

B) RÉSEAU D'INDICE

Les vecteurs sont en caractères gras.

Ce problème constitue une modélisation simple du fonctionnement de commutateurs optiques modernes. Seul l'aspect statique est abordé ici. Cependant, dans la pratique, ces commutateurs qui sont réalisés grâce des lasers impulsionsnels, ont des temps de réponse très courts comparés à ceux des commutateurs électroniques.

1 Superposition de deux ondes planes monochromatiques

Le faisceau d'un laser monochromatique ($\lambda_0 = 632,8 \text{ nm}$), polarisé rectilignement, traverse un dispositif optique permettant de retendre spatialement. Ainsi on dispose d'une onde de section de quelques cm^2 que l'on considérera comme plane et monochromatique. Ce faisceau laser se propage dans l'air.

1.1-a) Donner le schéma d'un dispositif optique permettant d'étendre spatialement le faisceau lumineux.

1.1-b) On le divise ensuite en deux faisceaux d'égale intensité. Donner le schéma d'un dispositif optique permettant d'obtenir cette division.

On désigne par $\mathbf{k}_1$, et $\mathbf{k}_2$ les vecteurs d'onde des deux faisceaux, dont le module dans l'air a pour valeur k_0 . Ces vecteurs d'onde sont contenus dans le plan Oxy et sont caractérisés par les angles $-\theta$ et θ comme indiqué Figure 1. Le champ électrique $\mathbf{E}$ de chacun des faisceaux est polarisé rectilignement suivant Oz et a pour amplitude E_0 . on fait interférer ces deux faisceaux dans un film de gélatine photosensible d'épaisseur e . Le film est considéré comme un milieu transparent d'indice $n_g = 1,5$. Les faces du film sont parallèles au plan Oyz, la normale étant l'axe Ox (Figure 1). Dans le film, les vecteurs d'onde des deux faisceaux, $\mathbf{k}'_1$ et $\mathbf{k}'_2$ sont caractérisés par les angles $-\alpha$ et α (voir Figure 1). On admet que les modules de $\mathbf{k}'_1$ et $\mathbf{k}'_2$ sont égaux à $n_g k_0$ et que les directions de polarisation de $\mathbf{E}$ se conservent au passage air-gélatine.

En tout point A de l'axe Oy, les vecteurs champ électrique des faisceaux 1 et 2 sont en phase. On néglige les pertes par réflexion sur les faces avant et arrière du film de gélatine. L'amplitude du champ électrique de chacun des deux faisceaux est de ce fait égale à E_0 à l'intérieur du film.

1.2- Donner dans le système d'axes Oxyz les expressions des composantes des vecteurs $\mathbf{k}'_1$ et $\mathbf{k}'_2$. Donner en un point M quelconque du film, les expressions des vecteurs champ électrique, champ magnétique ainsi que celle du vecteur de Poynting pour chacune des ondes 1 et 2.

On considère l'onde résultant de l'interférence des faisceaux 1 et 2.

1.3- Dans le cas où $\theta = 0$, quelle est la nature de l'onde résultant de la superposition des deux faisceaux ? Par quel dispositif optique peut-on réaliser la condition $\theta = \pi/2$? Quelle est alors la nature de l'onde résultante ? Qu'en est-il dans le cas intermédiaire $0 < \theta < \pi/2$?

1.4- Exprimer la vitesse de phase de l'onde dans le cas général d'interférence $0 < \theta < \pi/2$. Quelle est l'expression de l'intensité lumineuse au point M ? Quelle est la nature des surfaces d'égale intensité dont on donnera la période L ? Calculer L pour $\theta = 80^\circ$.

2 Guide d'onde à modulation d'indice

Un processus physique permet de matérialiser cette structure périodique d'intensité dans le film de gélatine sous forme de modulation spatiale d'indice $n(x)$ donnée par :

$$n(x) = n_g + (n \cos(2(x/L) \quad \text{où} \quad (n \ll n_g \quad (1)$$

On admettra que les équations de Maxwell dans le film de gélatine s'écrivent :

$$\text{INCORPORER Equation.3} \quad \text{INCORPORER Equation.3} \quad (2-a)$$

$$\text{INCORPORER Equation.3} \quad \text{INCORPORER Equation.3} \quad (2-b)$$

Dans la suite du problème, on ne considère que des champs électriques et magnétiques qui ne dépendent que du temps et de la coordonnée spatiale x . Soit une onde plane monochromatique polarisée suivant Oz, de pulsation ω et de vecteur d'onde $K = Kx$, qui arrive sur le film sous incidence normale. Le milieu étant transparent, l'onde peut, soit traverser ce dispositif sans atténuation, soit être partiellement réfléchi et transmise.

2.1- Montrer que dans le film de gélatine l'équation de propagation de l'onde peut être mise sous la forme différentielle suivante :

$$\text{INCORPORER Equation.3} \quad (3)$$

Vérifier cette équation dans le cas où la propagation s'effectue dans le vide.

Pour résoudre l'équation (3), on cherche a priori le champ électrique $E(x,t)$ sous la forme d'une série de type:

$$\text{INCORPORER Equation.3} \quad (4)$$

avec $\text{INCORPORER Equation.3}$ où m est un entier relatif.

Etablir alors, en négligeant les termes d'ordre 2 en n , que les coefficients $A(K_m)$ vérifient la relation de récurrence :

$$\text{INCORPORER Equation.3} \quad (5)$$

2.2- Montrer que l'on peut choisir la norme du vecteur d'onde K et la pulsation ω pour que les termes $A(K_0)$ et $A(K-1)$ soient prépondérants devant les autres. En déduire que dans ces conditions l'équation de dispersion entre ω et K peut être mise sous la forme :

$$\text{INCORPORER Equation.3} \quad (6)$$

2.3- Montrer que pour la valeur exacte de $K = \omega/L$ (condition de résonance), l'équation (6) fournit deux solutions, $+$ et $-$ que l'on calculera en fonction des données du problème.

2.4- On cherche la solution de l'équation (6) sous la forme $K = \omega/L + \delta K$ avec $|\delta K| \ll \omega/L$. Montrer que δK satisfait à :

$$\text{INCORPORER Equation.3} \quad (7)$$

Discuter la nature des solutions de cette équation. En déduire la nature des ondes.

2.5- Le dispositif a été conçu pour que la pulsation $((+ + (-)/2)$ coïncide avec la pulsation ω_L de l'émission d'un laser de longueur d'onde $\lambda = 840 \text{ nm}$. Quelle est alors la largeur $\Delta\omega = (+ - (-) \text{ si } n_g = 1,5 \text{ et } (n = 0,015?$

L'épaisseur du film est de $50 \mu\text{m}$. On définit la densité optique D par $D = \log_{10}(I_0/I)$, où I_0 est l'intensité incidente et I l'intensité transmise à la sortie du film. En déduire la valeur de D pour la longueur d'onde $\lambda = 840 \text{ nm}$? Que devient l'énergie qui n'est pas transmise ? Quelle pourrait être une application pratique de ce composant optique ?