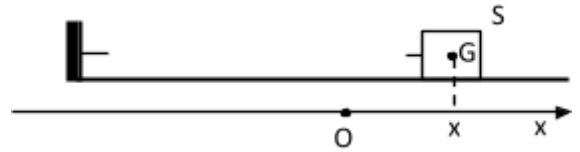
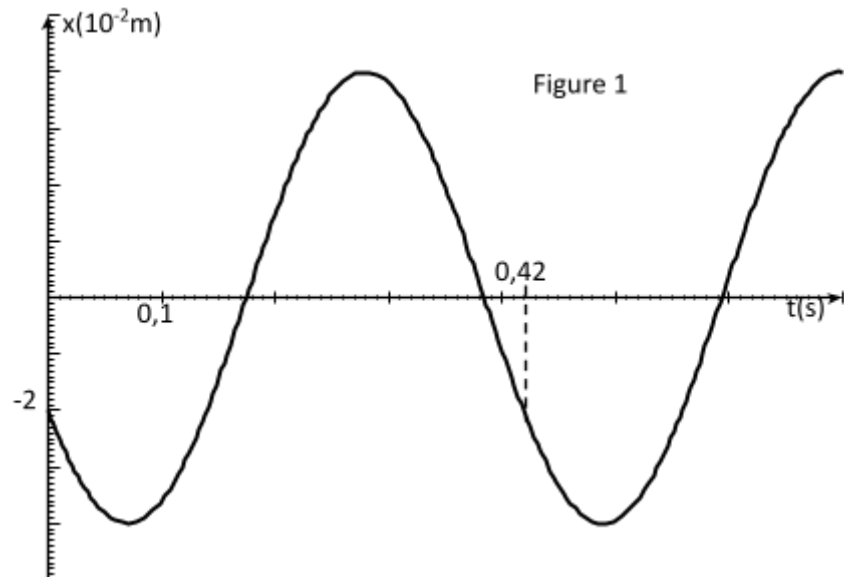


Exercice n°1 :

Un pendule élastique est constitué d'un solide (S) de masse m pouvant se déplacer sur un banc à coussin d'air horizontal. Ce solide est attaché à un ressort de masse négligeable à spires non jointives de constante de raideur k . La position du centre d'inertie G est repérée par l'abscisse x sur l'axe $(O, \vec{i})$. A l'équilibre le centre d'inertie G coïncide avec le point O origine des abscisses.



Le centre d'inertie du solide est ramené au point d'abscisse x_0 on lui communique une vitesse initiale v_0 à l'instant de date $t=0$; le solide S effectue alors un mouvement de translation dont l'enregistrement est donné sur la figure 1.



I/ 1) a- En utilisant la deuxième loi de Newton (théorème du centre d'inertie) montrer que l'équation différentielle du solide S est : $\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \frac{k}{m} x(t) = 0$

b- Sachant que la solution de l'équation différentielle est de la forme : $x(t) = X_m \sin\left[\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)t + \varphi_x\right]$

Montrer que l'expression de la période T_0 de l'oscillateur est $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

c- Vérifier l'homogénéité de l'expression de la période propre T_0 par une analyse dimensionnelle.

1) En exploitant l'enregistrement, de la figure 1, déterminer :

- a- La pulsation propre ω_0 de l'oscillateur.
- b- L'élongation x_0 , l'amplitude X_m des oscillations.
- c- La phase initiale ϕ_x du mouvement.
- d- En déduire l'expression de $x(t)$.

2) Déduire la loi horaire $v = f(t)$. En déduire la valeur algébrique de la vitesse initiale v_0 .

3) A un instant de date t , le centre d'inertie G est repéré par son abscisse x .

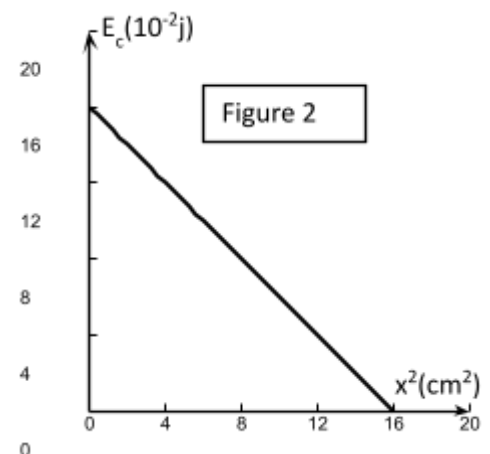
a- Donner l'expression de l'énergie mécanique E du système $S = \{\text{solide } S, \text{ressort}\}$ en fonction de m , v , k et x .

b- En déduire que le système S est conservatif.

c- Exprimer l'énergie mécanique en fonction de k et X_m .

d- Déduire l'expression de l'énergie cinétique E_c en fonction de k , x et X_m .

4) On donne la courbe de variation de l'énergie cinétique $E_c = f(x)$ - voir figure 2-



- En utilisant la figure 2, déduire la valeur de l'énergie mécanique E du système.
- En déduire la valeur de la constante de raideur k et de la masse m du solide S .

II/ On suppose maintenant que les frottements ne sont plus négligeables et peuvent être modélisés par une force dont le sens est opposé au mouvement : $\vec{f} = -h \cdot \vec{v}$

Un dispositif d'acquisition de données permet de connaître à chaque instant la position du mobile (figure 3)

3) Un logiciel de traitement fournit les courbes de variation en fonction du temps de l'énergie mécanique (E_m) de l'énergie cinétique E_c et de l'énergie potentielle E_p du système $\{\text{solide} + \text{ressort}\}$: figure 4. Le mobile est écarté de sa position d'équilibre et lâché à l'instant de date $t=0s$ sans vitesse initiale de la position $x_0 = 2cm$.

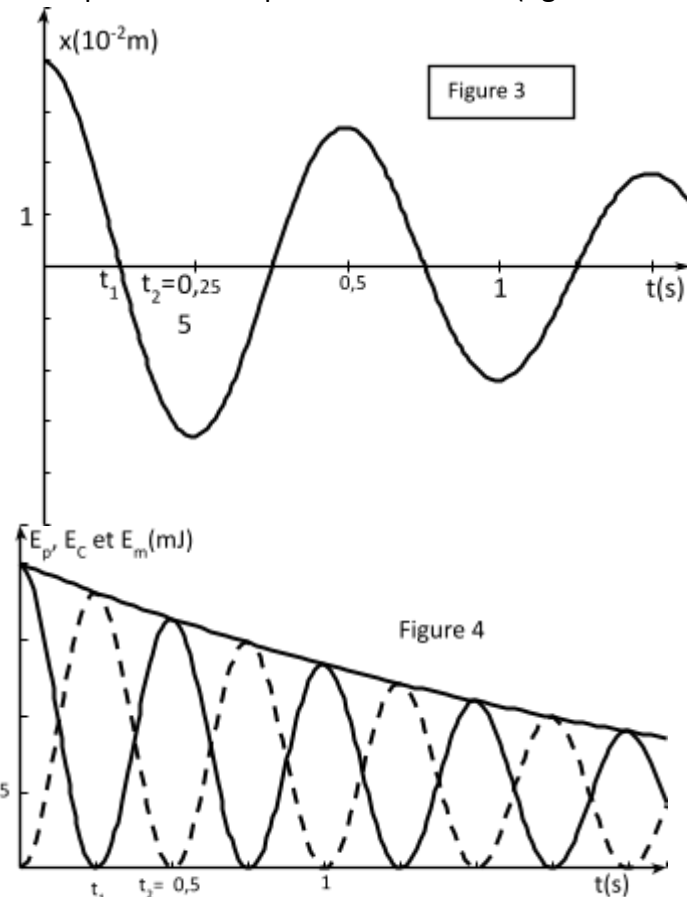
- Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit l'abscisse x de G .
- A l'aide de la figure 3, déterminer la pseudo période T du mouvement. Comparer sa valeur à celle de la période propre T_0 .

A

B

$E_m(t)$

- Identifier les courbes E_p et E_c de la figure 4 en justifiant la réponse.
- Montrer que l'énergie diminue au cours du temps et préciser la cause de cette diminution.
- Calculer la variation de l'énergie mécanique entre t_1 et t_2 .



Exercice n°2 :

Un pendule élastique est constitué d'un solide S de masse m pouvant se déplacer sur un banc à coussin d'air horizontal (Sans frottements). Ce solide est attaché à un point fixe par un ressort de masse négligeable à spires non jointives de constante de raideur k . La position du centre d'inertie G est repérée par l'abscisse x sur l'axe $(O, \vec{i})$. A l'équilibre, la position du centre d'inertie G coïncide avec le point O , origine des abscisses. Le solide est écarté de sa position d'équilibre et abandonné à lui-même ; il se met alors en mouvement oscillatoire d'amplitude X_m constante.

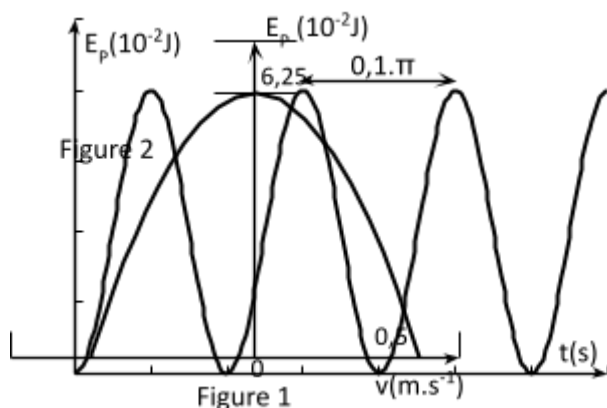
- Dire en le justifiant, si la période des oscillations est propre ou non.
- Par application du théorème du centre d'inertie, montrer que l'élongation de (S) varie selon la loi :

$$x(t) = X_m \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \varphi_x\right)$$

- Montrer que l'énergie potentielle s'écrit sous la forme : $E_p(t) = \frac{1}{2} m V_m^2 \left[1 - \cos(2 \cdot \omega_0 \cdot t + 2\varphi_x) \right]$

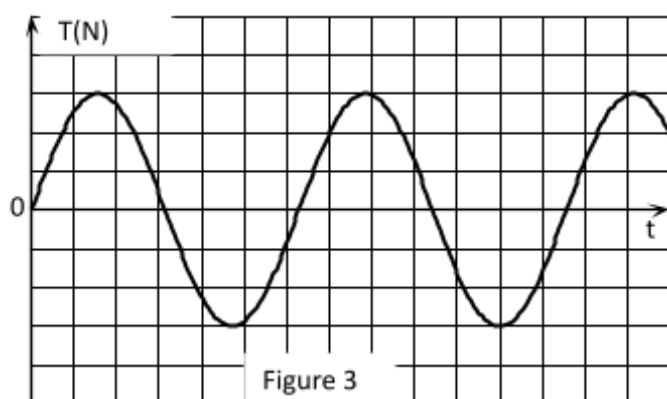
Avec V_m est la valeur maximale de $v(t)$ et T_0 sa période propre.

- 4) La courbe de la figure 1, représente les variations de l'énergie potentielle en fonction du temps , calculer T_0 .
- 5) a- Donner l'expression de l'énergie mécanique E du système $S_0 : \{(S), (R)\}$, en fonction de m , K , x et v .
a- Dédire que le système S_0 est conservatif.
- 6) a- Montrer que l'énergie mécanique s'exprime par la relation : $E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V_m^2$
b- Dédire l'expression de l'énergie potentielle E_p en fonction de m , v et V_m .
- 7) La courbe de la figure 2, représente les variations de l'énergie potentielle E_p en fonction de v . Dédire, en le justifiant, les valeurs de X_m , m , K et V_m .



8) La courbe de la figure 3 représente les variations de la valeur algébrique de la tension du ressort en fonction du temps.

- a- Déterminer la valeur de T_m .
b- Dédire la loi horaire $x(t)$.
c- Etablir la relation $v^2 = \omega_0^2 (X_m^2 - x^2)$
d- Dédire les valeurs de la vitesse de G lors de son passage par la position d'équilibre O .



Exercice n°3 :

Un pendule élastique horizontal est formé d'un ressort de constante de raideur $K = 20 \text{ N.m}^{-1}$ et d'un solide de masse m ; à l'instant de date $t=0$, le centre d'inertie est lancé à partir de la position $x_0=2\text{cm}$ avec la vitesse initiale $v_0=20\text{cm.s}^{-1}$.

Partie I : les frottements sont négligeables.

- 1) a- Etablir l'équation différentielle en fonction de l'élongation x du mouvement du centre d'inertie G .
b- Donner la solution générale de cette équation différentielle et en déduire l'expression de la période propre T_0 .
b- La durée de 20 oscillations est $\Delta t = 12,56\text{s}$. Montrer que la masse du solide est $m=200\text{g}$.
- 2) Calculer la valeur de l'énergie mécanique de l'oscillateur à l'instant de lancement.
- 3) En déduire l'amplitude X_m des oscillations.

Partie II :

Les frottements sont représentées par une force $\vec{f} = - h \cdot \vec{v}$; où h désigne le coefficient de frottement du milieu, et v la mesure algébrique de la vitesse du centre d'inertie du solide.

- 1) La figure 1 donne l'enregistrement du mouvement du centre d'inertie du solide.
a- Quelle est la nature des oscillations du centre d'inertie G ? Justifier la réponse.
b- Qu'appelle-t-on le régime des oscillations du pendule.
c- Déterminer la valeur de la pseudopériode T .

- 2) L'équation différentielle régissant le mouvement du solide est :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} + 10^4 \cdot x = 0$$

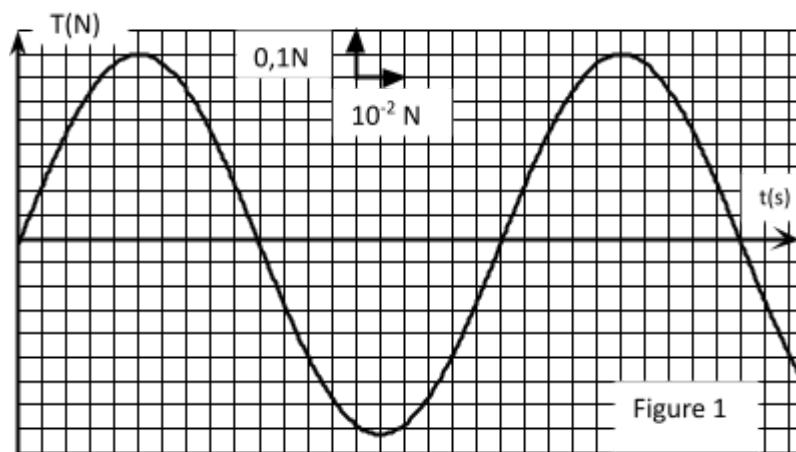
- Déduire la valeur de la pulsation propre et celle du coefficient de frottement h .
- Montrer que l'énergie mécanique du système $S = \{\text{solide} + \text{ressort}\}$ n'est pas conservative.
- Calculer la variation de l'énergie entre l'instant $t_0=0s$ et t_1 .

Exercice n°4:

Un pendule élastique horizontal est formé d'un ressort de constante de raideur $K = 40N.m^{-1}$ et d'un solide de masse m ; pouvant coulisser sans frottements le long d'une tige horizontale. Voir figure ci-contre.

- A partir de la position d'équilibre on communique au solide une vitesse $\vec{V}_0$ vers les abscisses négatives.
 - Etablir en fonction de m , K , v et x l'expression de l'énergie mécanique du système lorsque S est en mouvement.
 - Sachant que cette énergie est constante déduire que les oscillations de S sont libres non amorties.
 - Exprimer l'amplitude des oscillations de (S) en fonction de V_0 et ω_0 (pulsation propre des oscillations).
 - Donner la loi horaire du mouvement de (S) en fonction de V_0 , ω_0 et t . On précisera la valeur de la phase initiale.

- Déterminer l'expression de la mesure algébrique de la tension T du ressort en fonction du temps.
- Une étude a permis de tracer la courbe de variation de la mesure algébrique de la tension de ressort (voir figure 1). Déterminer à partir de la courbe :



- La pulsation propre ω_0 de l'oscillateur ainsi que l'amplitude des oscillations.
- La masse m du solide S ainsi que la valeur de V_0 .

- En réalité, il s'applique sur le solide S une force de frottements visqueux : $\vec{f} = -h \cdot \vec{v}$ avec $h > 0$; la courbe de la figure 2 représente les variations de l'abscisse de S au cours du temps.
 - Etablir l'équation différentielle des oscillations.
 - Justifier énergiquement l'allure de cette courbe.
 - Déterminer entre les dates $t = 0$ et t_1 la variation de l'énergie mécanique du système.

