

SESSION DE 1999

Filière MP

EPREUVE DE PHYSIQUE I

Durée : 3 heures

L'usage de la calculatrice est autorisée

L'objet de ce problème est l'étude de quelques caractéristiques de la planète terre. Il comporte trois parties indépendantes notées **A, B, C**.

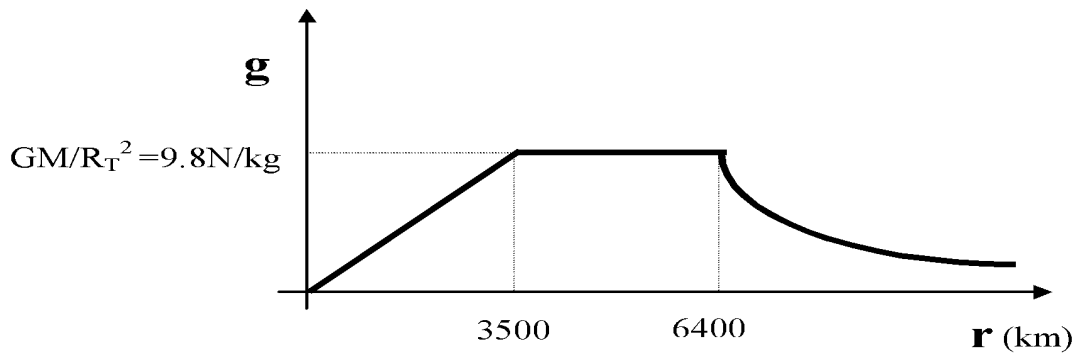
A. ETUDE DE LA FORME DE LA TERRE.(8 points)

Dans une première partie nous supposons que la distribution de masse est à symétrie sphérique afin de déterminer le champ de gravitation et le champ de pression interne de la terre (dans cette partie nous ne tiendrons pas compte de la rotation de la terre sur elle même). Ensuite nous chercherons les modifications dues à la rotation propre de la terre sur sa surface externe. Pour cela on admettra qu'en première approximation, on peut trouver la forme de la terre en considérant qu'étant donné sa taille elle est le siège de contraintes internes si fortes qu'elle se comporte comme un corps fluide.

Etude du champ de gravitation et de pression en un point intérieur à la terre

- A. 1. 1. -** Enoncer le théorème de Gauss pour le champ de gravitation $\mathbf{g}$ crée par une distribution de masses. G est la constante de gravitation universelle.
- A. 1. 2 -** La Terre est supposée sphérique et homogène de masse M . Donner les caractères du champ de gravitation en un point intérieur et extérieur à la Terre en précisant les méthodes utilisées.
- A. 1. 3. -** Exprimer le résultat en fonction de $g_0(r=R_T)$, R_T et r , et représenter graphiquement $g(r)$ en fonction de r .
- A. 1. 4.** En réalité la masse volumique de la terre n'est pas constante et les variations du champ de gravitation en fonction de r peuvent être modélisées par la courbe suivante :

Tournez la page S.V.P.



Déterminer la masse volumique μ en un point M quelconque de la terre en fonction de r et des données numériques figurant à la fin du problème.

Faire l'application numérique.

A. 2. On se propose d'étudier la pression en un point quelconque intérieur à la Terre, en adoptant le modèle simplifié suivant lequel la Terre est un astre fluide homogène et en négligeant les effets de la rotation de la Terre sur elle-même et l'influence des autres astres.

A. 2. 1. - Détermine la pression à une distance r du centre de la Terre en fonction de M , G et r puis de g_0 , R_T et r .

A. N. Calculer la pression au centre de la Terre.

A. 2. 2. - En réalité la pression au centre de la Terre est $P_0 = 3,5 \cdot 10^{11}$ Pa. Peut-on expliquer cette différence en considérant que la terre n'est plus homogène mais que μ a la valeur calculée dans la question **A. 1. 4.** (faire le calcul et l'application numérique)

Forme de la terre.

Pour tenter de voir l'influence de la rotation de la Terre sur sa propre forme, on adopte le modèle suivant : La déformation de la Terre, liée à sa rotation sur elle-même, est suffisamment petite pour admettre que le champ de gravitation en un point M situé à la distance r du centre O reste celui de la Terre sphérique et homogène.

A. 3. 1. - Indiquer clairement sur un dessin les référentiels héliocentrique, terrestre et géocentrique.

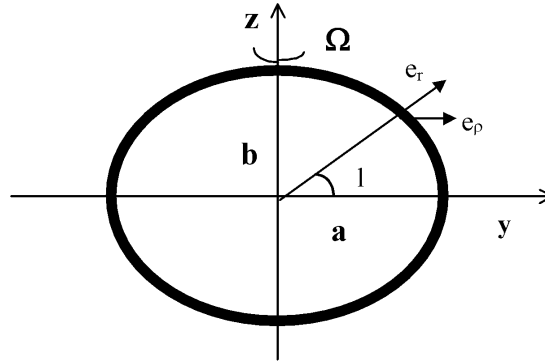
A. 3. 2. - Quel est dans le référentiel géocentrique la période de rotation de la Terre sur elle-même ? Pourquoi diffère-t-elle légèrement de 1 jour ? Calculer la vitesse de rotation de la terre Ω dans ce référentiel.

A. 4. . On admettra pour la suite des calculs que l'on peut considérer le référentiel géocentrique comme galiléen et on se placera dans un référentiel terrestre.

A. 4. 1. Dans le référentiel terrestre, quelles sont les forces agissant en un point M de la terre situé à la distance r du centre et à la latitude l ?

A. 4. 2. Appliquer le principe fondamental de la dynamique au point M et déterminer la pression P en fonction de r et de l . On appellera P_0 la pression au centre de la terre. Soit P_a la pression atmosphérique en tout point de la surface terrestre. Montrer, en utilisant les

coordonnées cartésiennes, que la ligne isobare à la surface de la Terre dans le plan yOz est une ellipse d'équation:



- A. 4. 3.** Déterminer littéralement a et b en fonction de P_0 . Déterminer $a-b=e$ et évaluer e en fonction de R_T , g_0 et la vitesse de rotation de la terre sur elle même

B. ETUDE DE LA TEMPÉRATURE DE LA SURFACE DE LA TERRE.(5 points)

Dans cette partie on détermine d'abord la température qu'aurait la terre si celle ci résultait seulement de l'équilibre entre la puissance reçue du soleil et celle rayonnée dans l'espace par la terre On considérera que les températures des surfaces de la terre et du soleil sont uniformes.

- B. 1. 1.** - Calculer la puissance P_{Soleil} rayonnée par le Soleil en fonction des données figurant à la fin du problème.

- B. 1. 2.-** En admettant que la température du Soleil soit stationnaire, d'où provient cette énergie? Déterminer la variation de masse du Soleil en 1 seconde.

- B. 1. 3.** - La terre ne reçoit qu'une petite fraction de la puissance rayonnée par le soleil. Sachant que le rayonnement solaire est émis de manière isotrope chercher :

le rapport de la puissance reçue par la Terre sur la puissance totale émise par le Soleil (on justifiera en s'appuyant sur un schéma clair).

- B. 1. 4.** - Quelle est la puissance totale reçue par la surface terrestre?

- B. 1. 5.** - Les observations spatiales montrent que la fraction du flux solaire diffusé ou réfléchi par la terre vers l'espace vaut en moyenne 30% et donc la puissance solaire absorbée par la terre ne représente que $y=70\%$ de celle qui est reçue. Quelle est la puissance absorbée par la terre ?

- B. 1. 6** On considère dans cette première partie que la température effective de la surface de la Terre T_T résulte d'un équilibre entre l'énergie du Soleil qu'elle absorbe et l'énergie qu'elle rayonne elle-même. Donner la température moyenne de la surface de la Terre sous la forme:

$$T_T = T_S * f(R_T, d, y)$$

Faire l'application numérique et commenter le résultat.

C. INFLUENCE D'AUTRES FACTEURS SUR LA TEMPÉRATURE DE LA SURFACE TERRESTRE (7 points)

La mesure de la température moyenne de la surface de la terre donne une valeur supérieure à celle qui vient d'être calculée. Plusieurs raisons permettent d'expliquer cette différence : l'effet de serre du à l'atmosphère et le flux géothermique issu de la terre.

- C. 1.** Expliquer qualitativement l'effet de serre. Quels sont les principaux gaz qui en sont à l'origine ?
- C. 2.** - On se propose d'étudier le flux géothermique et pour cela on admet que la température à l'intérieur de la terre est stationnaire et ne dépend que de la distance r à son centre.
- C. 2. 1.** Comment varierait la température à l'intérieur de la terre si celle-ci ne contenait aucune source d'énergie ?
- C. 2. 2.** En réalité il existe une puissance géothermique due à l'existence d'isotopes radioactifs de périodes très longues à l'intérieur de la terre. Ils se désintègrent en émettant des rayonnements dont les énergies se transforment en chaleur. Afin de mesurer ce flux, on réalise des forages à quelques centaines de mètres et on mesure le gradient de température : on trouve : $\partial T / \partial z = 30 \text{ K km}^{-1}$.
- C. 2. 2. 1** Comment peut on mesurer expérimentalement le gradient de température
- C. 2. 2. 2.** Quelle est le flux géothermique au niveau de la surface de la terre :
 - pour un mètre carré ?
 - pour toute la surface de la terre ?
- C. 2. 3.** On cherche la répartition des températures à l'intérieur de la croûte terrestre qui a une épaisseur $e = 33 \text{ km} \ll R = 6400 \text{ km}$, en admettant qu'elle ne contienne aucun élément radioactif et que le flux géothermique provienne des couches intérieures de la terre.
- C. 2. 3. 1-** Etablir avec soin l'équation différentielle de la température en un point quelconque intérieur à la croûte terrestre, à la profondeur z . On définira toutes les grandeurs intervenant dans les calculs.
- C. 2. 3. 2-** Déterminer la température en ce point connaissant la température T_T de la surface de la terre
 A.N : Déterminer la température à 33 km sous la surface du sol. ($T_T = 278 \text{ K}$).
- C. 3.** En réalité la température à 33 km sous la surface est seulement de 893 K En effet, une partie des radioéléments est uniformément répartie dans la croûte terrestre et produit une puissance radioactive p par unité de volume.
- C. 3. 1.** - Etablir avec soin l'équation différentielle de la température en un point quelconque intérieur à la croûte terrestre à la profondeur z en régime stationnaire en fonction de p , z et des données expérimentales.
- C. 3. 2.** - Déterminer la température en ce point en fonction de p , z et des données expérimentales.
- C. 3. 3.** Déterminer p et la puissance radioactive totale P_t dégagée dans la croûte terrestre.

C. 3. 4. En déduire le pourcentage de flux géothermique issu de la croûte terrestre.

Données numériques

vitesse de la lumière:	$c=3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
rayon du Soleil:	$R_s=700\,000 \text{ km}$
rayon de la Terre:	$R_T=6400 \text{ km}$
distance moyenne Terre-Soleil:	$d=150 \times 10^6 \text{ km}$
température du Soleil:	$T_s=5800 \text{ K}$
constante de Stéphan:	$\sigma=5,67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$
constante de gravitation universelle:	$G=6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 \text{ kg}^{-2}$
épaisseur de la croûte terrestre	$e=35 \text{ km}$
conductivité thermique de la croûte:	$\lambda=2,3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$
pression atmosphérique	$P_a=10^5 \text{ Pa}$
masse de la terre	$M=6 \times 10^{24} \text{ kg}$
coordonnées sphériques	$\text{div}(A(r) \mathbf{e}_r) = (1/r^2) \partial (r^2 A) / \partial r$
coordonnées sphériques	$\Delta(V(r)) = \partial^2 V / \partial r^2 + (2/r) \partial V / \partial r$