

CONCOURS ICARE A

1999

Sujet de Physique 1

Filières ATS et TSI

Electrocinétique

Electromagnétisme

Thermodynamique

Optique

Le sujet se compose de trois problèmes indépendants.

Durée 4 h

Partie I : Etude d'un « doublet »

Mesure d'une distance focale (Méthode de Bessel)

Soient deux points A et A', séparés par une distance L, et situés sur l'axe optique d'une lentille mince convergente de distance focale f' telle que $L > 4.f'$. figure 1.1

- 1) Montrer qu'il existe deux positions O_1 et O_2 de la lentille que l'on déterminera telles que A et A' soient conjuguées.
- 2) La distance séparant ces deux positions est x. Exprimer f' en fonction de L et x.
Application numérique : $L = 1 \text{ m}$, $x = 20 \text{ cm}$.

- 3) Les incertitudes sur L et x sont $\Delta L = \Delta x = 1 \text{ mm}$. Calculer l'incertitude $\Delta f'$ sur f' .

On rappelle que la différentielle d'une fonction $f(x, y)$ est :
$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy$$

- 4) Comment peut-on utiliser cette méthode pour calculer la distance focale $f' < 0$ d'une lentille mince divergente sachant que l'on dispose d'un jeu de lentilles convergentes étalonnées ?

Etude du doublet

On considère un système optique constitué de deux lentilles minces convergentes L_1 et L_2 de distances focales respectives f_1' et f_2' , séparées par un intervalle $H = f_1' + \Delta + f_2'$ et dont les axes optiques sont confondus. On donne : $f_1' = 10 \text{ cm}$, $f_2' = 8 \text{ cm}$ et $\Delta = 2 \text{ cm}$. Figure 1.2

- 5) Trouver la position de l'image d'un objet situé à l'infini par ce système optique. Cette position sera donnée par rapport à la première lentille rencontrée, et suivant que cette lentille est :
 - a) la lentille L_1 . (image Φ')
 - b) la lentille L_2 . (image Φ)

Dans tout ce qui suit, la première lentille rencontrée par la lumière est L_1 .

- 6) Pour que l'image d'un point lumineux se forme à l'infini, où faut-il placer l'objet ?
- 7) Le soleil est considéré comme un disque lumineux situé à l'infini, son diamètre apparent étant $\alpha = 30'$.
 - a) représenter la marche des rayons lumineux à travers le doublet.
 - b) calculer la grandeur de son image.

Partie II : Etude d'un « moteur »

Préliminaires

1) On considère un système fermé. Qu'est-ce qu'un système fermé ?

Enoncer le premier principe de la thermodynamique pour un système fermé subissant une transformation quelconque l'amenant d'un état 1 à un état 2.

Que peut-on de plus écrire si cette transformation est quasistatique ?

Que traduit le premier principe de la thermodynamique ?

2) On considère un système fermé constitué par n moles d'un gaz parfait, pour lequel les capacités thermiques molaires à volume constant C_{Vm} et à pression constante C_{pm} sont constantes.

Rappeler l'expression de l'équation d'état de ce système.

Donner l'expression de la différentielle dU de l'énergie interne du système en fonction de la température.

3) Le système précédent subit une transformation isentropique.

Qu'est-ce qu'une transformation isentropique ?

Exprimer l'entropie $S(T,V)$ de ce système en posant $S_0=S(T_0,V_0)$ et retrouver l'équation d'une isentropique dans le diagramme de Clapeyron.

Etude du moteur

4) On considère un moteur à combustion interne en se limitant à l'étude de l'un de ses cylindres. Que signifie « combustion interne » ?

On donne sur la figure 2, la représentation graphique du cycle subit par le fluide en coordonnées de Clapeyron : V en abscisse et P en ordonnée.

Les différentes étapes du fluide sont les suivantes :

· M – A : admission de n moles d'air (assimilé à un gaz parfait) à la pression constante P_0 . En A, il y a fermeture de la soupape d'admission et le volume est alors égal à V_{MAX} .

· A – B : compression adiabatique et quasistatique de l'air. Dans l'état B, le volume est égal à V_{MIN} .

· B – C : le carburant est injecté dans le cylindre à partir de B. La température en B est suffisante pour que le mélange s'enflamme spontanément. Le taux d'injection est réglé de manière que la pression reste constante pendant la phase BC de la détente.

· C – D : On arrête l'injection en C et on laisse le mélange se détendre adiabatiquement et réversiblement selon CD.

· D – A : En D le piston est au point mort bas : on suppose un refroidissement isochore DA.

5) Ce moteur fonctionne-t-il avec de l'essence ou avec du gazole ? Justifier votre réponse.

On supposera que le nombre de mole n' de carburant injecté dans la phase BC est très petit devant n .

6) Soit Q_1 la quantité de chaleur échangée dans l'étape BC .
Exprimer Q_1 en fonction de T_B , et T_C . Préciser le signe de cette grandeur.

7) Soit, de la même manière, Q_2 , la quantité de chaleur échangée dans l'étape DA.
Exprimer Q_2 en fonction de T_A , et T_D . Préciser le signe de cette grandeur.

8) On note W le travail total échangé au cours du cycle **ABCD**.
Exprimer W en fonction de Q_1 et Q_2 .

9) Définir le rendement thermodynamique η du moteur. Exprimer η en fonction de Q_1 et Q_2 ,
puis en fonction de $\gamma = \frac{C_{pm}}{C_{vm}}$ et des températures T_A , T_B , T_C , et T_D .

10) On pose $\alpha = \frac{V_A}{V_B}$ et $\beta = \frac{V_D}{V_C}$ les rapports volumétriques de compression et de détente.

$$\eta = 1 - \frac{1}{\gamma} \frac{\alpha^{-\gamma} - \beta^{-\gamma}}{\alpha^{-1} - \beta^{-1}}$$

Montrer alors que η se met sous la forme :

Calculer η pour $\alpha = 20$, $\beta = 15$, et $\gamma = 1,4$.

11) En réalité, le véritable rendement est inférieur à celui calculé ; Expliquer pourquoi.

On envisage maintenant un moteur dont la cylindrée est égale à 2.0 litres.

- Tout se passe comme si on avait un seul cylindre, possédant la cylindrée

$$C_Y = V_{MAX} - V_{MIN}$$

- $\alpha = 20$, $\beta = 15$, et $\gamma = 1,4$ et $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}\text{mol}^{-1}$.

- L'air est admis en A à une température $T_A = 320 \text{ K}$ et sous la pression $P_A = 100 \text{ kPa}$.

12) Calculer les valeurs de V_{MAX} et V_{MIN} .

13) Calculer les températures T_B , T_C , et T_D , et en déduire le nombre de moles n' de carburant consommé par cycle, sachant que le pouvoir calorifique du carburant utilisé est égal à 4200 kJ par mole de carburant. Justifier le fait que $n' \ll n$.

14) Calculer la valeur de la puissance du moteur lorsque la vitesse de rotation du vilebrequin est égale 4000 tours par minute.

Utilisation de ce moteur

Ce moteur sert à faire fonctionner le compresseur d'une pompe à chaleur, qui fonctionne réversiblement (suivant un cycle de Carnot) entre une source froide (rivière) et une source chaude dont les températures respectives sont $T_2 = 278 \text{ K}$ et $T_1 = 300 \text{ K}$. On suppose les rendements mécaniques du moteur et du compresseur égaux à 1.

- 15) On appelle Q'_1 la quantité de chaleur apportée à la source chaude. Exprimer par application des deux premiers principes le travail que doit fournir le moteur en fonction de Q'_1 , T_1 , et T_2 .
- 16) Le volume à chauffer est $V = 300 \text{ m}^3$ et ne contient que de l'air assimilé à un gaz parfait. On désire augmenter la température de cet espace de 5°C . Combien de temps doit on faire fonctionner le moteur ? (la pression atmosphérique est $P_0 = 10^5 \text{ pa}$; $\gamma_{\text{air}} = 1,4$)
- 17) Si on avait brûlé directement le carburant nécessaire au moteur, quelle serait l'augmentation de température de cet habitacle ? Conclure.

Partie III : La ligne « bifilaire »

Préliminaires

- 1) Soit un conducteur parfait en équilibre électrostatique portant des charges électriques.
 - Que peut-on dire du champ électrique et du potentiel électrique à l'intérieur du conducteur ?
 - Où sont localisées les charges électriques du conducteur ? justifier.
- 2) Soit un système de deux conducteurs en influence électrostatique.
 - Que signifie « influence électrostatique » ?
 - Dans quel cas précis ce système est il un condensateur ? Qu'appelle t'on sa capacité ?

Etude d'une ligne bifilaire

- 3) Soit un conducteur cylindrique infini de rayon a portant des charges surfaiques uniformément réparties à raison de q_l coulomb par mètre de cylindre.

Ce cylindre est dans un milieu de permittivité ϵ_0 . figure 3.1

- a) Justifier par des raisons de symétrie, la direction du champ électrique $\vec{E}(M)$ existant en un point M extérieur au cylindre.
 - b) Exprimer ce champ en fonction de sa distance $r > a$ à l'axe du cylindre.
 - c) Exprimer de même le potentiel électrique $V(M)$ tel que $V(r_0) = 0$, $r_0 > a$ étant une distance arbitraire.
- 4) Une ligne bifilaire est formée de deux cylindres analogues au précédent dont les axes sont distants de $d \gg a$; les densités (par unité de longueur) de charge portées par ces cylindres sont respectivement $-q_l$ et q_l . figure 3.2.

- a) Exprimer le potentiel électrique $V(r_1, r_2)$ en un point M situé aux distances r_1 et r_2 des axes de chacun des cylindres et extérieur.
- b) En considérant les points A et B des deux cylindres, calculer les potentiels V_1 et V_2 des cylindres en fonction de q_1 , a , d , et ϵ_o . ($d \gg a$)
- c) En déduire la capacité linéique C de la ligne bifilaire (capacité d'un mètre de ligne).
- d) Application numérique : Calculer C : $a = 10^{-2}$ m, $d = 1$ m, $\epsilon_o = \frac{1}{36\pi \cdot 10^9}$.
- 5) En fait, pour une ligne bifilaire au voisinage du sol à une hauteur $h \gg a$, on admettra que le calcul du potentiel, en dehors des conducteurs et du sol (se comportant comme un conducteur parfait de potentiel nul), peut se faire en associant à la ligne réelle une ligne fictive symétrique par rapport au sol et portant des charges en vis-à-vis opposées à la ligne réelle. figure 3.3.
- a) Exprimer au point M situé aux distances respectives r_1, r_2, r'_1, r'_2 des axes de chacun des cylindres, le potentiel $V(r_1, r_2, r'_1, r'_2)$ créé par l'ensemble des quatre cylindres.
- b) En déduire les potentiels V_1 et V_2 des cylindres de la ligne réelle et calculer la capacité linéique C' de la ligne bifilaire en présence du sol.
- c) Application numérique : Calculer C' : $h = 5$ m ; conclure.
- 6) On revient à la situation du 4) et on repère le point M par ses coordonnées polaires r et θ ; l'axe polaire Ox étant porté par O_1O_2 , O étant le milieu de O_1O_2 . figure 3.4.
- $$V(r, \theta) = \frac{q_1 \cdot d}{2\pi \cdot \epsilon_0} \frac{\cos(\theta)}{r}$$
- Montrer que le potentiel en un point M est dans l'hypothèse où $d \ll r$. (on fera un développement limité à l'ordre 1 en d/r)
- 7) On superpose au champ créé par le dispositif précédent un champ uniforme $\vec{E}_0 = E_0 \cdot \vec{i}$ avec $E_0 > 0$ où $\vec{i}$ désigne le vecteur unitaire de l'axe Ox .
On suppose que ce champ uniforme crée un potentiel nul en O.
Exprimer le potentiel total $V(r, \theta)$ existant en M et montrer que l'équipotentielle $V = 0$ est formée d'un plan et d'un cylindre dont on précisera l'axe et le rayon R.
- Application numérique : $E_0 = 1000$ V.m⁻¹, $q_1 = 10^{-3}$ C.m⁻¹.
- 8) Exprimer le champ électrique résultant dans la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$. Tracer l'allure de quelques lignes de champ à l'extérieur du cylindre. Ne voit-on pas une analogie aérodynamique ?
- 9) Exprimer le champ électrique résultant dans la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ dans le cas où $\vec{E}_0 = -E_0 \cdot \vec{i}$. Tracer l'allure de quelques lignes de champ à l'extérieur du cylindre. Ne voit-on pas une analogie aérodynamique ?

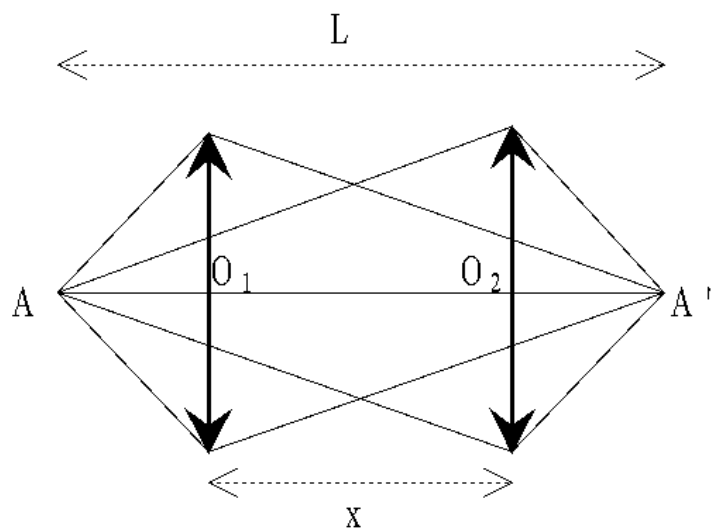


fig 1.1

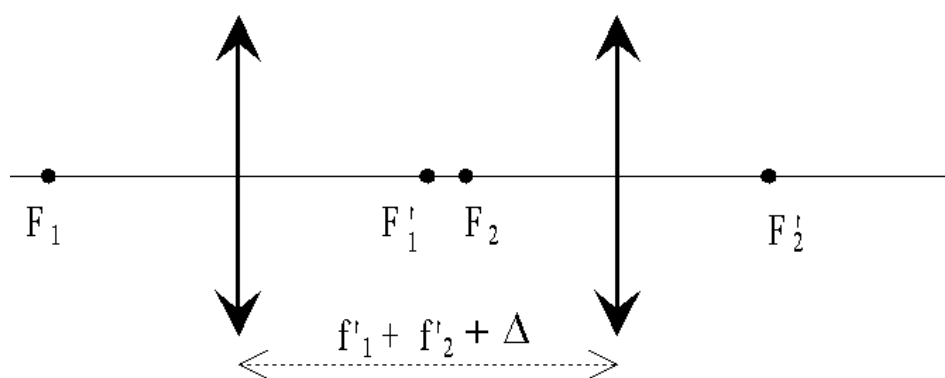


fig 1.2

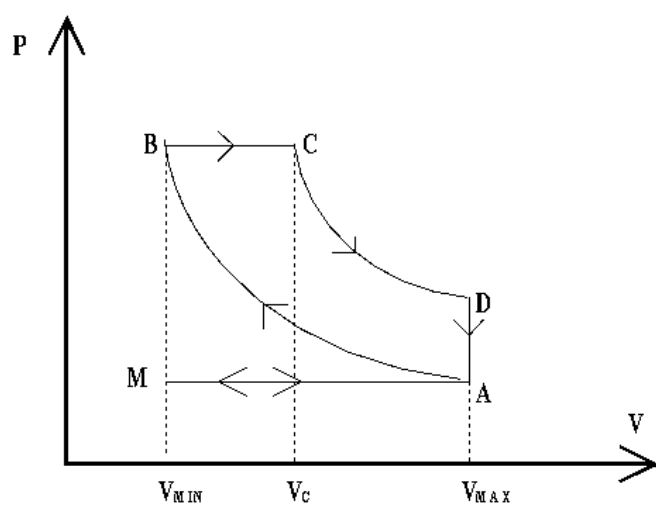


fig 2

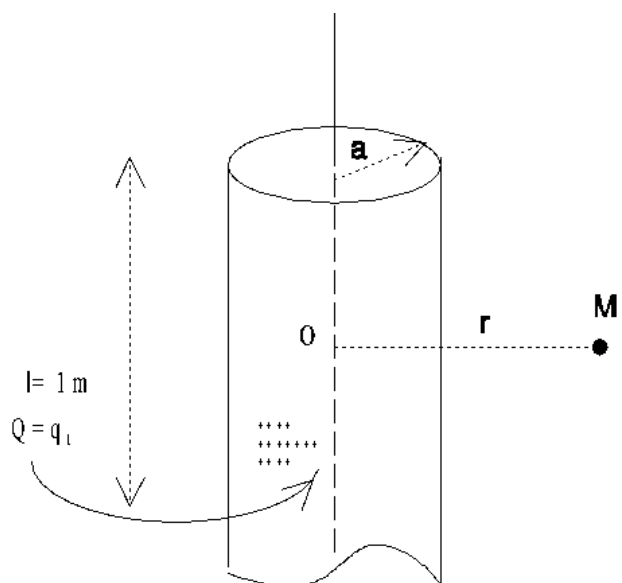


fig 3.1

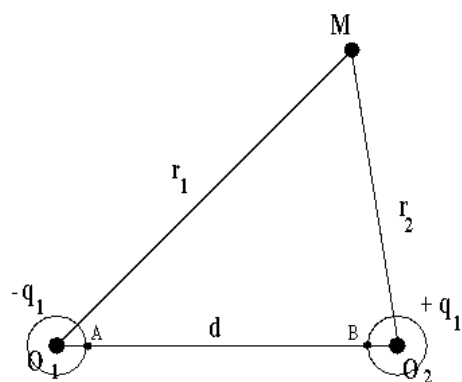


fig 3.2

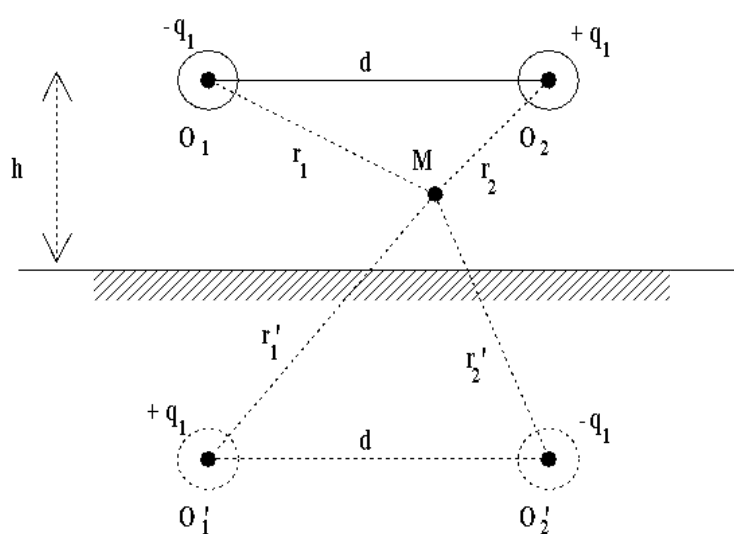


fig 3.3

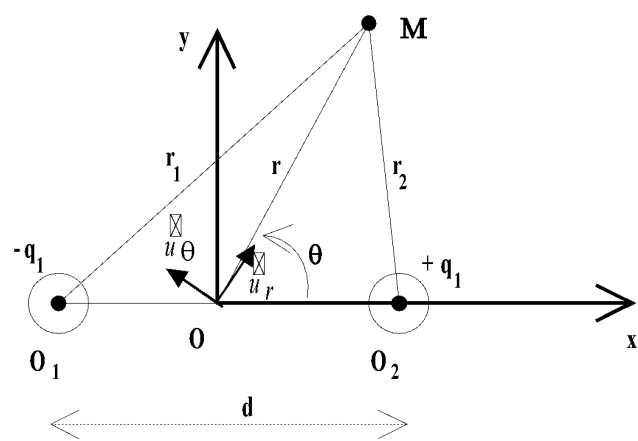


fig 3.4