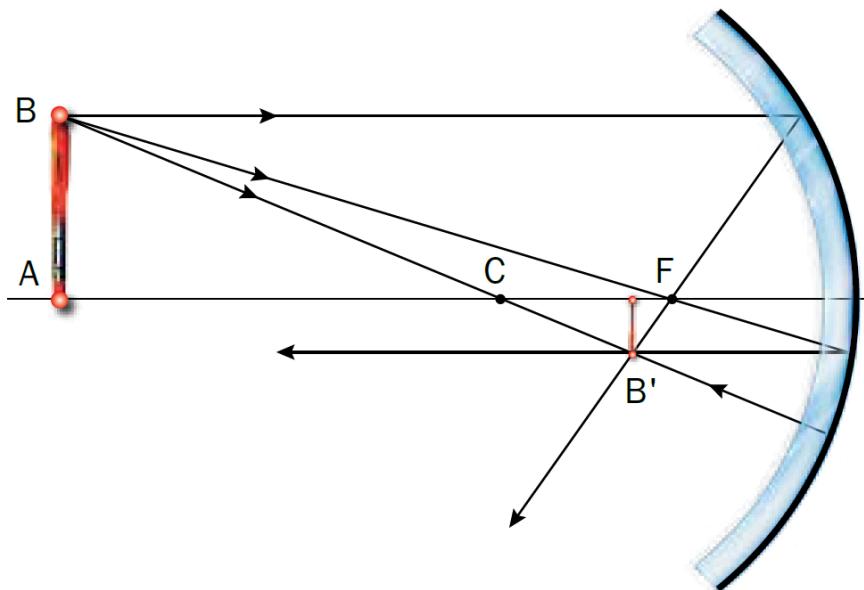
7. ¿Puede existir un espejo esférico que forme una imagen cuya distancia al espejo sea negativa y el aumento lateral positivo?

Como la imagen debe ser real, el espejo debería ser cóncavo, pero estos espejos nunca forman imágenes derechas que sean reales; por tanto, ningún espejo esférico puede formar una imagen con esas características.

9 Óptica geométrica. Espejos y lentes

8. Delante de un espejo esférico cóncavo cuyo radio de curvatura es de 40 cm se sitúa un objeto de 2,5 cm de altura, perpendicularmente al eje óptico del espejo, y a 50 cm del vértice del mismo.

a) Construye la imagen gráficamente.



b) ¿Cuál es la distancia focal del espejo?

Como el espejo es cóncavo, su radio de curvatura es negativo.

$$f = \frac{R}{2} = \frac{-40 \text{ cm}}{2} = -20 \text{ cm.}$$

c) Calcula la posición y el tamaño de la imagen.

La posición de la imagen se obtiene a partir de la ecuación fundamental de los espejos esféricos:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f} \quad ; \quad \frac{1}{s'} + \frac{1}{-50 \text{ cm}} = \frac{1}{-20 \text{ cm}} \quad ; \quad s' = -33 \text{ cm.}$$

El tamaño de la imagen se obtiene a partir de la ecuación del aumento lateral:

$$M_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} = \frac{y'}{2,5 \text{ cm}} = \frac{-33 \text{ cm}}{-50 \text{ cm}} \quad ; \quad y' = -17 \text{ cm.}$$

Como s' e y' son negativos, la imagen es real e invertida y, además, de menor tamaño que el objeto.

9 Óptica geométrica. Espejos y lentes

9. Delante de un espejo esférico convexo cuyo radio de curvatura es de 15 cm se sitúa un objeto de 1,4 cm de altura, a 22 cm del vértice del mismo. Averigua la posición y las características de la imagen.

La posición de la imagen se obtiene a partir de la ecuación fundamental de los espejos esféricos, y su tamaño al aplicar la fórmula del aumento lateral:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{R} ; \quad \frac{1}{s'} + \frac{1}{-22 \text{ cm}} = \frac{2}{15 \text{ cm}} ; \quad s' = 5,6 \text{ cm}$$
$$M_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} ; \quad \frac{y'}{1,4 \text{ cm}} = -\frac{5,6 \text{ cm}}{-22 \text{ cm}} ; \quad y' = 0,36 \text{ cm.}$$

La imagen es real, está invertida y es de menor tamaño que el objeto.

10. ¿A qué distancia de un espejo convexo debe colocarse un lápiz para que el tamaño de la imagen sea la mitad del tamaño de este? El radio de curvatura del espejo es de 30 cm.

De acuerdo con el enunciado, se cumple $y' = y/2$. A partir de la ecuación fundamental de los espejos esféricos y del aumento lateral, se obtiene la distancia objeto s :

$$\frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} ; \quad \frac{2}{y} = -\frac{s'}{s} ; \quad s' = -\frac{s}{2}$$
$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{R} ; \quad \frac{1}{-\frac{s}{2}} - \frac{1}{s} = \frac{2}{30 \text{ cm}} ; \quad s = -\frac{R}{2} = -\frac{30 \text{ cm}}{2} = -15 \text{ cm.}$$

11. Certo espejo colocado a 2 m de un objeto produce una imagen derecha y de tamaño tres veces mayor que el objeto. ¿El espejo es convexo o cóncavo? ¿Cuánto mide el radio de curvatura del espejo?

El espejo es cóncavo. Los espejos convexas forman imágenes virtuales, derechas y de menor tamaño que el objeto.

$$M_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} ; \quad 3 = -\frac{s'}{-2 \text{ m}} ; \quad s' = 6 \text{ m}$$
$$\frac{1}{s'} = \frac{1}{s} = \frac{2}{R} ; \quad \frac{1}{6 \text{ m}} + \frac{1}{-2 \text{ m}} = \frac{2}{R} ; \quad R = -6 \text{ m.}$$

El espejo es cóncavo ya que $R < 0$.

Lentes delgadas

12. ¿Se puede distinguir al tacto una lente convergente de una divergente?

9 Óptica geométrica. Espejos y lentes

Sí, ya que las lentes convergentes son más gruesas en el centro que en los bordes. En las lentes divergentes ocurre lo contrario.

13. Si la distancia imagen en una lente es positiva, ¿qué características de la imagen puedes deducir?

Como la distancia imagen es positiva, la imagen es real y, además estará invertida.

14. ¿Qué distancia focal imagen tiene una lente de -5,5 dioptrías? ¿Cuánto vale su distancia focal objeto?

$$P = \frac{1}{f'} \quad ; \quad f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{-5,5 \text{ m}^{-1}} \Rightarrow -0,18 \text{ m} = 18 \text{ cm} \quad ; \quad f = -f' = 18 \text{ cm}.$$

15. ¿Por qué los rayos que pasan por el centro óptico de una lente no se desvían?

Porque en este caso la lente se comporta, de forma muy aproximada, como si fuera una lámina delgada de caras planas y paralelas.

16. Un objeto de 2,0 cm de altura se sitúa a 25 cm del centro óptico de una lente de 40 cm de distancia focal.

a) Calcula la posición y el tamaño de la imagen, tanto si la lente es convergente como si es divergente.

La posición y el tamaño de la imagen se calculan mediante la ecuación fundamental de las lentes delgadas y la del aumento lateral:

$$\text{Lente convergente: } \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad ; \quad \frac{1}{s'} - \frac{1}{-25 \text{ cm}} = \frac{1}{40 \text{ cm}} \quad ; \quad s' = -67 \text{ cm}$$

$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \quad ; \quad \frac{y'}{2 \text{ cm}} = \frac{-67 \text{ cm}}{-25 \text{ cm}} \quad ; \quad y' = 5,3 \text{ cm}$$

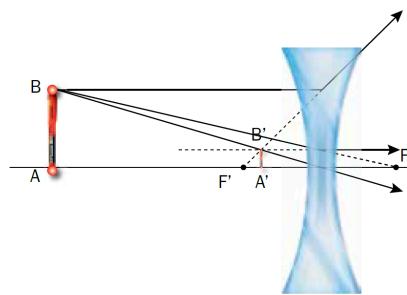
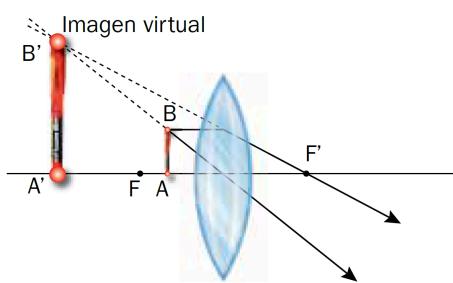
$$\text{Lente divergente: } \frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad ; \quad \frac{1}{s'} - \frac{1}{-25 \text{ cm}} = \frac{1}{-40 \text{ cm}} \quad ; \quad s' = -15 \text{ cm}$$

$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \quad ; \quad \frac{y'}{2 \text{ cm}} = \frac{-15 \text{ cm}}{-25 \text{ cm}} \quad ; \quad y' = 1,2 \text{ cm}.$$

La imagen es virtual, está derecha y es mayor que el objeto cuando la lente es convergente y menor cuando es divergente.

b) Construye la imagen gráficamente en ambos casos y compara los resultados.

9 Óptica geométrica. Espejos y lentes



17. Determina la distancia focal de una lente biconvexa delgada de índice de refracción $n = 1,5$ y cuyos radios de curvatura son 5 y 4 cm, respectivamente. Si se sitúa un objeto de 8 mm delante de la lente, a 10 cm de la misma, ¿cuáles son las características de la imagen que se forma?

La distancia focal imagen es la siguiente:

$$\frac{1}{f'} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = (1,5 - 1) \left(\frac{1}{5 \text{ cm}} - \frac{1}{-4 \text{ cm}} \right)$$

$$f' \approx 4,4 \text{ cm.}$$

Posición y tamaño de la imagen:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad ; \quad \frac{1}{s'} - \frac{1}{-10 \text{ cm}} \approx \frac{1}{4,4 \text{ cm}}$$

$$s' = 8 \text{ cm}$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \quad ; \quad \frac{y'}{8 \text{ mm}} = \frac{8 \text{ cm}}{-10 \text{ cm}}$$

$$y' = -6,4 \text{ mm.}$$

La imagen es real, está invertida y es de menor tamaño que el objeto.

18. ¿A qué distancia de una lente delgada de 5,0 dioptrías hay que colocar un objeto para obtener de él una imagen virtual de tamaño doble?

Como la potencia de la lente es positiva, y además la imagen es virtual y de mayor tamaño que el objeto, la lente es convergente, y el objeto debe estar situado dentro de la distancia focal de la lente. Por tanto, la imagen estará derecha.

$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = 2 \quad ; \quad y' = 2y \quad ; \quad s' = 2s$$

La distancia objeto se obtiene a partir de la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

9 Óptica geométrica. Espejos y lentes

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} = P \quad ; \quad \frac{1}{2s} - \frac{1}{s} = P$$
$$s = \frac{-1}{2P} = \frac{-1}{2 \times 5,0 \text{ m}^{-1}} = -0,10 \text{ m} = -10 \text{ cm.}$$

En efecto, el objeto está situado entre el foco objeto y la lente, pues la distancia focal de la lente es:

$$P = \frac{1}{f'} \quad ; \quad f' = \frac{1}{5,0 \text{ m}^{-1}} = 0,20 \text{ m} = 20 \text{ cm.}$$

19. Un objeto luminoso está situado a 4 m de distancia de una pantalla. Entre el objeto y la pantalla se coloca una lente esférica delgada, de distancia focal desconocida, que produce sobre la pantalla una imagen tres veces mayor que el objeto.

a) Determina la naturaleza de la lente, así como su posición respecto del objeto y de la pantalla.

La imagen es real, ya que se recoge sobre una pantalla y además es de mayor tamaño que el objeto; por tanto, la lente es convergente y la imagen ha de estar invertida.

Como la imagen es tres veces mayor que el objeto y está invertida: $s' = -3s$.

La distancia del objeto a la imagen son 4 m: $|s'| + |s| = |-3s| + |s| = 4 \text{ m}$; $|s| = 1 \text{ m}$.

Por tanto, la lente está situada a 1 m del objeto y a 3 m de la pantalla.

b) Calcula la distancia focal y la potencia de la lente, y efectúa la construcción geométrica de la imagen.

La distancia focal imagen se obtiene a partir de la ecuación fundamental de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad ; \quad \frac{1}{3 \text{ m}} - \frac{1}{-1 \text{ m}} = \frac{1}{f'}$$

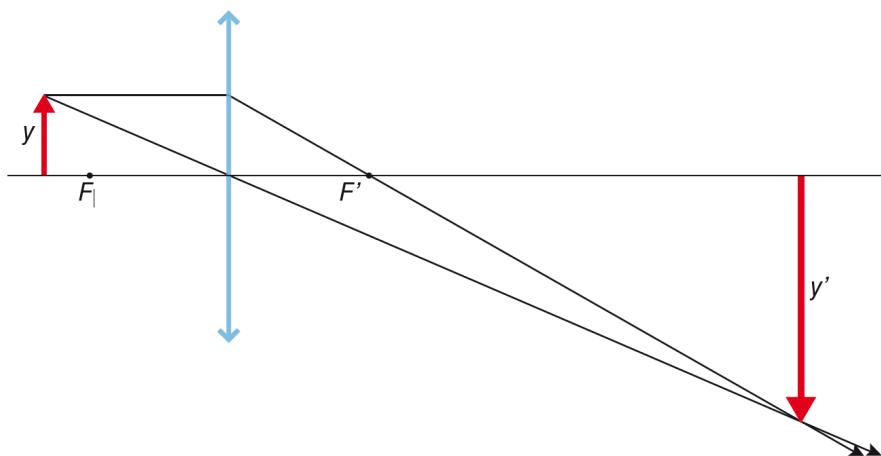
$$f' = 0,75 \text{ m} = 75 \text{ cm.}$$

Potencia de la lente:

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0,75 \text{ m}} \approx 1,3 \text{ D.}$$

La construcción geométrica es semejante a la de la figura:

9 Óptica geométrica. Espejos y lentes



20. Un proyector de diapositivas produce una imagen nítida sobre una pantalla colocada a 5 m del proyector. Sabiendo que la diapositiva está colocada a 2 cm de la lente del proyector, calcula la potencia de la lente y el aumento lateral conseguido.

La imagen es real, puesto que se recoge en una pantalla; por tanto, la lente del proyector es convergente y su potencia es positiva.

La ecuación general de las lentes delgadas permite calcular la potencia de la lente:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} = P \quad ; \quad P = \frac{1}{5 \text{ m}} - \frac{1}{-0,02 \text{ m}} \quad ; \quad P = 50 \text{ D.}$$

El aumento lateral es:

$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} = \frac{5 \text{ m}}{-0,02 \text{ m}} = -250.$$

La imagen está invertida (signo negativo del aumento lateral) y su tamaño es 250 veces mayor que el objeto.

21. Una lente convergente forma una imagen derecha y de tamaño doble de un objeto real. Si la imagen queda a 60 cm de la lente, ¿cuál es la distancia del objeto a la lente y la distancia focal de la lente?

Como la imagen está derecha, es virtual y la distancia imagen es negativa: $s' = -60 \text{ cm}$.

La imagen es de tamaño doble que el objeto: $s' = 2 s$.

El objeto está situado 30 cm delante de la lente.

La distancia focal es:

9 Óptica geométrica. Espejos y lentes

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad ; \quad \frac{1}{-60 \text{ cm}} - \frac{1}{-30 \text{ cm}} = \frac{1}{f'} \quad ; \quad f' = 60 \text{ cm.}$$

22. ¿Cuál es la potencia de un sistema óptico formado por una lente divergente de 3,5 dioptras en contacto con otra convergente de 1,3 dioptras? ¿Cuál es la distancia focal imagen del sistema?

En una lente convergente la potencia es positiva y en una lente divergente es negativa; por tanto:

$$P = P_1 + P_2 = (-3,5 \text{ D}) + 1,3 \text{ D} = -2,2 \text{ D.}$$

$$P = \frac{1}{f'} \quad ; \quad f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{-2,2 \text{ m}^{-1}} \otimes -0,45 \text{ m} = -45 \text{ cm.}$$

Óptica del ojo humano

23. ¿Qué defectos tienen los ojos de una persona a la que el oftalmólogo graduó así?

	Esférico	Cilíndrico
Ojo derecho	-2,5	-0,75
Ojo izquierdo	-3,75	-0,50

Miopía (porque usa lentes esféricas con potencia negativa) y astigmatismo (porque usa lentes cilíndricas).

24. ¿Qué lentes correctoras deben utilizarse para corregir la hipermetropía de un ojo cuyo punto próximo está situado a 1,4 m? El punto próximo de una persona con visión normal es 25 cm.

Precisa una lente que, de un objeto situado a 25 cm, forme la imagen a una distancia de 1,4 m.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} = P = \frac{1}{-1,4 \text{ m}} - \frac{1}{-0,25 \text{ m}} \otimes 3,3 \text{ D.}$$

25. Calcula la potencia de la lente utilizada para corregir la miopía de un ojo cuyo punto remoto está situado a 40 cm.

9 Óptica geométrica. Espejos y lentes

La imagen de los objetos situados en el infinito debe formarse a 40 cm del ojo; por tanto, de acuerdo con el convenio de signos:

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} = \frac{1}{-40 \text{ cm}} - \frac{1}{-\infty} ; \quad f' = -40 \text{ cm} ; \quad P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{-0,40 \text{ m}} = -2,5 \text{ D.}$$

26. El ojo normal se asemeja a un sistema óptico formado por una lente convergente (el cristalino) de +15 mm de distancia focal. La imagen de un objeto lejano (en el infinito) se forma sobre la retina. Calcula:

a) La distancia entre la retina y el cristalino.

La imagen de un objeto situado en el infinito se forma en el foco imagen; por tanto, la distancia entre la retina y el cristalino es la distancia focal: 15 mm.

b) La altura de la imagen de un árbol de 16 m de altura, que está a 100 m del ojo.

La altura de la imagen se obtiene a partir del aumento lateral:

$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} ; \quad \frac{y'}{16 \text{ m}} = \frac{0,015 \text{ m}}{-100 \text{ m}} ; \quad y' = -2,4 \text{ mm.}$$

Aplica lo aprendido

27. Un panel solar de 1 m² de superficie posee lentes de 17,6 cm de distancia focal para concentrar la luz en las células fotovoltaicas, hechas de silicio. En un momento determinado la radiación solar incide con una intensidad de 1000 W/m². Calcula la potencia de las lentes y el número de fotones que inciden sobre el panel durante 1 minuto.

Dato: $f = 5,00 \times 10^{14}$ Hz.

Las lentes son convergentes por lo que la potencia es:

$$P = \frac{1}{f'} = \frac{1}{0,176 \text{ m}} \approx 5,68 \text{ D.}$$

La energía de un fotón es: $E = h f = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J s} \times 5,00 \times 10^{14} \text{ Hz} = 3,31 \times 10^{-19} \text{ J.}$

En 1 minuto llega al panel una energía:

$$E = I S t = 1000 \text{ W m}^{-2} \times 1 \text{ m}^2 \times 60 \text{ s} = 60 \times 10^3 \text{ J.}$$

Número de fotones:

$$N = 60 \times 10^3 \text{ J} / 3,31 \times 10^{-19} \text{ J} \approx 1,81 \times 10^{23} \text{ fotones.}$$

9 Óptica geométrica. Espejos y lentes

28. Un espejo esférico convexo, que actúa de retrovisor de un automóvil parado, proporciona una imagen virtual de un vehículo que se aproxima con velocidad constante. El tamaño de la imagen es 1/20 del tamaño real del vehículo cuando este se encuentra a 10 m del espejo. Calcula:

a) El radio de curvatura del espejo.

$$\frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \quad ; \quad \frac{1}{20} = -\frac{s'}{-10 \text{ m}} \quad ; \quad s' = 0,50 \text{ m}$$
$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{R} \quad ; \quad \frac{1}{0,5 \text{ m}} + \frac{1}{-10 \text{ m}} = \frac{2}{R} \quad ; \quad R = 1,05 \text{ m.}$$

b) La posición de la imagen formada.

$$s' = 0,50 \text{ m.}$$

c) Si dos segundos después la imagen observada en el espejo se ha duplicado, ¿a qué distancia del espejo se encuentra ahora el vehículo?

c) Si la imagen se duplica:

$$M_L = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} = \frac{1}{10} \quad ; \quad \frac{1}{10} = -\frac{s'}{s} \quad ; \quad \frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{R} \quad ; \quad -\frac{1}{s} + \frac{1}{s} = \frac{2}{R}$$
$$\frac{-9}{s} = \frac{2}{R} \quad ; \quad s = \frac{-9 R}{2} = \frac{-9 \times 1,05 \text{ m}}{2} = -4,7 \text{ m.}$$

d) ¿Cuál es la velocidad del vehículo?

$$v = \frac{e}{t} = \frac{10 \text{ m} - 4,7 \text{ m}}{2 \text{ s}} = 2,6 \text{ m s}^{-1}.$$

29. ¿Qué tamaño tiene la imagen de la Luna observada mediante una lente convergente de distancia focal igual a 40 cm? Datos: diámetro de la Luna; $d_L = 3640 \text{ km}$; distancia de la Luna a la Tierra; $d_{T-L} = 380 000 \text{ km}$.

La imagen de la Luna se forma en el foco imagen:

$$M_L = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s} \quad ; \quad \frac{y'}{3640 \text{ km}} = \frac{4 \times 10^{-4} \text{ km}}{3,8 \times 10^5 \text{ km}} \quad ; \quad y = 3,8 \times 10^{-6} \text{ km} = 3,8 \text{ mm.}$$

30. Una de las lentes de las gafas de un miope tiene $-4,0 \text{ D}$ de potencia.

a) Calcula la distancia focal imagen de la lente.

$$P = \frac{1}{f'} \quad ; \quad f' = \frac{1}{P} = \frac{1}{-4,0 \text{ m}^{-1}} = -0,25 \text{ m} = -25 \text{ cm.}$$

9 Óptica geométrica. Espejos y lentes

b) Determina el índice de refracción del material que forma la lente sabiendo que la velocidad de la luz en su interior es el 65 % de la velocidad en el vacío.

$$n = \frac{c}{v} = \frac{c}{\frac{65}{100}c} = \frac{100}{65} \approx 1,54.$$

c) Halla la posición de la imagen virtual vista a través de la lente de un objeto situado a 2,0 m de la lente.

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad ; \quad \frac{1}{s'} - \frac{1}{-2,0 \text{ m}} = \frac{1}{-0,25 \text{ m}} \quad ; \quad s' \approx -0,22 \text{ m} = -22 \text{ cm}.$$

31. Un sistema óptico centrado está formado por dos lentes delgadas convergentes de igual distancia focal ($f' = 10 \text{ cm}$) separadas 40 cm. Un objeto de 1 cm de altura se coloca delante de la primera lente a una distancia de 15 cm, perpendicularmente al eje óptico. Determina:

a) La posición, el tamaño y la naturaleza de la imagen formada por la primera lente.

La posición de la imagen formada por la primera lente se obtiene a partir de la ecuación general de las lentes delgadas:

$$\frac{1}{s'_1} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f'_1} \quad ; \quad \frac{1}{s'_1} - \frac{1}{-15 \text{ cm}} = \frac{1}{10 \text{ cm}} \quad ; \quad s'_1 = 30 \text{ cm}.$$

Como esta distancia imagen es positiva, la imagen intermedia es real. El tamaño de esta imagen se obtiene a partir de la ecuación del aumento lateral:

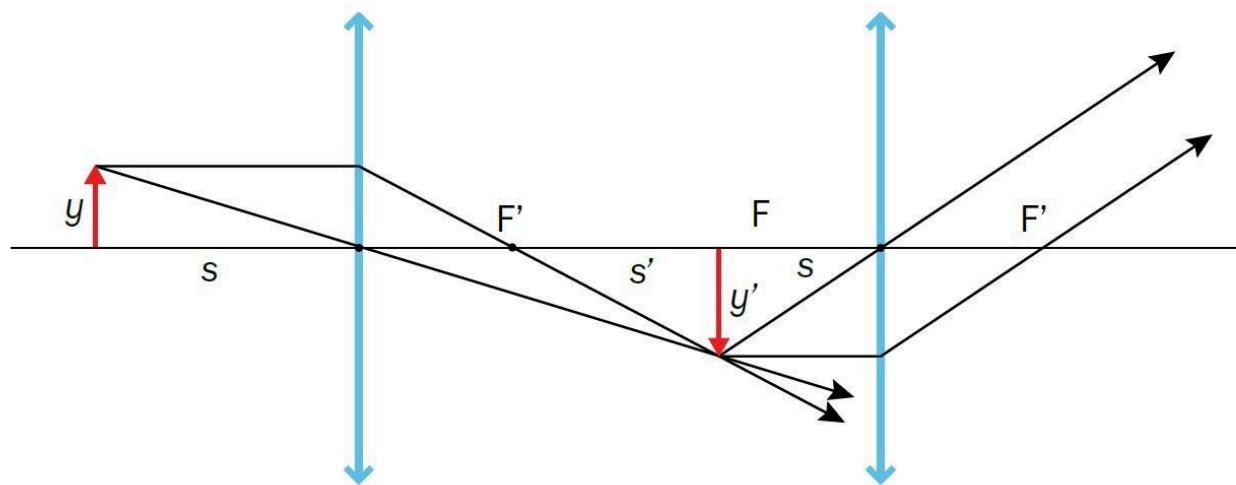
$$M_L = \frac{y'_1}{y_1} = \frac{s'_1}{s_1} \quad ; \quad \frac{y'_1}{1 \text{ cm}} = \frac{30 \text{ cm}}{-15 \text{ cm}} \quad ; \quad y'_1 = -2 \text{ cm}.$$

El signo negativo indica que la imagen está invertida. Su tamaño es mayor que el del objeto.

b) La posición de la imagen final del sistema, efectuando su construcción gráfica.

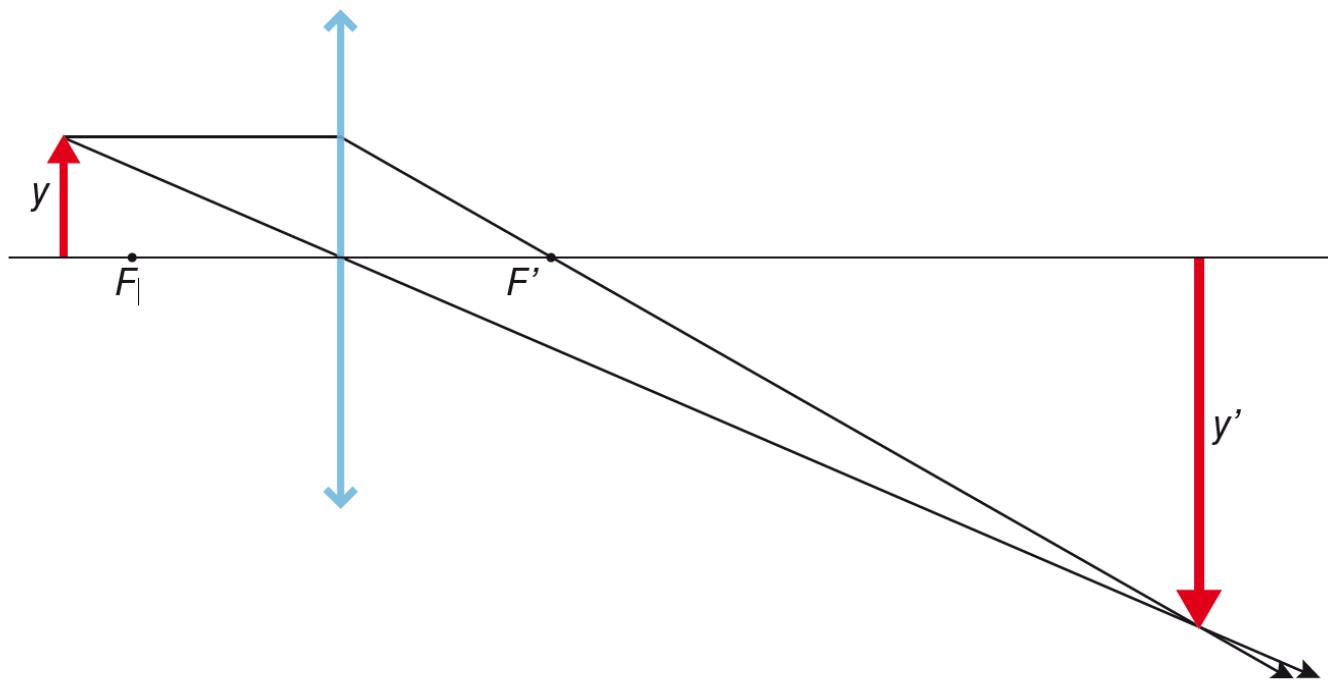
Como la distancia entre ambas lentes es de 40 cm y la imagen intermedia se forma 30 cm a la derecha de la primera lente, la imagen intermedia está situada a 10 cm de la segunda lente, es decir, en el plano focal objeto de esta lente. Por tanto, la imagen final se formará en el infinito.

9 Óptica geométrica. Espejos y lentes



32. Construye la imagen de un objeto situado a una distancia entre f y $2f$ de una lente convergente y de un espejo cóncavo.

Lente convergente:



Espejo cóncavo:

9 Óptica geométrica. Espejos y lentes

