

على المترشح ان يختار أحد الموضوعين التاليين
الموضوع الاول

التمرين الأول (نقط 04,5) :

1. حل في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة :

$$(z^2 + 4)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4) = 0$$

2. المستوي منسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o; u, v)$

لتكن A, B, C, D ،نقط من المستوي لواحقها على الترتيب

$$z_D = -\sqrt{3} - i, \quad z_C = 2i, \quad z_B = \sqrt{3} + i, \quad z_A = \sqrt{3} - i$$

- تحقق أن النقط A, B, C, D تنتمي إلى نفس الدائرة حدد مركزها ونصف قطرها

$$\frac{z_A - z_B}{z_C - z_B}$$

- أحسب $z_C - z_B$ ثم إستنتج طبيعة المثلث ABC ، أحسب مساحته.

$$L = \frac{z - z_A}{z - z_C}$$

- فسر هندسيا طولية و عمدة العدد المركب L حيث :

- عين مجموعة النقط $M(z)$ بحيث يكون L عددا تخيليا صرفا موجبا تماما

3. اثبت أنه يوجد تشابه مباشر S يحول النقطة O الى A و يحول النقطة C الى D معيننا عناصره المميزة.

- تحقق أن $S(B) = C$

- لتكن E صورة النقطة A بالتشابه S ، ما هي مساحة المثلث ECD ؟

التمرين الثاني (4 نقط) :

الفضاء منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; i, j, k)$ نعتبر النقط $A(1, -1, 4), B(7, -1, -2), C(1, 5, -2)$

1 (أ)- بين أن المثلث ABC متقايس الاضلاع

(ب)-بين أن الشعاع $\vec{n}(1, 1, 1)$ شعاع ناظمي للمستوي (ABC) , إستنتج معادلة ديكارتية له

$$\begin{cases} x = -2t \\ y = -2 - 2t \\ z = -3 - 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

2- (Δ) مستقيم تمثيله الوسيطى:

(أ)- بين أن (Δ) عمودي على (ABC) ثم عين إحداثيي النقطة G نقطة تقاطعهما

(ب)- بين أن G مركز ثقل المثلث ABC

3- (S) سطح الكرة التي مركزها G وتشمل النقطة A

(1) - أكتب معادلة (S)

(2) - أدرس الوضع النسبي لـ (S) و (Δ)

$$\begin{cases} u_0 = 11 \\ u_{n+1} = \frac{1}{10}u_n + 9 \end{cases}$$

التمرين الثالث (04 نقط) : نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بـ :

1- أحسب u_1

- اثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} < u_n$ و $u_n > 10$ ، ماذا تستنتج ؟

$$v_n = \frac{1}{u_n - 10}$$

- نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = \frac{1}{u_n - 10}$

- بين أن المتتالية (v_n) متتالية هندسية حدد أساسها وحدها الأول

- أكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n

- أحسب بدلالة n المجموع : $s_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

2- عين أصغر عدد طبيعي n بحيث : $v_0 \times v_1 \times \dots \times v_n > 10^{21}$

التمرين الرابع (5, 07 نقط) :

(I) لتكن g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (1-x)e^x + 1$

(C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$

(1) بقراءة بيانية

- شكل جدول تغيرات الدالة g

- حل بيا نيا : $E[g(x)] = 1$ حيث E يرمز إلى الدالة الجزء الصحيح

(2) أ) بين المعادلة $g(x) = 0$ تقبل في المجال $]-\infty; 0]$ حلا وحيدا α

تحقق أن $1,2 < \alpha < 1,3$

(ب) عين إشارة $g(x)$ حسب قيم x

(3) أثبت أن $e^\alpha = \frac{1}{\alpha - 1}$

(4) أ) بإستعمال التكامل بالتجزئة عين دالة أصلية الدالة $x \mapsto (1-x)e^x$

(ب) أحسب المساحة $A(\alpha)$ الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_g)

والمستقيمات $x = 0$, $x = \alpha$, $y = 0$

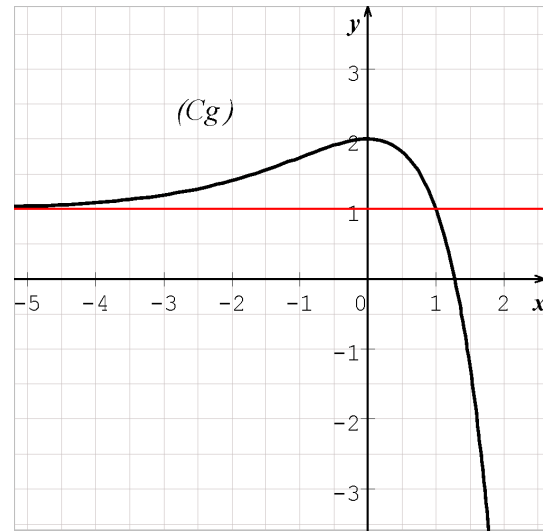
(ج) بين أن $A(\alpha) = \frac{-3\alpha + 4}{\alpha - 1} + \alpha$ ثم أحصر $A(\alpha)$

$$f(x) = \frac{x}{e^x + 1}$$

(II) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$. وحدة الطول 2 cm

(1) احسب كل من : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x]$ فسر النتيجة بيانيا .



- (2) اثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x إشارة $f'(x)$ هي نفس إشارة $g(x)$.
 -إستنتج تغيرات الدالة f وشكل جدول تغيراتها .
 - بين أن $0,2 < f(\alpha) < 0,3$
 (3) اكتب معادلة لمماس المنحني في النقطة ذات الفاصلة 0
 (4) - بين أن $f(-\alpha) = -1$ و أشئ (C_f) .
 - ناقش بيانها وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $x - e^{x+m} - e^m = 0$

صفحة 2 من 4

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقط)

- الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. نعتبر النقط $A(3; -2; 2)$ ، $B(6; 1; 5)$ ، $C(6; -2; -1)$
 1 (I) بين أن المثلث ABC قائم .
 (2) ليكن (P) المستوي الذي معادلته $x + y + z - 3 = 0$
 - بين أن (P) عمودي على المستقيم (AB) و يمر من النقطة A .
 (3) ليكن (P') المستوي العمودي على المستقيم (AC) و الذي يشمل A .
 - أكتب معادلة ديكرتية لـ (P')
 (4) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d) مستقيم تقاطع (P) و (P') .
 (II) لتكن D النقطة ذات الاحداثيات $(0; \alpha; \beta)$ ،
 - عين العددين الحقيقيين α و β حتى يكون المستقيم (AD) عموديا على المستوي (ABC) .
 - نضع الآن : $\alpha = 4$ و $\beta = -1$
 أحسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$

التمرين الثاني: (05 نقط)

- I - حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2 + 4z + 16 = 0$
 2 - في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{u}; \vec{v})$ لتكن النقط A, B, C, D حيث :
 $z_b = 3\sqrt{3} + 3i$ ، $z_c = 4e^{i\frac{\pi}{6}}$ ، $z_b = -2 - 2i\sqrt{3}$ ، $z_A = -2 + 2i\sqrt{3}$
 (أ) - أكتب z_c على الشكل الجبري
 (ب) - أكتب z_A ، z_B ، z_D على الشكل المثلثي
 (ج) - إستنتج أن النقط A, B, C تنتمي إلى دائرة حدد مركزها ونصف قطرها
 (د) - عين زاوية الدوران r الذي مركزه O ويحول A إلى B

$\frac{Z_D}{Z_A}$

- أكتب Z_A على الشكل الاسي وإستنتج نسبة وزاوية التشابه المباشر الذي مركزه O ويحول A إلى D

3- α عدد حقيقي و G_α مرجح الجملة $\{(A,1),(B,1),(C,e^\alpha)\}$

- بين أن I منتصف القطعة $[AB]$ حيث $IG_\alpha = \frac{e^\alpha}{e^\alpha + 2} IC$

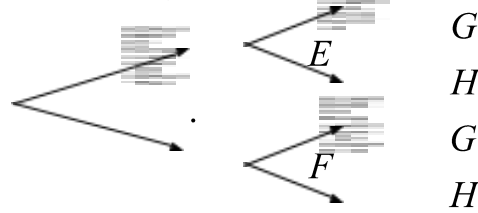
- بين أن $0 < \frac{e^\alpha}{e^\alpha + 2} < 1$ ثم إستنتج مجموعة النقط G_α عندما يتغير α في $\mathbb{R}$

صفحة 3 من 4

التمرين الثالث (03 نقط):

لكل سؤال من الاسئلة التالية جواب واحد صحيح فقط , عين الجواب الصحيح مع التبرير
(1) إذا كانت A و B حادثتين مستقلتين بحيث : $P(A) = 0,6$ و $P(B) = 0,3$ فإن:

أ) $P(A \cup B) = 0,9$ ب) $P(A \cap B) = 0,18$ ج) $P_A(B) = 0,4$



(2) نعتبر الشجرة المتوازنة المقابلة :

الاحتمال $P(F \cap H)$ يساوي:

أ) 0,63 ب) 0,75 ج) 0,84

x_i 1 2 4

p_i $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$

(3) يمثل الجدول المقابل قانون إحتمال لمتغير عشوائي X التباين لـ X هو :

أ) $\frac{3}{2}$ ب) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ ج) 2

التمرين الرابع (07 نقط):

(I) لتكن g الدالة المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ : $g(x) = x^2 + 3 - 2\ln x$

1- أدرس إنجاه تغير الدالة g

2- بين انه من لكل x من $]0, +\infty[$: $g(x) \geq 4$

(II) لتكن f الدالة المعرفة على $]0, +\infty[$ بـ : $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2x} + \frac{\ln x}{x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(o; \vec{i}, \vec{j})$.

1- بين أن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)}{2x^2}$ ب- شكل جدول تغيرات الدالة f

3- أحسب $f(2)$ ثم حل المتراجحة : $\frac{1}{2}x - \frac{1}{2x} + \frac{\ln x}{x} < \frac{3}{4} + \frac{\ln 2}{2}$

- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مقارب مائل (Δ) أوجده ثم أدرس الوضع النسبي لـ (Δ) و (C_f) - أحسب $f(1)$ ثم أنشئ (C_f)

3- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا وحيدا (T) يشمل المبدأ O ، جد معادلة له - ناقش بيانيا حسب قيم m عدد حلول المعادلة : $f(x) = mx$

4- بين أن $\int_{\sqrt{e}}^e (\frac{-1}{2x} + \frac{\ln x}{x}) dx = \frac{1}{8}$

-إستنتج المساحة A الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات $y = \frac{1}{2}x$, $x = \sqrt{e}$, $x = e$