

Μετατόπιση-διάστημα στην ο.κ.κ

Ένα μικρό σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση κέντρου Κ και ακτίνας $R=10\text{m}$ με περίοδο $T=10\text{s}$.

Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα περνά από σημείο Α.

1) Να βρείτε τη σχέση που δίνει το μέτρο της μετατόπισης $|\Delta d|$ του σώματος συναρτήσει του χρόνου.

2) Να παραστήσετε γραφικά την προηγούμενη σχέση για μία περίοδο.

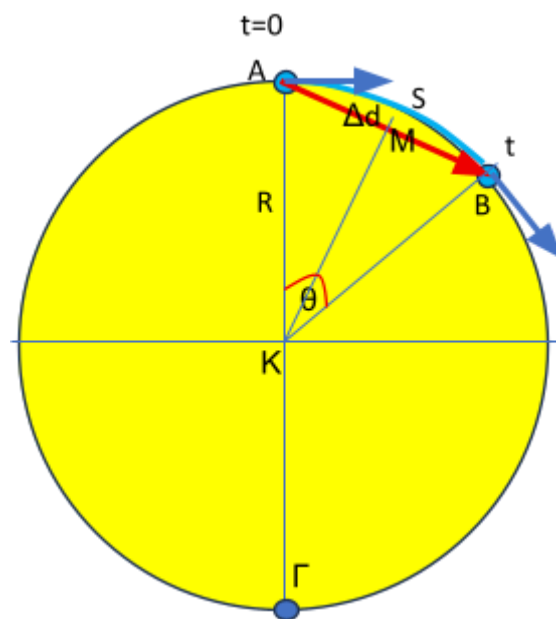
3) Να βρείτε την μετατόπιση τη στιγμή που το σώμα έχει διανύσει διάστημα $S=15\pi\text{ m}$

4) Να βρείτε το διάστημα που έχει διανύσει το σώμα τη στιγμή που η μετατόπιση του είναι ίση με 10 m για 2η φορά.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

1) Θεωρώ το σώμα στη θέση Β μια τυχαία χρονική στιγμή t , όπου η μετατόπιση του \overrightarrow{AB} έχει μέτρο Δd , το δε διάστημα που διένυσε είναι S .

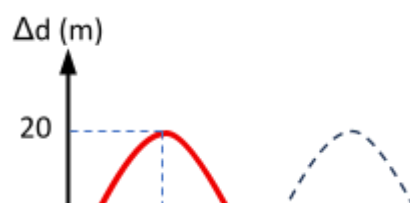
Στο ισοσκελές AKB φέρω το ύψος KM που είναι επίσης διάμεσος και διχοτόμος. Από το ορθογώνιο τρίγωνο AMK έχουμε :



$$(AM) = (AK)\eta\mu\frac{\theta}{2} \Rightarrow \frac{\Delta d}{2} = R\eta\mu\frac{\theta}{2} \Rightarrow |\Delta d| = 2R\left|\eta\mu\frac{\theta}{2}\right| \xrightarrow{\theta=\omega t=\frac{2\pi}{T}t} |\Delta d| = 2R\left|\eta\mu\frac{\pi}{T}t\right| \Rightarrow$$

$$|\Delta d| = 20\left|\eta\mu\frac{\pi}{10}t\right| (SI)$$

2) Θα παραστήσουμε γραφικά την:



$$|\Delta d| = 20 \left| \eta \mu \frac{\pi}{10} t \right| (SI)$$

3) Το διάστημα που διανύει το σώμα αποτελεί τόξο μήκους:

$S = R\theta \Rightarrow 15\pi = 10\theta \Rightarrow \theta = 1,5\pi \text{ rad}$ όπου θ η γωνία που διαγράφει η επιβατική ακτίνα που παρακολουθεί το κινητό.

Στο 1^ο ερώτημα είδαμε τη σχέση:

$$|\Delta d| = 2R \left| \eta \mu \frac{\theta}{2} \right| \xrightarrow{\theta=1,5\pi} |\Delta d| = 2R \left| \eta \mu \frac{1,5\pi}{2} \right| = 2R \left| \eta \mu 3 \frac{\pi}{4} \right| \Rightarrow |\Delta d| = 20 \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow |\Delta d| = 10\sqrt{2} m$$

4) Από τη σχέση:

$$|\Delta d| = 2R \left| \eta \mu \frac{\theta}{2} \right| \xrightarrow{\gamma \alpha \Delta d=10} 10 = 20 \left| \eta \mu \frac{\theta}{2} \right| \Rightarrow \left| \eta \mu \frac{\theta}{2} \right| = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{array}{l} \frac{\theta}{2} = \frac{\pi}{6} \\ \frac{\theta}{2} = \frac{5\pi}{6} \end{array} \xrightarrow{2\eta \text{ φορ}} \frac{\theta}{2} = \frac{5\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{5\pi}{3} \text{ rad}$$

Τότε: $S = R \cdot \theta \xrightarrow{\theta=5\pi/3} S = 10 \frac{5\pi}{3} m \Rightarrow S = \frac{50\pi}{3} m$

Σχόλιο

Μπορούμε και γεωμετρικά με Πυθαγόρειο να απαντήσουμε στο 3^ο).

Παντελεήμων Παπαδάκης
05/10/2025