Μετατόπιση-διάστημα στην ο.κ.κ

Ένα μικρό σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση κέντρου Κ και ακτίνας R=10m με περίοδο T=10s.

Τη χρονική στιγμή t=0 το σώμα περνά από σημείο Α.

1)Να βρείτε τη σχέση που δίνει το μέτρο της μετατόπισης $|\Delta d|$ του σώματος συναρτήσει του χρόνου.

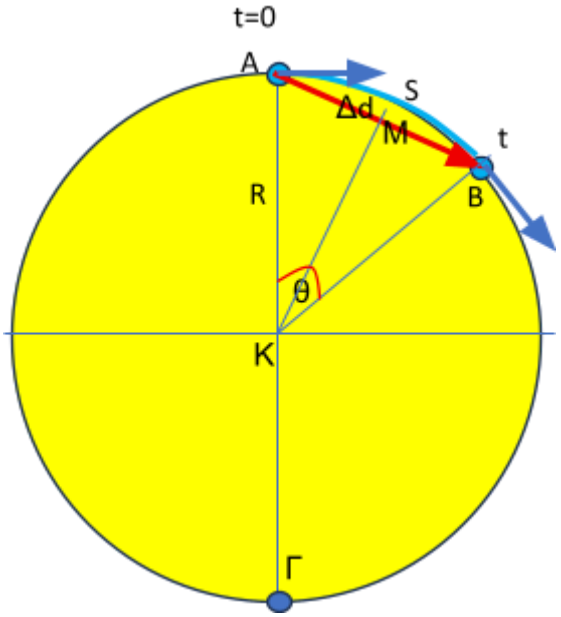
2)Να παραστήσετε γραφικά την προηγούμενη σχέση για μία περίοδο.

3)Να βρείτε την μετατόπιση τη στιγμή που το σώμα έχει διανύσει διάστημα S=15π m

4)Να βρείτε το διάστημα που έχει διανύσει το σώμα τη στιγμή που η μετατόπιση του είναι ίση με 10 m για 2η φορά.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

1)Θεωρώ το σώμα στη θέση Β μια τυχαία χρονική στιγμή t, όπου η μετατόπιση του $\overset{\omega}{AB}$ έχει μέτρο Δd , το δε διάστημα που διένυσε είναι S.

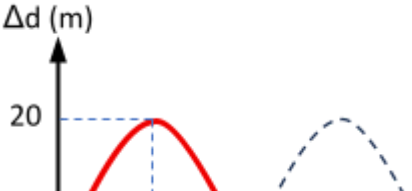


Στο ισοσκελές ΑΚΒ φέρω το ύψος ΚΜ που είναι επίσης διάμεσος και διχοτόμος . Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΑΜΚ έχουμε :

$$(AM)=(AK)\eta\mu\frac{\theta}{2}\Rightarrow\frac{\Delta d}{2}=R\eta\mu\frac{\theta}{2}\Rightarrow|\Delta d|=2R\left|\eta\mu\frac{\theta}{2}\right|\xrightarrow{\theta=\omega t=\frac{2\pi}{T}t}|\Delta d|=2R\left|\eta\mu\frac{\pi}{T}t\right|\Rightarrow$$

$$|\Delta d|=20\left|\eta\mu\frac{\pi}{10}t\right|(SI)$$

2)Θα παραστήσουμε γραφικά την:



$$|\Delta d| = 20\left|\eta\mu\frac{\pi}{10}t\right|(SI)$$

3)Το διάστημα που διανύει το σώμα αποτελεί τόξο μήκους:

$S = R\theta \Rightarrow 15\pi = 10\theta \Rightarrow \theta = 1{,}5\pi\ rad$ όπου θ η γωνία που διαγράφει η επιβατική ακτίνα που παρακολουθεί το κινητό.

Στο 1° ερώτημα είδαμε τη σχέση:

$$|\Delta d| = 2R\left|\eta\mu\frac{\theta}{2}\right| \xrightarrow{\theta=1{,}5\pi} |\Delta d| = 2R\left|\eta\mu\frac{1{,}5\pi}{2}\right| = 2R\left|\eta\mu 3\frac{\pi}{4}\right| \Rightarrow |\Delta d| = 20\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow |\Delta d| = 10\sqrt{2}m$$

4)Από τη σχέση:

$$|\Delta d| = 2R\left|\eta\mu\frac{\theta}{2}\right| \xrightarrow{\gamma\iota\alpha\ \Delta d=10} 10 = 20\left|\eta\mu\frac{\theta}{2}\right| \Rightarrow \left|\eta\mu\frac{\theta}{2}\right| = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{matrix}\frac{\theta}{2} = \frac{\pi}{6} \\ \frac{\theta}{2} = \frac{5\pi}{6}\end{matrix} \xrightarrow{2\eta\ \varphi o\rho} \frac{\theta}{2} = \frac{5\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{5\pi}{3}\ rad$$

Τότε: $S = R\cdot\theta \xrightarrow{\theta=5\pi/3} S = 10\frac{5\pi}{3}m \Rightarrow S = \frac{50\pi}{3}m$

Σχόλιο

Μπορούμε και γεωμετρικά με Πυθαγόρειο να απαντήσουμε στο 3°).

Παντελεήμων Παπαδάκης

05/10/2025